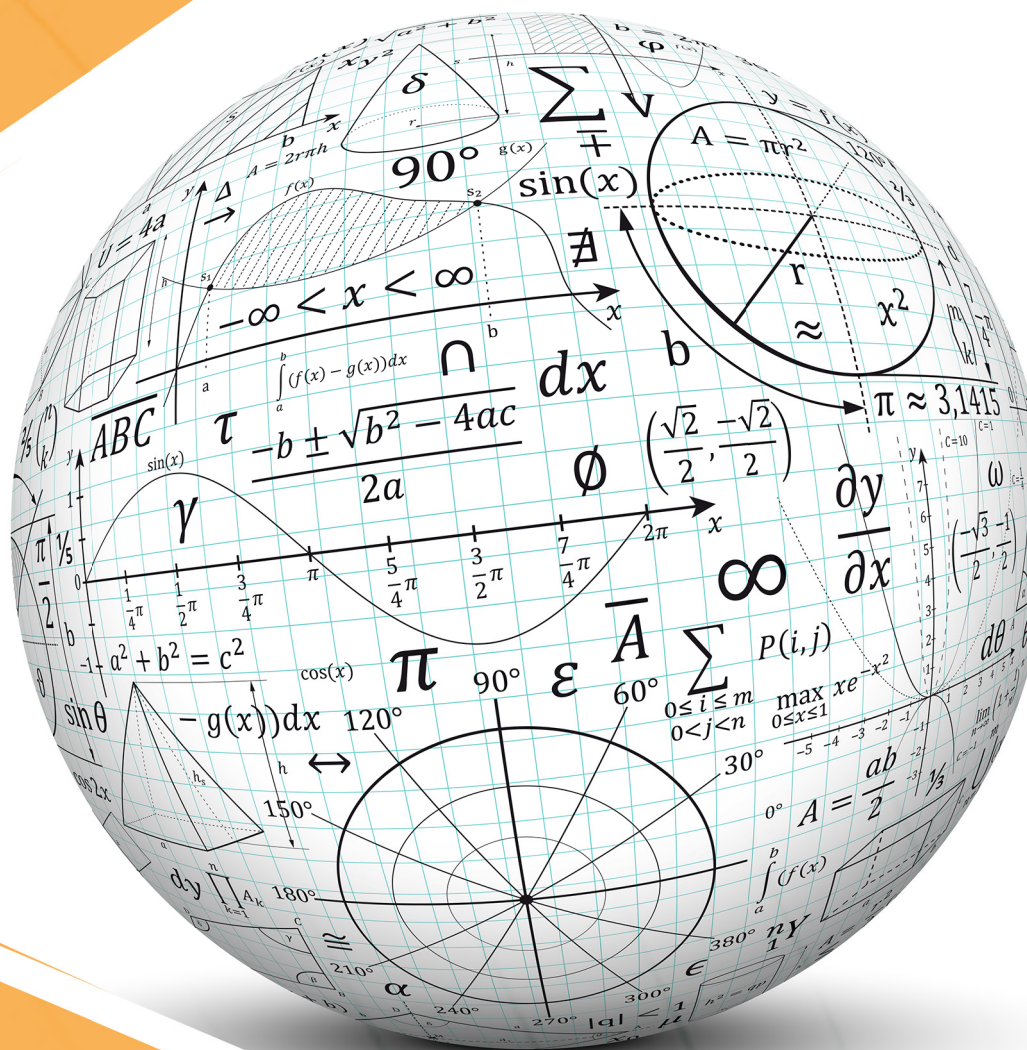


Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)



Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

**Felipe Antonio Machado Fagundes
Gonçalves**

(Organizador)

Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
U58	Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-603-4 DOI 10.22533/at.ed.034190309 1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “Universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão sobre a Educação matemática, do Ensino Básico ao Superior. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas ao Ensino e Aprendizagem de Matemática, assim como na formação básica dos professores da disciplina.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
GEOGEBRA: FERRAMENTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DAS FIGURAS ESPACIAIS - CUBO, PARALELEPÍPEDO, CONE, CILINDRO E ESFERA	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes Aderian dos Santos Rodrigues	
DOI 10.22533/at.ed.0341903091	
CAPÍTULO 2	14
A INVESTIGAÇÃO, O DIÁLOGO E A CRITICIDADE NOS PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSOS DE LICENCIATURA EM EDUCAÇÃO DO CAMPO	
Aldinete Silvino de Lima Iranete Maria da Silva Lima	
DOI 10.22533/at.ed.0341903092	
CAPÍTULO 3	25
REVISITANDO A GEOMETRIA: SIMETRIA NO PLANO	
Leila Pessôa Da Costa Sandra Regina D'Antonio Verrengia	
DOI 10.22533/at.ed.0341903093	
CAPÍTULO 4	35
A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA E ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL DEFINIDA	
José Cirqueira Martins Júnior.	
DOI 10.22533/at.ed.0341903094	
CAPÍTULO 5	47
SABERES ESPECÍFICOS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA, UTILIZANDO O GEOGEBRA	
Sidimar Merotti Viscovini Josimar de Sousa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903095	
CAPÍTULO 6	55
APRENDIZAGEM INTERATIVA COM O SITE EDUCACIONAL KHAN ACADEMY INTERMEDIADA PELA PLATAFORMA MOODLE	
Ana Carolina Camargo Francisco Maria Angélica Calixto de Andrade Cardieri Mônica Oliveira Pinheiro da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.0341903096	
CAPÍTULO 7	61
AS ESTRUTURAS ALGÉBRICAS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: POR QUÊ?	
Nancy Lima Costa Juciely Taís Silva de Santana	
DOI 10.22533/at.ed.0341903097	

