Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Matemática: Ciência e Aplicações 4

Atena Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Matemática: Ciência e Aplicações 4

Atena Editora
2019

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática [recurso eletrônico] : ciência e aplicações 4 / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 4)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia.
ISBN 978-85-7247-686-7
DOI 10.22533/at.ed.867190710

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A obra “MATEMÁTICA CIÊNCIA E APLICAÇÕES” neste quarto volume, vem contribuir de maneira muito significante para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática.

Permeados de tecnologia, os artigos que compõe este volume, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área.

A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano.

Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos.

Que este volume possa despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 23

ASPECTOS HISTÓRICOS DO CONCEITO DE COORDENADAS POLARES

Angéli Cervi Gabbi
Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da UNIJUÍ. Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - IFRS, Campus Ibirubá/RS, GEEM, angeli.gabbi@ibiruba.ifrs.edu.br

Cátia Maria Nehring
Professora Orientadora. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ, Ijuí/RS, Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – PPGEC, GEEM, catia@unijui.edu.br

RESUMO: Este capítulo analisa a partir da história da matemática, a historicidade do conceito que norteia o processo de ensino e aprendizagem de coordenada polar, considerando processos de ruptura e continuidade do entendimento em relação as coordenadas cartesianas. O que nos moveu a problematizar esse conceito foi a dificuldade que os estudantes possuem em sala de aula, bem como, diferentes pesquisas voltadas à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que abordam esta temática. Procuramos responder a seguinte problemática: quais entendimentos da história do conceito de coordenadas polares, podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do mesmo, considerando continuidades e rupturas desse conceito e as coordenadas cartesianas? Buscamos na história da matemática a origem destes conceitos para assim conseguirmos entender a partir da antiguidade como este conceito era apresentado e como foi evoluindo seu entendimento. Identificamos que a mudança de coordenadas cartesianas para polares envolveu uma mudança de perspectiva dos matemáticos, quando determinados problemas seculares passaram a ser confrontados com substituição das coordenadas cartesianas por outra forma de localização no plano e também quando situações problemas foram surgindo e as coordenadas cartesianas não davam conta de resolvê-los, precisando criar outras possibilidades para isto, como por exemplo a curva descrita por um planeta em torno do sol ou como as espirais. A compreensão da história do conceito pode facilitar o entendimento dos estudantes através dos questionamentos acerca do porquê e para que da matemática, uma vez que permite entender sua origem, considerando as modificações que foram acontecendo ao longo do tempo.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. História da Matemática. Coordenada Polar. Coordenada Cartesiana.

HISTORICAL ASPECTS OF THE CONCEPT

ABSTRACT: This chapter analyze from the history of mathematics, the historicity of the concept that guides the teaching and learning process of the polar coordinate, considering processes of rupture and continuity of the understanding related to the Cartesian coordinates. Our motivation to discuss this concept was the difficulty that students have in the classroom, as well as different researches focused on the subject of Differential and Integral Calculus that approach this subject. We try to answer the following question: which understandings of the history of the polar coordinates concept can help in its teaching and learning process, considering continuities and ruptures of this concept and the Cartesian coordinates? For this purpose, we seek in the history of mathematics the origin of them in order to understand from the ancient times how this concept was presented and how its understanding evolved. We identified that the change of Cartesian to polar coordinates involved a change the mathematicians perspective, when certain secular problems came to be confronted with substitution of the Cartesian coordinates for another form of location in the plane. Also, situations problems arose and the Cartesian coordinates did not deal with solving them, so they need to create other possibilities for this, such as the curve described by a planet around the sun or like the spirals. The understanding of the concept history can facilitate the understanding of the students through the questions about the reasons (why and what for) of mathematics, since it allows to understand its origin, considering the modifications that have been happening over time.

KEYWORDS: Mathematical Education. History of Mathematics. Polar Coordinate. Cartesian Coordinate.

