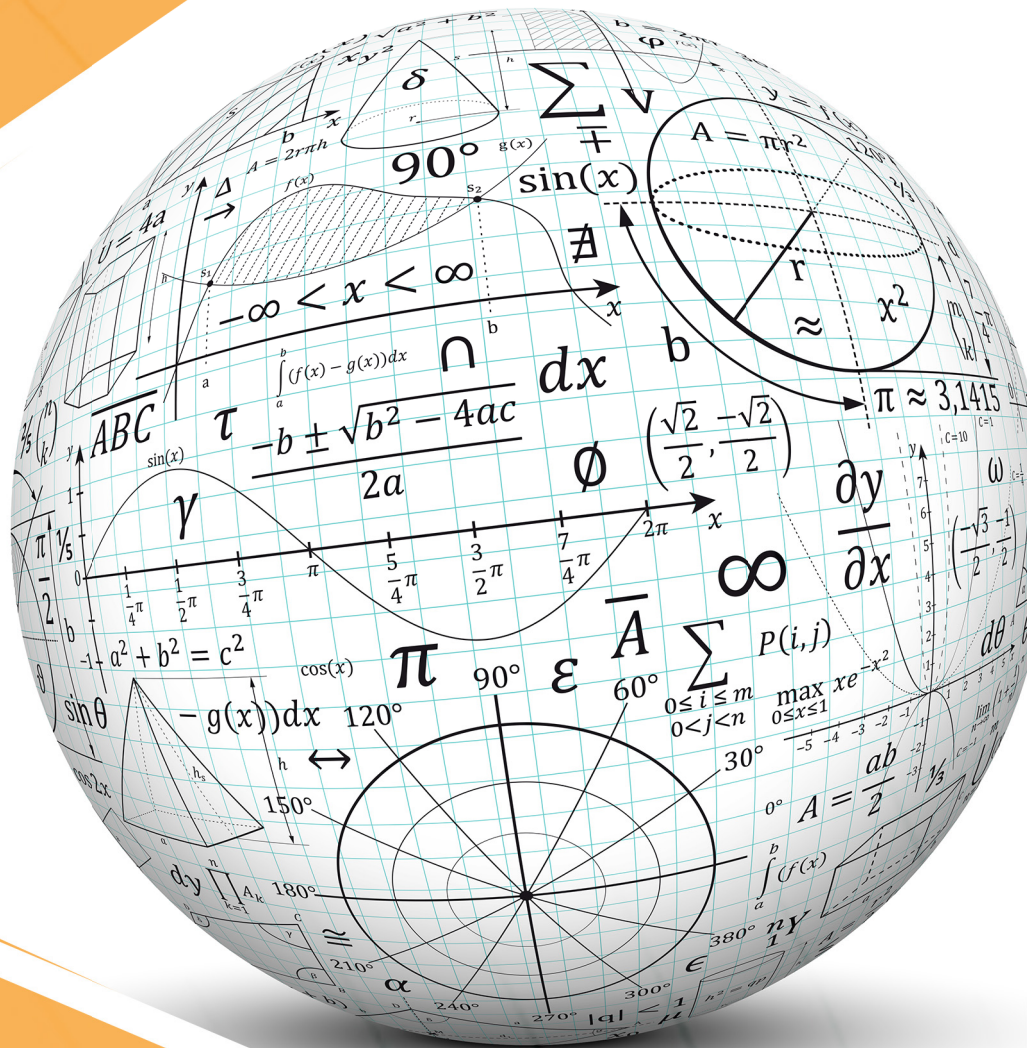


Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)



Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

**Felipe Antonio Machado Fagundes
Gonçalves**

(Organizador)

Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
U58	Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-603-4 DOI 10.22533/at.ed.034190309 1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “Universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão sobre a Educação matemática, do Ensino Básico ao Superior. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas ao Ensino e Aprendizagem de Matemática, assim como na formação básica dos professores da disciplina.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
GEOGEBRA: FERRAMENTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DAS FIGURAS ESPACIAIS - CUBO, PARALELEPÍPEDO, CONE, CILINDRO E ESFERA	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes Aderian dos Santos Rodrigues	
DOI 10.22533/at.ed.0341903091	
CAPÍTULO 2	14
A INVESTIGAÇÃO, O DIÁLOGO E A CRITICIDADE NOS PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSOS DE LICENCIATURA EM EDUCAÇÃO DO CAMPO	
Aldinete Silvino de Lima Iranete Maria da Silva Lima	
DOI 10.22533/at.ed.0341903092	
CAPÍTULO 3	25
REVISITANDO A GEOMETRIA: SIMETRIA NO PLANO	
Leila Pessôa Da Costa Sandra Regina D'Antonio Verrengia	
DOI 10.22533/at.ed.0341903093	
CAPÍTULO 4	35
A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA E ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL DEFINIDA	
José Cirqueira Martins Júnior.	
DOI 10.22533/at.ed.0341903094	
CAPÍTULO 5	47
SABERES ESPECÍFICOS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA, UTILIZANDO O GEOGEBRA	
Sidimar Merotti Viscovini Josimar de Sousa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903095	
CAPÍTULO 6	55
APRENDIZAGEM INTERATIVA COM O SITE EDUCACIONAL KHAN ACADEMY INTERMEDIADA PELA PLATAFORMA MOODLE	
Ana Carolina Camargo Francisco Maria Angélica Calixto de Andrade Cardieri Mônica Oliveira Pinheiro da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.0341903096	
CAPÍTULO 7	61
AS ESTRUTURAS ALGÉBRICAS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: POR QUÊ?	
Nancy Lima Costa Juciely Taís Silva de Santana	
DOI 10.22533/at.ed.0341903097	

CAPÍTULO 8	71
CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS	
Givaldo da Silva Costa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903098	
CAPÍTULO 9	82
PROJETO DE INTERVENÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA USANDO COMO FERRAMENTA DIAGNÓSTICA DADOS DAS MACROAVALIAÇÕES	
Ricardo Figueiredo Santos	
Joanil da Silva Fontes	
DOI 10.22533/at.ed.0341903099	
CAPÍTULO 10	89
CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL EM LARGA ESCALA: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA DA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA	
Alexandra Waltrick Russi	
Regina Albanese Pose	
Larissa Bueno Fernandes	
Vinícius Basseto Félix	
DOI 10.22533/at.ed.03419030910	
CAPÍTULO 11	103
UMA PROPOSTA DE ENSINO HÍBRIDO PARA ALUNOS INGRESSANTES EM CURSOS SUPERIORES COM CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA	
Ubirajara Carnevale de Moraes	
Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	
Vera Lucia Antonio Azevedo	
DOI 10.22533/at.ed.03419030911	
CAPÍTULO 12	114
APRENDIZAGEM E IDENTIDADE DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NAS PRÁTICAS DO ESTÁGIO SUPERVISIONADO INTERDISCIPLINAR DA FE/UNICAMP	
Jenny Patricia Acevedo Rincón	
DOI 10.22533/at.ed.03419030912	
CAPÍTULO 13	125
PERCEPÇÕES DE LICENCIANDOS SOBRE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGENS NOS ANOS INICIAIS	
Valéria Risuenho Marques	
Raquel Batista Corrêa	
DOI 10.22533/at.ed.03419030913	
CAPÍTULO 14	135
PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM GEOGEBRA E UMA PROPRIEDADE DOS QUADRILÁTEROS	
Vinícius Almeida Louredo Gonçalves	
Ana Carolina Silva Adolfo	
Jéssica Vieira da Silva	
Uender Barbosa de Souza	
DOI 10.22533/at.ed.03419030914	

CAPÍTULO 15	144
REFLEXÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DE PIAGET NO TRABALHO COM A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS	
Bruna Sordi Rodrigues Camila de A. Cabral Romeiro Fernando Rodrigo Zolin Marcelo Salles Batarce	
DOI 10.22533/at.ed.03419030915	
CAPÍTULO 16	154
PRÁTICAS DE PESQUISA PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	
Simone Simionato dos Santos Laier Elisangel Dias Brugnera	
DOI 10.22533/at.ed.03419030916	
CAPÍTULO 17	168
TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÕES	
Eduarda de Jesus Cardoso	
DOI 10.22533/at.ed.03419030917	
CAPÍTULO 18	179
APRESENTANDO PESQUISAS E POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA	
João Lucas de Oliveira Frederico da Silva Reis	
DOI 10.22533/at.ed.03419030918	
CAPÍTULO 19	189
UM PONTO DE VISTA SOCIOLÓGICO DO <i>PROFMAT</i>	
José Vilani de Farias	
DOI 10.22533/at.ed.03419030919	
CAPÍTULO 20	197
EXPLORANDO A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE LÍNGUA PORTUGUESA E MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA	
Cassio Cristiano Giordano	
DOI 10.22533/at.ed.03419030920	
CAPÍTULO 21	208
A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL POR MEIO DE JOGOS	
Patrícia Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.03419030921	
CAPÍTULO 22	215
FOLHAS DE ATIVIDADES ENVOLVENDO PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E MATEMÁTICA FINANCEIRA	
Roberta Angela da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.03419030922	