CAPÍTULO 8	71
CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS	
Givaldo da Silva Costa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903098	
CAPÍTULO 9	82
PROJETO DE INTERVENÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA USANDO COMO FERRAMENTA DIAGNÓSTICA DADOS DAS MACROAVALIAÇÕES	
Ricardo Figueiredo Santos	
Joanil da Silva Fontes	
DOI 10.22533/at.ed.0341903099	
CAPÍTULO 10	89
CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL EM LARGA ESCALA: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA DA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA	
Alexandra Waltrick Russi	
Regina Albanese Pose	
Larissa Bueno Fernandes	
Vinícius Basseto Félix	
DOI 10.22533/at.ed.03419030910	
CAPÍTULO 11	103
UMA PROPOSTA DE ENSINO HÍBRIDO PARA ALUNOS INGRESSANTES EM CURSOS SUPERIORES COM CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA	
Ubirajara Carnevale de Moraes	
Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	
Vera Lucia Antonio Azevedo	
DOI 10.22533/at.ed.03419030911	
CAPÍTULO 12	114
APRENDIZAGEM E IDENTIDADE DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NAS PRÁTICAS DO ESTÁGIO SUPERVISIONADO INTERDISCIPLINAR DA FE/UNICAMP	
Jenny Patricia Acevedo Rincón	
DOI 10.22533/at.ed.03419030912	
CAPÍTULO 13	125
PERCEPÇÕES DE LICENCIANDOS SOBRE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGENS NOS ANOS INICIAIS	
Valéria Risuenho Marques	
Raquel Batista Corrêa	
DOI 10.22533/at.ed.03419030913	
CAPÍTULO 14	135
PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM GEOGEBRA E UMA PROPRIEDADE DOS QUADRILÁTEROS	
Vinícius Almeida Louredo Gonçalves	
Ana Carolina Silva Adolfo	
Jéssica Vieira da Silva	
Uender Barbosa de Souza	
DOI 10.22533/at.ed.03419030914	

CAPÍTULO 15	144
REFLEXÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DE PIAGET NO TRABALHO COM A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS	
Bruna Sordi Rodrigues Camila de A. Cabral Romeiro Fernando Rodrigo Zolin Marcelo Salles Batarce	
DOI 10.22533/at.ed.03419030915	
CAPÍTULO 16	154
PRÁTICAS DE PESQUISA PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	
Simone Simionato dos Santos Laier Elisangel Dias Brugnera	
DOI 10.22533/at.ed.03419030916	
CAPÍTULO 17	168
TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÕES	
Eduarda de Jesus Cardoso	
DOI 10.22533/at.ed.03419030917	
CAPÍTULO 18	179
APRESENTANDO PESQUISAS E POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA	
João Lucas de Oliveira Frederico da Silva Reis	
DOI 10.22533/at.ed.03419030918	
CAPÍTULO 19	189
UM PONTO DE VISTA SOCIOLÓGICO DO <i>PROFMAT</i>	
José Vilani de Farias	
DOI 10.22533/at.ed.03419030919	
CAPÍTULO 20	197
EXPLORANDO A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE LÍNGUA PORTUGUESA E MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA	
Cassio Cristiano Giordano	
DOI 10.22533/at.ed.03419030920	
CAPÍTULO 21	208
A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL POR MEIO DE JOGOS	
Patrícia Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.03419030921	
CAPÍTULO 22	215
FOLHAS DE ATIVIDADES ENVOLVENDO PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E MATEMÁTICA FINANCEIRA	
Roberta Angela da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.03419030922	

SOBRE O ORGANIZADOR.....	227
ÍNDICE REMISSIVO	228

APRESENTANDO PESQUISAS E POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA

João Lucas de Oliveira

Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Ouro Preto – MG.

Frederico da Silva Reis

Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Ouro Preto – MG.

PRESENTING RESEARCH AND
POSSIBILITIES OF USING INFORMATION
AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES
IN THE TEACHING OF MATHEMATICAL
ANALYSIS

RESUMO: Este trabalho constitui-se numa pesquisa de natureza teórica, a partir de uma revisão bibliográfica que apresenta algumas possibilidades de utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática – TICEM, especialmente, no ensino de Análise Matemática. Inicialmente, trazemos pesquisadores da Educação Matemática no Ensino Superior que delineiam um caminho do Ensino de Cálculo para o Ensino de Análise. A seguir, relacionamos a discussão das TICEM e apresentamos pesquisas relacionadas à sua utilização no ensino de Análise. Concluímos apontando novas possibilidades a partir das discussões geradas.