1 I INTRODUÇÃO/JUSTIFICATIVA

O ensino e a aprendizagem de conteúdos relacionados às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI)[1] têm sido objeto de estudo e discussão por diferentes pesquisadores no campo da Educação Matemática. As dificuldades enfrentadas pelos estudantes se traduzem nos índices de reprovações, cancelamento e desistência em diferentes cursos superiores. Frente ao exposto, várias pesquisas têm sido realizadas na perspectiva de compreender tal problemática sob diferentes perspectivas, tais como, Rezende (2003), Junior (2006) e Cury (2013), para citar alguns.

Para além das pesquisas já realizadas, o tema desse capítulo também possui como fonte de inspiração as reflexões e inquietações realizadas ao longo da trajetória profissional, particularmente no ensino de CDI, no que se refere ao ensino e a aprendizagem dos educandos com o conceito de coordenadas polares.

O estudante necessita compreender e perceber uma certa ruptura e ao mesmo tempo uma continuidade entre os conceitos de coordenada cartesiana para a coordenada polar, para que o mesmo consiga converter tanto um ponto de coordenada cartesiana para polar quanto uma equação ou vice-versa. Todo este processo, mudança

1 A partir desse momento, utilizaremos a sigla CDI para indicar Cálculo Diferencial e Integral.

de coordenadas e mudança de variáveis gera certa “confusão” para os estudantes, não permitindo a significação dos referidos conceitos.

Elencamos no decorrer do texto uma análise histórica e epistemológica sobre as coordenadas cartesianas e polares, na perspectiva de compreender o conceito e enfrentar a seguinte problemática: quais entendimentos da história do conceito de coordenadas polares, podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do mesmo, considerando continuidades e rupturas desse conceito e as coordenadas cartesianas?

2 I PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente estudo baseia-se em uma pesquisa qualitativa, uma busca teórica para compreender o objeto de estudo, no caso, coordenadas cartesianas e polares. Consideramos que esta abordagem proporciona resultados significativos para o campo da educação, no sentido de proporcionar ao pesquisador uma visão mais ampla do assunto abordado, além da produção de novos conhecimentos necessários ao fazer docente.

A pesquisa em questão foi de caráter bibliográfico, cuja fonte de dados se efetivou a partir de livros de História da Matemática, tais como Boyer (1996), Eves (1997), Stewart (2004). A partir desses referenciais definidos, fizemos uma busca no sentido de compreender a história do conceito de coordenadas focando principalmente nas coordenadas cartesianas e polares. Os entendimentos são explicitados a seguir, na perspectiva de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

3 I EPISTEMOLÓGICA DO CONCEITO

Segundo Boyer (1996), a primeira pessoa a discutir coordenadas foi Pierre de Fermat. Este propôs a sua utilização para determinar a localização precisa de pontos na superfície da terra, além de determinar o cálculo da distância entre dois pontos no espaço euclidiano.

De acordo com Stewart (2004), o surgimento das coordenadas se deu em função de que Fermat queria encontrar o lugar geométrico de todos os pontos cujas distâncias a dois outros pontos fixos sempre somassem o mesmo valor. Este lugar geométrico revelou-se uma elipse, conforme Figura 1, sendo os dois pontos fixos chamados de foco.

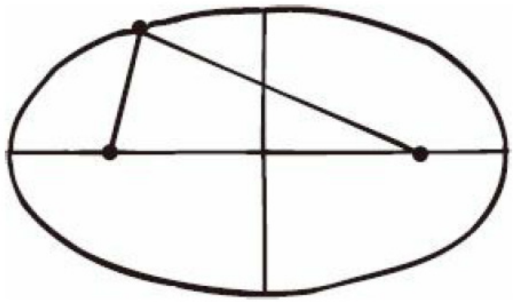

Figura 1 – Propriedade dos focos da elipse

Fonte: Stewart (2004).

Fermat argumentou que se as condições impostas ao ponto pudessem ser expressas em uma única equação, envolvendo duas incógnitas, o lugar geométrico correspondente seria uma curva ou uma reta. Ilustrou-se esse princípio por meio de um diagrama, Figura 2, no qual as duas grandezas desconhecidas *A* e *E* são representadas como distâncias em duas direções distintas (STEWART, 2004).