SOBRE O ORGANIZADOR.....	227
ÍNDICE REMISSIVO	228

CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL EM LARGA ESCALA: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA DA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA

Alexandra Waltrick Russi

Regina Albanese Pose

Universidade Municipal de São Caetano do Sul
São Caetano do Sul – São Paulo

Larissa Bueno Fernandes

H0 Consultoria Estatística

Vinícius Basseto Félix

H0 Consultoria Estatística

RESUMO: O estudo convida o leitor para uma reflexão ampliada sobre aspectos estatísticos aplicados à avaliação educacional em larga escala. O que avaliar? Como avaliar? Quais são as inovações tecnológicas utilizadas na avaliação em larga escala? Quais inovações tecnológicas o professor pode e deve utilizar em sala de aula? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados divulgados pelo INEP? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados gerados em sala de aula? O que é Teoria de Resposta ao Item? Quando utilizar? Como interpretar?

PALAVRAS-CHAVE: Avaliação Educacional de Larga Escala; Teoria de Resposta ao Item; Probabilidade Condicional, Educação Matemática, Prática docente.

ABSTRACT: The study invites the reader to an extended reflection on statistical aspects

applied to large scale educational assessment. What to evaluate? How to assessment? What are the technological innovations used in large scale educational assessment? What technological innovations can the teacher use and use in the classroom? What statistical knowledge is required for the interpretation of the results released by INEP? What statistical knowledge is required for the interpretation of the results generated in the classroom? What is Item Response Theory? When to use? How to interpret?

KEYWORDS: Large Scale Educational Assessment; Item Response Theory; Conditional Probability, Mathematics Education, Teaching Practice.

1 | INTRODUÇÃO

O estudo convida o leitor para uma reflexão ampliada sobre aspectos estatísticos aplicados à avaliação educacional em larga escala. O que avaliar? Como avaliar? Quais são as inovações tecnológicas utilizadas na avaliação em geral? Quais inovações tecnológicas o professor pode e deve utilizar em sala de aula? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados divulgados pelo INEP? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos

resultados gerados em sala de aula? O que é Teoria de Resposta ao Item? Quando utilizar? Como interpretar?

Quando se opta por utilizar na análise dos resultados a Teoria de Resposta ao Item (TRI), alguns critérios devem ser adotados no delineamento das provas ou testes, como por exemplo a utilização/construção de matriz de referência, um instrumento de validação da proficiência medida, pautado em habilidades, competências, conteúdos e cenários ilustrativos para o nível avaliado (BLOOM, 1983), a ser utilizado para nortear a elaboração dos itens. É importante que este instrumento seja construído de forma que as habilidades, ou, o menor elemento representativo do traço latente, estejam dispostas desde o mais simples até o mais complexo nível de dificuldade. Pautada na matriz, a construção da prova deve ter como propósito a gestão do processo ensino-aprendizagem, permitindo a identificação de níveis do conhecimento, habilidade e atitudes (FERRAZ, 2010). Para possibilitar a análise pela Teoria de Resposta ao Item, além de um número grande de respondentes, que, efetivamente possam cobrir todas as possibilidades de respostas na prova, garantindo variabilidade e consistência interna na mesma, ainda, é necessário que os itens apresentem uma qualidade controlada. Para que, efetivamente, seja possível desenvolver e manter um sistema de gestão de avaliação que mensure a proficiência nas diversas áreas do sistema, pautadas em conhecimento, habilidades e atitudes; além de apontar algumas eficiências e deficiências no processo, em tempo de realizar ações no sentido de acelerar ou recuperar o que for necessário, deve-se considerar a necessidade e importância da capacitação docente, na construção da matriz curricular, matrizes de referência (para cada tipo de prova pré-determinado, quando não for possível utilizar matrizes já fundamentadas), elaboração de itens e construção provas e escalas.