PALAVRAS-CHAVE: Tecnologias da Informação e Comunicação; Ensino de Análise; Educação Matemática no Ensino Superior

ABSTRACT: This work is a theoretical study, which stems from a bibliographical review that presents some possibilities of using Information and Communication Technologies in Mathematics Education – TICEM, especially, in the teaching of Mathematical Analysis. Firstly, we bring researchers in Mathematics Education for Higher Education, who outline a path from the Teaching of Calculus to the Teaching of Analysis. Then, we relate the TICEM's discussions and present research related to their application in the Teaching of Analysis. From the discussions brought about, we conclude the study pointing out new possibilities.

KEYWORDS: Information and Communication Technology; Teaching of Analysis; Mathematics Education in Higher Education.

1 | OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Objetiva-se neste trabalho apresentar algumas pesquisas que apresentam possibilidades de utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de

Análise Real.

Para isso, buscamos coletar e analisar trabalhos relacionados ao tema no banco de dissertações e teses da CAPES, em artigos em periódicos e em trabalhos completos publicados em anais de congresso. Seleccionamos, então, pesquisas voltadas ao Ensino de Análise e uso de *softwares*, como GeoGebra e Maple, na construção de conceitos de / no Cálculo / Análise, como por exemplo, o conceito de Integral de Riemann, dentre outros.

2 | CAMINHANDO DO ENSINO DE CÁLCULO PARA ENSINO DE ANÁLISE

Após lecionar Cálculo durante anos para diversos cursos na Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, Reis (2001) questionou-se sobre o que ensinar, como ensinar e para quê ensinar. Ele defende que muitas das dificuldades no entendimento da disciplina estão na prática pedagógica, pois grande parte dos docentes da disciplina de Cálculo abordam os mesmos tópicos, da mesma maneira (formalista e com muitos procedimentos, sem a utilização de livros que exploram mais situações-problemas, exemplos aplicados, etc), em diferentes cursos de distintas áreas de conhecimento, não levando em consideração as buscas profissionais dos estudantes. Para o pesquisador

A prática pedagógica do professor de Cálculo deve se pautar, primeiramente, na reflexão e compreensão do papel fundamental do Cálculo Diferencial e Integral na formação matemática de seus alunos. Somente estabelecendo elementos que esclareçam a real função do Cálculo na formação matemática do aluno, o professor terá condições de refletir sobre que objetivos traçar, que conteúdos e metodologias estabelecer, enfim, que prática pedagógica desenvolver. (REIS, 2001, p.23)

Então, podemos nos perguntar em relação ao ensino de Cálculo já buscando uma relação com o ensino de Análise nos cursos de Matemática: Será que existe uma visão tão dicotômica entre os ensinamentos de Cálculo e de Análise? O que retratam as pesquisas? Seria possível relacionar as Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática – TICEM com esse contexto do ensino e da aprendizagem objetivando por uma “suavidade” da tensão que ocorre na transição entre o Cálculo e a Análise?

Para muitos estudantes de graduação em Matemática, o primeiro contato com a disciplina de Análise se insere no meio ou no final do curso. Tal disciplina é precedida de situações já vivenciadas pelos discentes nos Cálculos nos quais, equivocadamente, alguns professores transpõem didaticamente suas metodologias baseadas apenas numa crença de que devem se basear somente na intuição (em relação ao Cálculo) e somente no rigor (em relação a Análise) e, com isso, não observam uma complementariedade desses dois aspectos.

Em geral, os alunos apresentam muitas dificuldades ao iniciarem sua primeira disciplina de Análise, principalmente por esta tratar de abordagens excessivamente formais. Aqui, os teoremas e os conceitos ganham outra notoriedade, em relação

a como são apresentados no Cálculo. Lá, os estudantes são acostumados com processos e manipulações algébricas (geométricas), objetivando apenas uma resposta final. Grande parte dos alunos não se preocupa com a significação dos conceitos, aspecto relevante na aprendizagem de Análise. Em determinados momentos no ensino de Análise, alguns professores costumam adotar posturas privilegiadas do rigor (formalista, simbólico-proposicional) em relação à intuição (imagens visuais, argumentações descritivas), não oportunizando a percepção visual dos estudantes em muitos casos e limitando-os na construção dos conceitos.

Nessa difícil tarefa que cabe ao professor, Pinto (1998) reconhece a dificuldade do ensino da Análise Matemática, onde essa disciplina ocupa posição central nos processos de transição entre o pensamento elementar e o avançado.