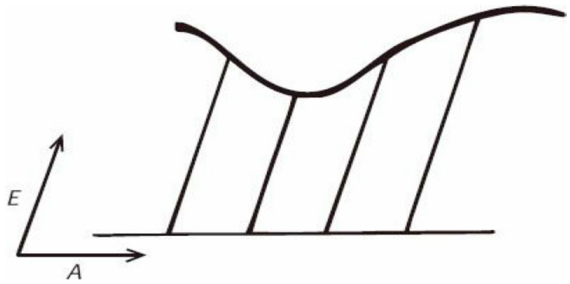

Figura 2 – Abordagem de Fermat para as coordenadas

Fonte: Stewart (2004).

Fermat listou alguns tipos especiais de equações ligando A e E, explicando que curvas representavam. Introduziu eixos oblíquos no plano. As variáveis A e E são as duas coordenadas, que chamamos de x e y, de um ponto dado em relação aos eixos. Assim, Fermat afirma que qualquer equação com duas coordenadas define uma curva, e seus exemplos nos dizem que tipos de equações correspondem a que tipos de curvas, baseando-se nas curvas padrão, já conhecidas pelos gregos (STEWART, 2004).

Desta maneira, Fermat introduziu o método das coordenadas na geometria, sendo que a ideia de definir a posição de um ponto por meio de uma sequência de números foi sugerida em problemas de navegação, que levaram a adaptar o sistema das coordenadas geográficas. Cada ponto da superfície marítima ficou determinado por um par de números designados de latitude e longitude e, se o ponto está situado acima ou abaixo do nível do mar, um terceiro número torna-se necessário, para localizar, ou seja, a altitude. Definições que atualmente são utilizadas pelas embarcações e que se deve a criação das coordenadas na geometria.

Ainda que a geometria seja uma ciência dedutiva criada pelos gregos, lhe faltava utilidade, sendo que isso ocorreria somente mediante a álgebra como princípio unificador. De acordo com Boyer (1996), a geometria pode ter sido uma dádiva do Nilo, mas os egípcios pouco a aproveitaram. A geometria teria sido levada do Egito para a Grécia por Tales de Mileto, onde se desenvolveu como uma forma de conhecimento mais organizada, sem se preocupar com aplicações uteis, mas de maneira ordenada tentavam explicar os porquês utilizando argumentos mais precisos e lógicos possíveis.

Tales juntamente com Pitágoras formularam problemas e explicaram hipóteses, pois segundo Boyer (1996) tinham a vantagem de conseguir viajar para os centros antigos de conhecimento e de lá extrair informações sobre astronomia e matemática. Porém a dicotomia entre grandezas contínuas e números exigia um método diferente para tratar a álgebra babilônica que Tales e Pitágoras tinham herdado. De acordo com Boyer:

> Os velhos problemas de que, dada a soma e o produto de dois lados de um retângulo se pediam as dimensões, tinham que ser tratados de modo diferente dos algoritmos numéricos dos babilônios. Uma “álgebra geométrica” tomara o lugar da antiga “álgebra aritmética”, e nessa nova álgebra não podia haver somas de segmentos com áreas ou de áreas com volumes. De agora em diante devia haver estrita homogeneidade dos termos de uma equação e as formas normais mesopotâmicas, $xy = A$, $x \pm y = b$, deviam ser interpretadas geometricamente (1996, p. 53).