Permeando todo o processo de educação, do nível básico ao superior, encontra-se a necessidade da verificação da aprendizagem dos estudantes, seja por meio de testes, listas, questionários, entre outros tipos de instrumentos. Nesse contexto, o processo de avaliação educacional está relacionado à produção de informações sobre o aprendizado (INEP, 2010). A partir dos resultados das avaliações, além da caracterização da aprendizagem dos estudantes sobre determinadas competências e habilidades, ações podem ser estabelecidas para aprimorar o método de ensino.

Além das avaliações internas, no âmbito escolar, elaboradas por professores ou pela equipe pedagógica da instituição, as avaliações externas, de larga escala, vêm ganhando cada vez mais espaço nos processos educacionais. Em avaliações de larga escala os instrumentos são aplicados simultaneamente a grandes amostras ou censos, de forma padronizada, incluindo, às vezes, alunos, professores, diretores e coordenadores (ROTHEN e SANTANA, 2018), e são elaboradas por um órgão externo às escolas, com a finalidade de fazer uma análise qualitativa e propor alternativas em âmbito mais amplo que o da instituição de ensino (INEP, 2010). Os instrumentos avaliativos do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) são avaliações em larga escala para diagnóstico do ensino básico no país desenvolvidas

pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), criado pelo INEP em 1998, tem por objetivo avaliar a qualidade do ensino médio no Brasil. A partir de 2009, o ENEM passou a ser utilizado como meio de acesso ao ensino superior em universidades públicas brasileiras, através do Sistema de Seleção Unificada (SiSU). A prova é realizada todos os anos e cada edição é composta por 180 questões, distribuídas em grupos de 45 questões nas quatro grandes áreas, avaliada em dois dias. Há também a aplicação de um tema de Redação. De acordo com o INEP, foram realizadas 7,6 milhões de inscrições na edição de 2017, das quais 6,7 milhões foram confirmadas e 4,7 milhões de candidatos efetivamente compareceram para a realização da prova. Todas as versões de cadernos de provas, em cada área do conhecimento, são compostas pelas mesmas 45 questões, apenas dispostas em ordenações diferentes ou em formatos diferentes (ampliado, libras, aplicador) e, os modelos são identificados por cores diferentes. Essa medida tem por objetivo evitar fraudes. Assim como são mantidas as mesmas 45 questões nas diferentes versões dos cadernos de testes de cada área, a redação apresenta os mesmos textos e materiais de apoio.

Os itens do ENEM são objetivos e de múltipla escolha, isto é, permitem ao candidato escolher a resposta entre um conjunto de cinco alternativas, sendo que apenas uma é correta (BRADFIELD e MOREDOCK, 1964). Um item, geralmente é formado por uma situação problema, ou um cenário real, seguido de um enunciado (consigna) a respeito do texto, com 5 alternativas de resposta das quais uma é o gabarito e as outras são os distratores (devem referenciar um erro). Todo item deve ilustrar uma “tarefa” que estime um traço latente (uma habilidade). A construção desses itens deve estar pautada em uma Matriz de Referência, construída em termos de competências e habilidades que se pretende avaliar (INEP, 2010). E, considerando o modelo de Teoria de Resposta ao Item, utilizado nessa prova, é possível observar que cada item deve estimar uma única habilidade, que se caracteriza como um traço latente, isto é, características de indivíduos que não podem ser medidas diretamente, algo mais subjetivo (ANJOS e ANDRADE, 2012).

A TRI surge num cenário em que há necessidade de complementar os resultados da Teoria Clássica dos Testes (ou da Medida) (TCT) e de solucionar algumas de suas limitações. Assim sendo, Lord (1952) e Rasch (1960), segundo Soares (2005), foram os primeiros a propor modelos estatísticos paramétricos para itens de testes que associavam a probabilidade de uma resposta correta à proficiência ou habilidade dos respondentes.