Em seu estudo, a pesquisadora identificou dificuldades de diferentes alunos de uma disciplina de Análise, em seus primeiros contatos com a Matemática formal. Ela procurou observar algumas diferenças marcantes existentes entre a Matemática elementar, aquela vista na Educação Básica e até mesmo em cursos de Cálculo e a matemática formalista, presente no ensino de Análise; utilizou como referencial para coleta e análise de seus dados a teoria do *Advanced Mathematical Thinking Group*; dividiu seu trabalho em duas etapas, sendo a primeira realizada com alunos da Licenciatura um período após eles cursarem a disciplina e a segunda, com uma mescla de bacharelandos e licenciandos durante o curso de Análise Pinto (2001) separou os estudantes em dois tipos: os que *extraem significados* (aceitam as regras do jogo; partem das definições formais dos conceitos e trabalham com as novas noções de prova) e os que *atribuem significado* (relacionam-se com as novas ideias em um novo contexto através da experiências/experimentações mentais prévias) e categorizou-os finalmente em *definições, argumentos e imagens*. As definições em: descritivas, formais corretas ou distorcidas. Os argumentos: *baseados na teoria formal* ou *baseados em imagens*. As imagens: *construídas a partir da definição* ou *não construídas a partir da definição*.

Ao observar os alunos, a pesquisadora concluiu que dentre os que *extraem significados* alguns fazem o uso da memória, porém não de forma mecânica. Ela acredita que tal processo é importante no estudo da Matemática quando trabalhada de maneira mobilizada. Suas *definições* são, em geral, simbólicas - proposicionais com a predominância de representações verbais e construídas corretamente. Em relação aos *argumentos*, baseiam-se na teoria formal. As *imagens* são trabalhadas a partir das definições como critério de tomada de decisão. Para aqueles estudantes que fazem o uso mecanizado da memória, as três categorias são baseadas na teoria formal, mas aparentam serem compartimentalizadas, com argumentos decorados e imagens distorcidas.

No grupo dos pesquisados que englobam os que *atribuem significados*, Pinto (2001) destaca a participação de Chris, que ao utilizar inúmeras representações, faz constante uso de imagens visuais com a preocupação de não perder o novo contexto

de vista, objetivando tornar o conceito concreto. No entanto, suas *argumentações* são baseadas em experimentações mentais de forma a não serem utilizadas para provar afirmações e sim, atribuir significado para o conteúdo formal, concluindo-as em um contexto formal. Suas *definições* são descritivas e suas *imagens* são construídas a partir das definições, acarretando / evocando numa reconstrução de suas experimentações prévias o que acarreta um conflito entre o conhecimento prévio e o novo. A pesquisadora também retrata o fato dos *argumentos* serem essencialmente baseado em *imagens*, o que significaria um fracasso por parte do estudante. Preocupada com os possíveis meios de investigação inseridos nessa transição do Cálculo para a Análise Real, Pinto (2001) afirma que “não há uma engenharia ou fórmula única para conduzir o ensino de Matemática avançada”.

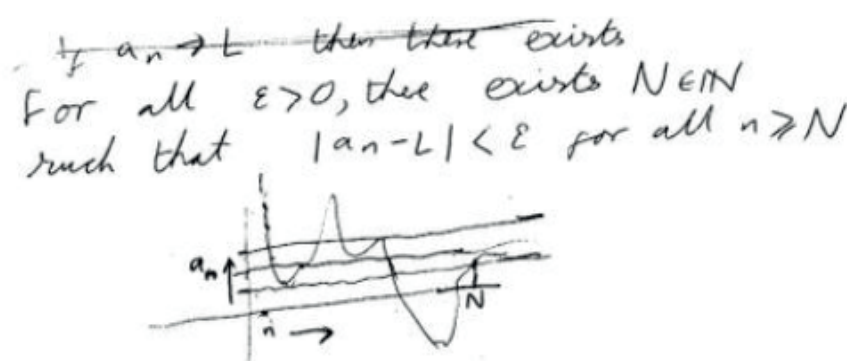


Figura 1. Chris atribuindo significado com o uso de imagens visuais . Fonte: Pinto (2001)

Como existem poucas pesquisas focando o ensino de Análise na perspectiva da formação de professores de Matemática, concluímos o presente item com o trabalho de Amorim e Reis (2013) que destaca a dificuldade da tarefa de se ensinar Análise por demandar dos professores uma reflexão sobre seus objetivos e metodologias. Os pesquisadores ressaltam a importância do planejamento da disciplina para o curso de Licenciatura em Matemática, uma vez que a Análise é uma ponte entre a formalização dos conceitos e conteúdos que serão ensinados pelo futuro Professor de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio (BRITO, 2010).

3 | RELACIONANDO AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Numerosas são as pesquisas envolvendo as TICEM com o ensino de Cálculo. Entretanto, são poucas as pesquisas realizadas que relacionam as TICEM com o ensino de Análise. Baroni e Otero-Garcia (2013) após levantamentos de pesquisas em nível nacional, afirmaram não ter encontrado nenhuma pesquisa relacionando tecnologias no ensino de Análise.