Desta forma, os gregos construíram as soluções de equações quadráticas pelo processo de áreas. Os gregos trabalhavam com figuras geométricas sem o uso de um sistema de coordenadas e utilizavam somente régua e compasso. Boyer (1996) descreve que o sistema utilizado por Apolônio, e outros antes dele, sobre a aplicação de retas de referência em geral e de um diâmetro e uma tangente em sua extremidade não difere essencialmente do uso de sistemas de coordenadas. “As distâncias medidas ao longo do diâmetro a partir do ponto de tangência são as abscissas, e os segmentos paralelos à tangente e cortados entre o eixo e a curva são as ordenadas” (BOYER, 1996, p. 106). No entanto, os gregos não englobavam grandezas negativas, sendo as coordenadas, as variáveis e as equações eram derivadas de uma situação geométrica específica.

Pouco antes de 1361, Nicole Oresme chegou próximo ao que hoje chamamos de representação gráfica de funções, tentando responder a seguinte questão: “porque não traçar uma figura ou gráfico da maneira pela qual variam as coisas?” (BOYER, 1996, p. 180). Foi a primeira pessoa a utilizar coordenadas para representar graficamente a velocidade em função do tempo. Ao longo de uma reta horizontal Oresme marcou pontos representando instantes de tempo (ou longitudes) e para cada instante ele traçou perpendicularmente à reta de longitude um segmento de reta (latitude) cujo comprimento representava a velocidade. As extremidades desses segmentos, alinhadas, formavam uma linha reta. De acordo com Boyer (1996), “os termos latitude e longitude, que Oresme usou, são equivalentes, num sentido amplo, à nossa ordenada e abscissa, e sua representação gráfica assemelha-se com nossa geometria analítica" (p. 181).

Vale destacar que o uso de coordenadas não era novo, Apolônio e outros antes dele, tinham usado sistemas de coordenadas, porém sua representação gráfica de uma quantidade variável era novidade naquele momento. Contudo, Oresme nunca utilizou de fato o termo função, suas representações eram qualitativas, não utilizando medições para realização dos desenhos. Conforme cita Eves (1997), "a ideia de coordenadas foi usada no mundo antigo pelos egípcios e os romanos na agrimensura e pelos gregos na confecção de mapas". (p. 382). No entanto, sua teoria influenciou o trabalho de outros matemáticos, principalmente daqueles que contribuíram para a origem da geometria analítica, como René Descartes e Pierre de Fermat.

Os objetivos do método de Descartes era segundo Boyer (1996), "1) por processos algébricos libertar a geometria de diagramas e 2) dar significados às operações da álgebra por meio de interpretações geométricas" (p. 233). Seu método, segundo o mesmo autor, consistia em partir de um problema geométrico, traduzi-lo em linguagem de equação algébrica e, logo após, tendo simplificado ao máximo a equação, resolvê-la geometricamente.

Apesar de muitos estudos, Descartes não estabelecia um sistema de coordenadas para localizar pontos "como um medidor de terras ou um geógrafo poderiam fazer, nem pensava em suas coordenadas como pares de números" (BOYER, 1996, p. 237). Segundo Boyer (1996), mesmo conhecendo as representações gráficas de Oresme, Descartes não via relação com o atual sistema cartesiano "não há nada em sua forma de pensar que indique ter ele percebido qualquer semelhança entre a finalidade da latitude de formas e sua própria classificação das construções geométricas" (Ibid, p. 237).

Descartes chegou mais próximo do que hoje chamamos de sistema cartesiano, quando marcava x em um eixo dado e um comprimento y, formando um ângulo fixo com esse eixo, como mostra a Figura 3, tendo objetivo de construir pontos cujos x e y satisfizessem uma relação dada.

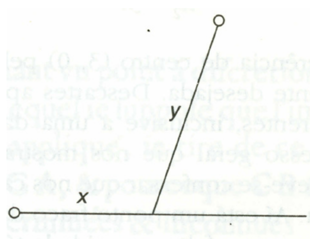

Figura 3 – Marcação de x e y segundo Descartes

Fonte: Eves (1997, p.385).