A TRI é composta por um conjunto de modelos matemáticos de forma que o objetivo, na avaliação, é avaliar a proficiência dos examinandos em um determinado teste. Assumindo a modelagem adotada pelo INEP no ENEM, modelo identificado como Modelo Logístico Unidimensional de três parâmetros (ML3), cujos parâmetros adotados são discriminação, dificuldade e acerto casual, verificam-se as probabilidades de acerto aos itens e o escore dos estudantes, de acordo com os conjuntos de

respostas dadas ao teste. A probabilidade de acerto a um item é uma função dos parâmetros desse item e da proficiência do examinando, ou seja, quanto maior a proficiência, maior a probabilidade de o respondente acertar ao item (Andrade et al., 2000). As estimativas dos parâmetros dos itens e das proficiências são calculadas com a utilização de métodos estatísticos a partir das respostas dos avaliados e do modelo proposto. Quando as estimativas dos parâmetros dos itens e das proficiências são posicionadas em uma escala psicométrica, é possível fazer uma interpretação pedagógica da escala, bem como, fazer a validação da matriz de referência adotada.

As provas do ENEM estão pautadas nas duas suposições básicas para a aplicação do ML3: unidimensionalidade do traço latente (i.e. o item estima um único traço latente) e independência local (os itens devem ser independentes). Além do modelo da TRI utilizado no ENEM, o mais popular, também são utilizados outros três em outras avaliações, Rasch¹, Modelo logístico unidimensional de 1 parâmetro (ML1)²(consideram apenas a dificuldade) e o Modelo logístico unidimensional de 2 parâmetro (ML2), (consideram a dificuldade e a discriminação) (Quadro 1).

<p>Modelos de Rasch e ML1</p> <p>Estima para cada item i um parâmetro b de dificuldade do item, assim a probabilidade de um indivíduo j com habilidade θ_j responder corretamente o item i é dada por $P(X = 1 \theta_j) = \frac{1}{1+e^{-(\theta-b_i)}}$ (Rasch) e $P(X = 1 \theta_j) = \frac{1}{1+e^{a(\theta-b_i)}}$ (ML1).</p> <p>Este modelo estima apenas um parâmetro para cada item, o parâmetro b de dificuldade do item, assim sendo, os modelos de Rasch e ML1 permitem um ajuste razoável com um tamanho de amostra razoavelmente menor que o necessário para os outros dois descritos neste quadro. No caso específico do modelo ML1, há estimação do parâmetro a de discriminação, mas este é comum para todos os itens. Contudo, importante verificar, que nestes modelos, é necessário verificar a premissa de que todos os itens tenham a mesma discriminação, para Rasch a discriminação é 1 e para ML1 é um valor estimado.</p>
<p>Modelo logístico de dois parâmetros (ML2)</p> <p>Estima para cada item i o parâmetro b de dificuldade do item e o parâmetro a de discriminação do item. Assim a probabilidade de um indivíduo j com habilidade responder corretamente o item i é dada por $P(X = 1 \theta_j) = \frac{1}{1+e^{a_i(\theta_j-b_i)}}$.</p> <p>Este modelo, permite um ajuste razoável para um tamanho de amostra razoavelmente menor que o tamanho que o modelo 3PL. Contudo, para este modelo é necessário que se verifique a premissa de que todos os itens tenham o mesmo valor para o parâmetro c (sensibilidade ao acerto).</p>
<p>Modelo logístico de três parâmetros (ML3)</p> <p>Estima para cada item i o parâmetro b de dificuldade do item, o parâmetro a de discriminação do item e o parâmetro c de probabilidade de acerto no item mesmo em caso de baixíssima habilidade θ – este parâmetro c comum e equivocadamente é chamado de parâmetro do chute, contudo, para estes pesquisadores, é utilizado como uma sensibilidade ao acerto do item, mesmo sem teoricamente, estar apto para a habilidade que o item estima. Assim a probabilidade de um indivíduo j com habilidade responder corretamente o item i é dada por $P(X = 1 \theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1+e^{a_i(\theta_j-b_i)}}$.</p> <p>Neste modelo, o número de amostra necessário deve ser tal que permita verificar uma variabilidade entre todas as respostas dos itens, e que garanta a estimação dos três parâmetros. Indicado para grandes amostras, e, para quando se tem a certeza de medir o parâmetro c (sensibilidade ao acerto).</p>

Quadro 1: Modelos da TRI mais utilizados em avaliações educacionais – elaboração própria

- 1 A discriminação do modelo é igual a 1.
- 2 A discriminação do modelo é estimada, mas igual para todos os itens avaliados no modelo.

2 | OBJETIVO

Promover reflexões críticas, pautadas pela prática docente e a pesquisa em avaliação educacional, para compreender, em termos estatísticos e psicométricos os resultados da TRI em uma prova específica do ENEM, e possibilitar sua interpretação pedagógica.