Diante desse cenário, nos perguntamos: A utilização de *softwares* no ensino dessa disciplina poderia contribuir para a aprendizagem dos alunos?

A utilização de alguns tipos de *softwares* pode significar um rompimento com o ensino de alguns conceitos trabalhados quase que exclusivamente por noções algébricas e simbólicas, dificultando assim a visualização e a experimentação das atividades. As tecnologias devem objetivar, dentre outras coisas, construir conceitos, fazer Matemática, investigar e significar soluções numéricas. A dinâmica da utilização de um *software* pode motivar o estudante a pesquisar, experimentar e procurar novas soluções relacionadas a um problema. Em particular, em relação ao conceito de Integral abordado tanto no ensino de Cálculo como no de Análise, o estudante pode elaborar gráficos, partições, realizar cálculo de somas inferiores e superiores, representando-os por meio de um programa. Assim, ele investiga, explora e visualiza.

Com o tempo, as tecnologias educacionais foram ganhando espaço na sala de aula, transformando, em alguns aspectos, o ensino e a aprendizagem. Os alunos, quando direcionados de forma correta, atuam como atores em um processo de investigação no qual se estabelecerão novos desafios cognitivos. Com isso, o computador ajuda nessa transformação e na reorganização do modo de pensar, como destacam Borba e Penteadó (2012).

4 | ALGUMAS PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE ANÁLISE E TECNOLOGIAS

Em sua dissertação “Experimentação-com-tecnologias: revisitando alguns conceitos de Análise Real”, Mazzi (2014) investiga algumas possibilidades para o ensino e aprendizagem de conceitos na Análise Real, a partir do uso do *software* GeoGebra. Apoiando-se principalmente nos trabalhos de De Villiers (2003) e Borba e Villareal (2005), o autor subsidia o conceito de “Experimentação-com-tecnologia” juntamente com o papel da visualização no desenvolvimento da aprendizagem matemática.

Baseando-se na triangulação de dados proposta por Araújo e Borba (2004), Mazzi (2014) investigou com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UNESP de Rio Claro – São Paulo no qual seu levantamento de dados ocorrera com foco em conceitos de Convergência de Sequências Numéricas, resultados de convergência de sequências, e do Teorema do Valor Intermediário. O autor ainda destaca a utilização de entrevistas, após cada experimento de ensino.

Mesmo já possuindo conhecimento prévio dos conceitos trabalhados na pesquisa, Mazzi (2014, p.42) destaca que “as alunas tiveram dificuldades em discutir os no decorrer das atividades propostas”. Para o autor, tais atividades proporcionaram discussões entre os sujeitos de tal modo a contribuir para o ensino e aprendizagem na Análise. Entre essas discussões, Mazzi (2014) destaca: possibilidade de refutação de conjecturas, verificação de hipóteses, definições de sequências limitadas e monótonas, aspectos visuais utilizados com o GeoGebra na possibilidade de gerar dificuldade de entendimento de conceitos, compreensão da noção de convergência, etc. A partir desse

quadro de discussões, (MAZZI, 2014, p.105) conclui que “a utilização de um *software* no ensino da disciplina Análise pode trazer contribuições para a aprendizagem dos alunos”.

Herceg e Herceg (2009) investigaram o conhecimento teórico, visual e prático do conceito de Integral definida com estudantes universitários. Para isso, utilizaram da integração dos *softwares* Mathematica e GeoGebra, objetivando a visualização (conceito) e computação (aproximação de integrais e métodos computacionais) a partir de gráficos, imagens, mudanças de parâmetros, etc. Por meio do uso do Mathematica, observaram-se mudanças de parâmetros e valores para as somas superiores, inferiores e ponto médio.

Para os autores, calcular uma aproximação para a integral definida por meio de métodos numéricos, é necessário usar as Somas de Riemann. Os pesquisadores utilizaram-se do fato de uma integral definida ser um limite de somas e, com isso, especial atenção foi dada às Somas de Riemann e aos limites dessas somas. Seu objetivo era mostrar que as Somas de Riemann poderiam ser pensadas como uma aproximação de valores da integral definida e apresentar seus comportamentos de integração. A metodologia utilizada foi basicamente quantitativa e os resultados apontaram que o uso dos *softwares* tem um impacto positivo na aprendizagem e na habilidade dos estudantes.

Scucuglia (2006) investigou o Teorema Fundamental do Cálculo – TFC por meio de programas e comandos da calculadora gráfica TI-83, de modo a pesquisar como eram condicionados os pensamentos dos estudantes do 1º ano de Licenciatura em Matemática. Para isso, o autor utilizou experimentos de ensino onde os alunos estabeleceram conjecturas sobre o TFC. Alguns conceitos envolvidos versavam sobre Somas de Riemann e Integral, inerentes ao TFC. Objetivando uma demonstração do TFC, Scucuglia (2006) introduziu tal ideia de forma intuitiva e simplificada, antes da simbologia formalista da Matemática. Sua abordagem “experimental-com-tecnologia” possibilitou uma maior discussão de questões matemáticas, de modo a relativizar um paralelo com a simbologia mais formal da Matemática vista posteriormente.