Ao mesmo tempo em que Descartes formulava o início da geometria analítica, Fermat, em meados do século XVII, retomando a ideia dos construtores egípcios, se refere a um ponto do plano por meio de um par de retas perpendiculares entre si, que recebeu o nome de Sistema Cartesiano, denominado por R^2, em homenagem a René Descartes, que assinava o seu nome em latim Renatus Cartesius. Assim, Descartes partia de um lugar geométrico e a partir disso encontrava sua equação, já Fermat partia de uma equação e a partir dela determinava o lugar correspondente.

Igualmente, Fermat e Descartes introduziram a ideia de sistema de coordenadas na reta, ou seja, definindo que cada par de números *(x, y)* corresponde a um ponto, conforme Figura 4. Como o plano tem duas dimensões, para localizar pontos no plano, precisamos de dois números, ao invés de um. Descartes e Fermat resolveram este problema usando duas retas numeradas, perpendiculares, cortando-se na origem, conforme Figura 4. Usualmente, uma dessas retas é horizontal, com a direção positiva para a direita. Esta reta foi chamada de eixo *x* ou eixo das abscissas. A outra reta, vertical com a direção positiva para cima, é chamada eixo *y*, ou eixo das ordenadas.

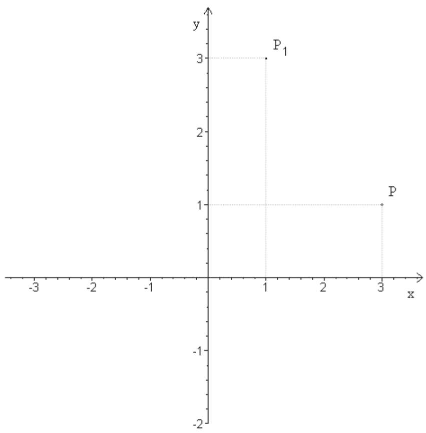

Figura 4 – Plano cartesiano com os pontos P(3, 1) e $P_1(1, 3)$

Fonte: Autoras do texto

Além de retas e circunferências, os matemáticos da antiguidade estudaram outras curvas, como por exemplo, parábolas, elipses e hipérboles, descritas como sendo o lugar geométrico de pontos no plano verificando determinadas propriedades. Foi Fermat quem propôs muitas dessas curvas, como $x^m y^n = a$, $y^n = ax^m$ e $r^n = a\theta$, que são conhecidas como hipérboles, parábolas e espirais de Fermat. Tendo por base os estudos de Fermat, Newton e Leibniz, separadamente, introduziram o Cálculo. Este não existiria sem a geometria analítica, o que para alguns historiadores representa a algebrização da geometria dos gregos. A introdução do sistema de coordenadas permitiu o cálculo da distância entre dois pontos no espaço euclidiano.

Em 1691, os irmãos Bernoulli descreveram, no lugar de um par de eixos, um ângulo θ e uma distância *r* para determinar pontos no plano, introduzindo as coordenadas polares.

> Bernoulli fora levado a espirais de tipo diferente quando repetiu o processo de Cavalieri de enrolar metade da parábola $x^2 = ay$ em torno da origem para produzir

uma espiral de Arquimedes; mas ao passo que Cavalieri estudara a transformação por métodos essencialmente sintéticos, Bernoulli usou coordenadas retangulares e polares. Newton usara coordenadas polares antes – talvez desde 1671 – mas a prioridade de publicação parece caber a Bernoulli que na *Acta Eruditorum* de 1691 propôs medir abscissas ao longo do arco de um círculo fixo e ordenadas radialmente ao longo das normais. Três anos depois, na mesma revista, ele propôs uma modificação que concordava com o sistema de Newton. A coordenada y agora era o comprimento do raio vetor do ponto, e x era o arco cortado pelos lados do ângulo vertical sobre um círculo de raio a descrito com centro no pólo. Essas coordenadas eram essencialmente o que agora escreveríamos como (r, aθ) (BOYER, 1996, p. 288).