3 | METODOLOGIA

Foram utilizados os microdados do ENEM, mais especificamente do teste de matemática aplicado em 2017, disponibilizados de forma universal e gratuita no site do INEP, para a construção da base de dados deste estudo. Foram considerados como critérios de inclusão, estudantes que concluíram ou iriam concluir o Ensino Médio em 2017, com pontuação igual ou superior a 450 (Meta de corte considerada como mínima para a antiga certificação no ensino médio), que fizeram a prova azul 2º Dia Caderno 7 - Azul - 1ª Aplicação, com pelo menos 50% das respostas válidas (sem rasuras, respostas múltiplas ou respostas em branco); critérios de exclusão, todos os estudantes na condição de treineiros, na condição de não formados, todos os examinandos portadores de alguma deficiência, ou seja, que indicassem a necessidade de tratamento diferenciado nas análises estatísticas. De acordo com as condições estabelecidas acima, foi feito um recorte do arquivo de microdados do ENEM para a construção da base de dados deste estudo, que resultou em 670.267 respondentes.

A modelagem foi conduzida no *software* Bilog-MG, com o ajuste do modelo ML3 que é o mesmo utilizado pelo INEP nas avaliações do ENEM, resultou na exclusão de 2 dos 45 itens em teste, sendo retirado o item 8 na fase 1 (por padrão de resposta inadequado) e o item 4 na fase 2 (por problemas na calibração). Assim permaneceram 43 itens no modelo.

4 | RESULTADOS

As Curvas Características dos Itens (CCIs) ilustram (Figura 1) o “comportamento” dos itens em relação à toda a população supracitada deste recorte da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM de 2017. As informações de cada gráfico devem ser complementadas com os parâmetros dos itens e com os erros padrão dos parâmetros dos itens (Tabela 1).

A interpretação e análise dos parâmetros sugere alguns limites pautados na literatura pela estatística que, sob certas circunstâncias, devem ser discutidos com a equipe de especialistas da disciplina para estabelecer se um item, mesmo “fora de algum padrão estatístico”, deve ser mantido. Os especialistas devem justificar pela literatura, ou por uma reunião de consenso, os motivos pelos quais as informações deles e da estatística estão em desacordo. Deve-se ressaltar que as análises dos

especialistas, desde que fundamentadas, devem prevalecer à análise de uma prova, salvo condições em que o item impreterivelmente deva ser excluído das análises por critérios estatísticos (Quadro 2).

<p>Parâmetro a: discriminação</p> <p>Os valores de $a < 1$ podem ser considerados com pouco poder de discriminação. (Vey, 2011); as curvas referentes à itens com esses valores apresentam curvas mais íngremes (os itens com $a \geq 1$, apresentam curvas com ângulo de inclinação menor).</p>
<p>Parâmetro b: dificuldade</p> <p>Não existem referência a valores absolutos da dificuldade. Apenas é considerado que quanto maior o valor de b na escala, maior será a dificuldade em responder o item. O contrário é verdadeiro, ou seja, quando menor o valor de b, mais fácil é o item. As curvas que estiverem à direita de 0 (média), indicam uma dificuldade maior do que as que estiverem à esquerda de 0.</p>
<p>Parâmetro c: acerto ao item</p> <p>Este parâmetro é definido pela assíntota da CCI; então, nas curvas que cortarem a ordenada acima do ponto 0, pode ser compreendido como um acerto casual, ou seja, podem existir respostas corretas de examinandos que poderiam não ter a habilidade referenciada bem estabelecida, e, o seu nível de aptidão, pode ser baixo. Assim se a curva estiver, por exemplo, em 0,20, significa que houve 20% de respostas corretas dadas ao acaso neste item (20% dos examinandos que acertaram o item, podem não ter aptidão na habilidade estimada; e, então, a magnitude do teta (variável da proficiência) deve ser observada, e, num caso como esse, essa magnitude, pode ser baixa, e mostrar que os examinandos não poderiam conhecer a resposta correta) (Pasquali, 2003)</p> <p>Ainda, para um teste de múltipla escolha, com cinco alternativas, como no ENEM, “espera-se”, que, a probabilidade máxima de acerto ao acaso, para os itens seja de 20% (100% dividido por 5) e, assim, valores superiores podem apontar para uma maior probabilidade de sensibilidade de acerto no item (acerto ao acaso). Então, um parâmetro c igual a 0,2 ou 20% (nestas condições supracitadas), pode significar que, por menor que seja o nível de habilidade do respondente, pode-se atribuir a ele 20% de chance de acertar o item ao acaso (Fuentes et. al., 2014).</p>