Já Attorps et al (2011) investigaram um experimento de ensino em relação ao conceito de Integral Definida no ensino de Matemática universitária. O objetivo da pesquisa era a concepção de sequências de ensino para Integral Definida, com a utilização do *software* GeoGebra, com vistas a facilitar a aprendizagem matemática de estudantes universitários. A metodologia de pesquisa foi quantitativa e tal investigação ocorreu em uma universidade da Suécia. Os sujeitos foram estudantes de Cálculo em um curso de Engenharia. De acordo com a Figura a seguir, destacamos uma atividade do questionário, cujo objetivo foi testar a concepção intuitiva dos estudantes sobre o conceito de Integral Definida como um limite de processo, em particular, por meio de Somas Superiores de Riemann.

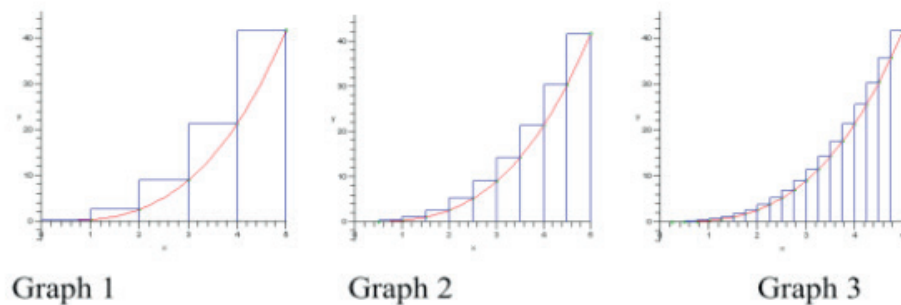


Figura 2. Somas Superiores

Fonte: Attorps et al (2011)

Dentre os objetos criados no GeoGebra para uma sequência de ensino, os autores destacaram o uso deles para o cálculo numérico da Integral Definida por meio de somas superiores e inferiores, e a abordagem do conceito de Integral Definida a partir de inerentes limites dos processos (como mostra a figura abaixo). Por meio desses objetos, foi possível explorar quantos subintervalos o domínio da função em questão poderia mostrar. Segundo os autores, o objetivo da aplicação era mostrar que o aumento do número desses subintervalos diminui a diferença entre as somas superiores e inferiores e, com isso, essas somas coincidem com valor da integral, como mostra a Figura a seguir:

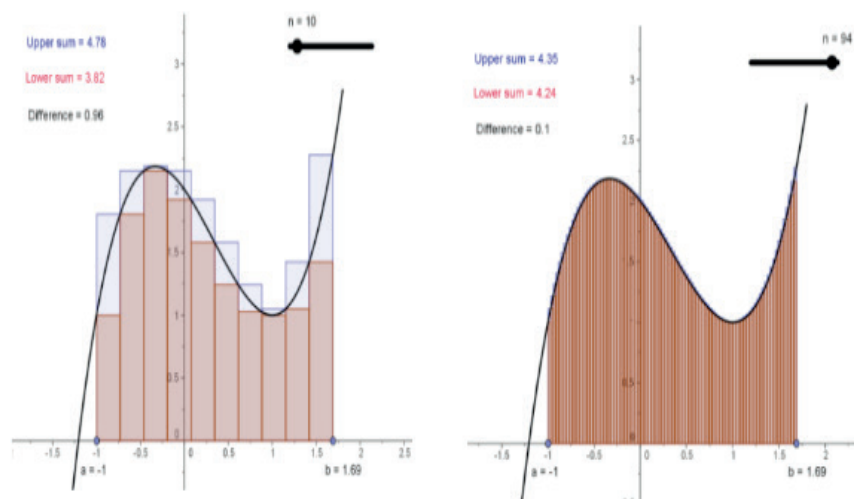


Figura 3. Somas Superiores e Inferiores com o GeoGebra

Fonte: Attorps et al (2011)

Como segundo exemplo de aplicação com o GeoGebra, os autores objetivaram mostrar que o valor da área entre a função, o eixo x e o valor da integral nem sempre são os mesmos. Para Attorps et al (2011, p.6), “enquanto a área é sempre um número real não-negativo (não necessariamente constante), valor da integral pode ser qualquer número real”. Para isso, tal atividade possibilitou os estudantes explorarem

os intervalos no eixo x e, com isso, obtiveram para cada subintervalo, valores distintos de áreas e integrais. Assim, para os pesquisadores, o entendimento do conceito de Integral perpassa por um contexto mais amplo, envolvendo o significado de integral como um número real e não apenas área sob a curva, como muitos livros apresentam.