Assim, os geômetras tiveram de romper com os sistemas cartesianos quando as situações indicavam um referencial mais conveniente para utilizar. Hermann, discípulo de Bernoulli, fez contribuições à geometria analítica no espaço e as coordenadas polares, continuando com os resultados dos irmãos Bernoulli. "Ao passo que Bernoulli aplicara coordenadas polares a espirais um tanto hesitantemente, Hermann deu equações polares também de curvas algébricas, juntamente com equações de transformação de coordenadas retangulares para polares" (BOYER, 1996, p. 299).

De acordo com Eves (1997), há outros sistemas de coordenadas além do cartesiano retangular, contudo este sistema é o mais comum de todos e tem sido explorado enormemente. O autor enfatiza:

Grande parte da terminologia, como a classificação das curvas em lineares, quadráticas, cúbicas e assim por diante, provém do uso deste sistema. Porém algumas curvas, como muitas espirais apresentam equações impraticáveis quando referidas a um sistema cartesiano, ao passo que quando referidas a sistemas mais apropriados, passam a ter equações relativamente simples. No caso das espirais é particularmente útil o sistema de coordenadas polares (EVES, 1997, p. 595).

Até final do século XVIII pouco se investigou outros sistemas de coordenadas, no entanto, para fazer frente as situações cujas peculiaridades indicavam um referencial mais conveniente, os geômetras tiveram de romper com os sistemas cartesianos e buscar outros mais convenientes, como as coordenadas polares.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como professoras, observamos que os estudantes apresentam dificuldades em identificar que um ponto em coordenada cartesiana continua sendo o mesmo em coordenada polar, o que vai alterar é a forma como o escrevemos, ou seja, a forma como tratamos a localização deste ponto, que passa a ser dado não mais por uma distância *x* e *y*, mas sim através de um ângulo e de uma medida de raio. O fato de trabalharmos com a história da matemática em sala de aula, identificando as origens dos conceitos pode levar os estudantes a perceber a matemática como criação humana. Pode-se compreender que o conceito de coordenada polar originou-se da necessidade que o homem teve em resolver problemas que surgiram ao longo dos anos, mostrando que esta ciência teve origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da idade média e que somente a partir do século XVII se organizou de fato como um campo do saber.

Outra dificuldade enfrentada pelos estudantes está na mudança das equações dadas em coordenadas cartesianas para polares ou vice-versa, gerando problemas tanto de reconhecimento da função quanto a sua representação gráfica. Ao compreender a origem destas equações, talvez o estudante compreenda situações presentes por meio do entendimento do passado. As contribuições de Descartes tiveram papel fundamental no desenvolvimento das coordenadas cartesianas, dando significado às operações da álgebra por meio de compreensões geométricas, marcando uma ruptura com as tradições estabelecidas e um avanço aos conceitos algébricos.

É importante que o professor compreenda que o estudo de coordenadas faz parte da identificação de um lugar geométrico e que podemos definir regiões e/ou um lugar no espaço a partir delas. As coordenadas cartesianas determinam uma posição no plano com referência a um eixo vertical e outro horizontal. Já as coordenadas polares estabelecem a posição de um ponto em relação a uma grade formada por círculos concêntricos com centro no pólo e semirretas partindo da origem. Qualquer sistema de coordenadas pode ser utilizado para resolver problemas físicos, porém uma escolha correta do sistema de coordenadas pode ser fundamental para tornar este problema mais fácil de ser resolvido e até mesmo compreendido pelos estudantes.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. **História da matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 2.ed., 1996.

CURY, Helena Noronha. **Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática**. Educação Matemática Pesquisa, v.15, n.3, p. 547-562. São Paulo, 2013.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Unicamp, 2.ed., 1997.

JUNIOR, Antonio Olímpio. **Compreensões de conceito de Cálculo Diferencial no primeiro ano de Matemática:** uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. Tese de doutorado. UNESP, Rio Claro, 2006.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo:** dificuldades de natureza epistemológica. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, maio/2003.

STEWART, Ian. **Em Busca do Infinito:** Uma História da Matemática dos Primeiros Números à Teoria do Caos. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2004.

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves- Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

L

M

N

O

P

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-686-7
9 788572 476867