Alves e Neto (2012) usaram o GeoGebra para explorar definições e teoremas na Análise. Entre as definições exploradas encontram-se: funções limitadas e ilimitadas em uma vizinhança, convergência de sequências de números reais, assim como suas subsequências e valores de aderência. Em relação aos teoremas, destaca-se a exploração do Teorema do “Sanduíche” em Análise onde os autores apresentam inúmeras aplicações deste resultado matemático. Os pesquisadores buscaram oportunizar ao aprendiz, a partir da visualização com suporte do *software*, uma ressignificação conceitual e construção de propriedades formais desses aspectos matemáticos citados anteriormente, com vistas a um futuro apoio para um contexto mais formal da Análise.

Utilizando do *software* GeoGebra na transição do Cálculo e a Análise, Alves (2012) explorou algumas noções topológicas com essa tecnologia. O pesquisador utilizou a visualização a partir do *software* como fator importante na possibilidade de construção de conceitos da Análise pelos estudantes. Os conceitos explorados foram, dentre outros, sequências de números reais, conjuntos compactos, continuidade uniforme, etc.

Alves (2012) ainda defende a integração de dois *softwares* como suporte na possibilidade de produção do conhecimento matemático quando este fica limitado de alguma maneira com a utilização apenas do *software* GeoGebra. Para isso, Alves (2012, p.176) afirma que “ferramentas computacionais como o *GeoGebra* ou o *CAS Maple* possibilitam explorar a visualização, a evolução de imagens mentais, o uso de metáforas, a produção de *insights* [...]”.

Diante de funções como $h(x) = \{0, \text{ se } x \in \mathbb{Q}; 1, \text{ se } x \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$, Alves (2012) destaca o fato delas não poderem ter seus gráficos esboçados pelo GeoGebra. Porém, o autor argumenta que, para uma solução desse fato, precisaríamos “recorrer a outros programas mais sofisticados, como os de computação algébrica (CAS)” (ALVES, 2012, p.175) o que demonstra, num certo sentido, que as tecnologias também apresentam limitações em sua utilização.

Melo (2002) investigou qualitativamente a função do *software Maple* na prática de ensino e aprendizagem da Integral de Riemann como limite comum de somas superiores, inferiores e médias. Seu objetivo foi responder à pergunta: “Os alunos são capazes de construir o conceito da Integral, por meio de atividades que levem em conta sua gênese, utilizando um *software* matemático?” (MELO, 2002, p.7). Para responder a tal questão, o autor elaborou e aplicou uma sequência de ensino em um ambiente computacional, no qual baseou sua fundamentação teórica, além de trazer alguns elementos históricos da Integral. O autor observou que as atividades da sequência proporcionaram aos estudantes o aprofundamento dos processos de

visualização, conjecturar, simulação, refutação, validação de conceitos e resultados.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluimos este trabalho enfatizando, como muitos dos autores aqui destacaram a necessidade do uso crítico das TICEM em aulas de Matemática e, especialmente, nas aulas de Análise, ressaltando um melhor aproveitamento da mídia, quando se conhece a fundo suas potencialidades e limitações.

Inerente a isso, destacam-se algumas possibilidades de abordagens pedagógicas, objetivando-se uma construção de conceitos relacionados à Análise e/ou na transição desses, em via de mão dupla entre o Cálculo e a Análise. Deve-se observar, dentre essas possibilidades, o uso conjunto de diferentes mídias para tal finalidade. Para tanto, deve-se buscar alguns significados, bem como se utilizar da exploração, visualização, conjecturar e construção desses conceitos e de teoremas, como por exemplo, para o caso da Integral de Riemann (OLIVEIRA, 2016), do Teorema Fundamental do Cálculo, do Teorema do “Sanduíche”, de Sequências de Números Reais, dentre outros.

REFERÊNCIAS

- ALVES, F. R. V. Exploração de noções topológicas na transição do Cálculo para a Análise Real com o GeoGebra. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 1, p. 165-179, 2012.
- ALVES, F. R. V.; BORGES NETO, H. Interpretação Geométrica de definições e teoremas: o caso da análise real. In: **CONFERÊNCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA**, Montevideu. Anais. Editora Universitária, 2012. p. 322–329.
- AMORIM, L. I. F.; REIS, F. S. A (Re) construção do conceito de limite do Cálculo para a Análise. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, L. B.; CARVALHO, A. M. F. **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. Campinas, SP: Papirus, 2013. p. 277-305.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (.). **Pesquisa Qualitativa em Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- ATTORPS, I.; BJÖRK, K.; RADIC, M. **The use of mathematics software in university mathematics teaching**. The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME7. Rzeszów, Poland: [s.n.]. 2011.
- BARONI, R. L. S.; OTERO-GARCIA, S. C. **Análise Matemática no Século XIX**. Campinas: Sbhmat, 2013.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, v. 39, 2005.
- BRITO, A. B. **Questionando o Ensino de Conjuntos Numéricos em disciplinas de Fundamentos**

de Análise Real: Da abordagem de livros didáticos para a sala de aula em cursos de Licenciatura em Matemática, Dissertação de Mestrado. Programa Profissional de Pós-Graduação em Educação Matemática - Universidade Federal de Ouro Preto-UFOP, Ouro Preto, 2010.

DE VILLIERS, M. **The value of experimentation in mathematics**. In: NATIONAL CONGRESS OF AMESA 9, 2003, Cape Town. Anais. Cape Town: University of the Western Cape, 2003. Disponível em: <<http://mysite.mweb.co.za/residents/profmd/experiment.pdf>>. Acesso em: 15 Junho 2014.

DOMINGUES, H. A Demonstração ao Longo dos Séculos. **Bolema. Boletim de Educação**, v. 18, p. 55-67, 2002.

HERCEG, D.; HERCEG, D. The definite integral and computers. **The teaching of mathematics**, Vol XII, p. 33-44, 2009. Disponível em: <<http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/22/tm1215.pdf>>. Acesso em: 21 Janeiro 2015.

MAZZI, L. C. **Experimentação-com-o-Geogebra**: revisitando alguns conceitos da análise real. 2014. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro: [s.n.], 2014.

MELO, J. M. R. **Conceito de Integral. Uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem**, 180f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP, São Paulo, 2002.

OLIVEIRA, J. L. **A utilização de softwares dinâmicos no Ensino de Análise Real: Um estudo sobre a construção do Conceito de Integral de Riemann**. Dissertação de mestrado. 141 f. - Universidade Federal de Ouro Preto. UFOP. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática., Ouro Preto - MG, 2016.

PINTO, M. M. F. **Student's Understanding of Real Analysis**, Tese de Doutorado. University of Warwick. England, 1998.

PINTO, M. M. F. Discutindo a transição dos Cálculos para a Análise Real. In: LACHINI, J.; LAUDARES, J. B. (.). **Educação Matemática: A prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo**. Belo Horizonte: Fumarc, 2001. p. 123-145.

REIS, F. S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos**, 2001. 302f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, UNICAMP, Campinas, 2001.

SCUCUGLIA, R. **A investigação do teorema fundamental do cálculo com calculadoras gráficas**. [S.l.]: [s.n.], 2006. 145 f. Mestrado – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2006.

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Algébricas 41, 42, 48, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 69, 84, 181, 183

Ângulos 27, 29, 49, 50, 51, 52, 135, 137, 139, 140

Anos Iniciais 25, 29, 33, 54, 71, 72, 75, 125, 126, 127, 130, 144, 146, 149, 152, 153, 214

Aprendizagem Virtual 55

Aula Invertida 103, 109, 110, 111, 112

C

Comunidades de Prática 114, 115, 117, 118, 120, 121, 122, 123

Conceito 6, 20, 26, 29, 35, 36, 39, 41, 44, 45, 51, 66, 71, 75, 76, 79, 85, 86, 105, 151, 168, 169, 173, 174, 175, 180, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 191, 193, 209

Conhecimento técnico-instrumental 154

D

Didática para Geometria 47

E

Educação Matemática Crítica 14, 16, 17, 18, 19, 21, 24

Ensino de análise 179, 180, 188

Ensino Híbrido 103, 104, 105, 106, 108, 109, 112

Estágio supervisionado interdisciplinar 115

F

Figuras Espaciais 1, 2, 3, 7, 12

G

Geometria 2, 3, 4, 6, 7, 12, 13, 25, 26, 28, 29, 33, 34, 41, 45, 47, 48, 97, 135, 137, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 178

Graduandos 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 165

I

Instrumentalização 71, 72, 155, 199

Integral definida 35, 36, 41, 44, 45, 184, 185

Investigação Matemática 135, 137, 138, 141, 142, 143

J

Jean Piaget 144, 145, 147, 149, 150, 153

Jogo de Sinais 61, 69

Jogos 61, 67, 164, 196, 208, 209, 210, 213, 214

K

Khan Academy 55, 56, 57, 58, 59

L

Licenciatura em educação do campo 14, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23

M

Macroavaliações 82, 83, 84, 85, 87

Matemática acadêmica e escolar 189

Mestrado profissional 189, 190

Moodle 55, 56, 57, 58, 59, 60, 103, 107, 110, 112

N

Níveis de aprendizagem 168, 172

P

Percepções 40, 125, 126, 129

Prática docente 21, 23, 44, 89, 93, 111, 123, 145, 155, 166, 190

Projeto de Intervenção 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 82, 83

Projetos Interdisciplinares 29, 197, 202, 206

S

Saberes da experiência 47, 49, 54

Saberes específicos 47

Significado 19, 71, 75, 79, 114, 116, 117, 118, 171, 181, 182, 186, 202, 216

Simetria de figuras no plano 25

Software Geogebra 1, 2, 4, 5, 6, 13, 48, 50

T

Tecnologias da Informação e Comunicação 179, 180

Teoria de resposta ao item 87, 89, 90, 91, 99

TSD 197, 200, 202, 206

V

Van Hiele 26, 27, 29, 34, 168, 169, 172, 178

Visualização 3, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 135, 142, 170, 171, 183, 184, 186, 187

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-603-4