Quadro 2: Parâmetros do Modelo (3PL) da TRI – elaboração própria

O cálculo do erro de medida, na TRI, é utilizado, como um recurso analítico, para estimar a variabilidade das estimativas do *theta* (θ), ou seja, da proficiência; e, deve-se considerar que esse valor não é o mesmo para todos os examinandos, mas está condicionado ao valor de *theta* (θ), ou seja, da proficiência; e portanto, a precisão do teste não é a mesma para todos os itens (depende do nível dos respondentes na variável medida, ou seja, do valor de θ (Baker, 2001).

Em geral, o Erro Padrão de Medida (EPM) é estudado nas funções de informação do teste (uma forma matemática de expressar o EPM); assim sendo, é possível considerar a função de informação de um teste como um indicador da precisão desse teste (i.e., quanto mais “informação” sobre o traço latente [habilidade] medido, menor deve ser o EPM; e o contrário é verdadeiro); portanto, a função de informação do item informa a qualidade (boa ou ruim) de cada nível de habilidade está sendo estimada, por meio de um item, ou um conjunto de itens específico (Baker, 2001).

Para esta análise, igual é feito no INEP, foi utilizado o método de máxima

verossimilhança para estimar os itens e a proficiência dos respondentes, o erro padrão dos parâmetros é dado por: ; tal que é a informação do teste para a proficiência . Quanto maior a informação em , menor deve ser o erro padrão, portanto, maior deve ser a precisão da estimativa.

A informação do item está em função da probabilidade de acerto de um item em função da proficiência $theta (\theta)$, dada por ; tal que, é uma curva de crescimento, converge para 0 (zero), quando $theta (\theta)$ converge para ; portanto, a informação converge para 0 (zero) quando $theta (\theta)$ converge e o erro padrão converge para .

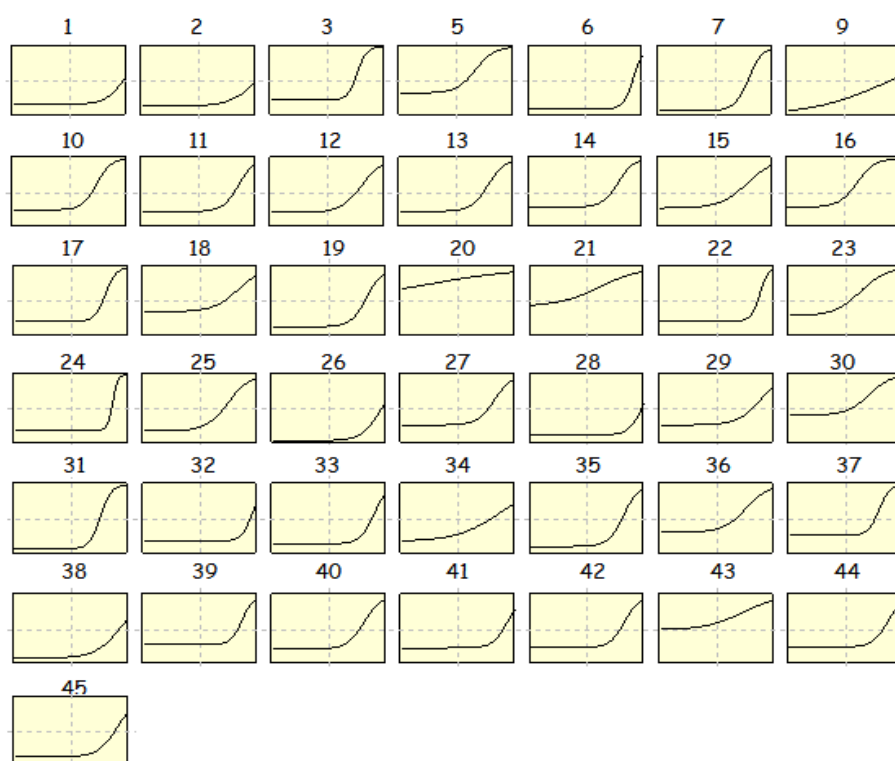


Figura 1 –Curvas Características do Itens (CCIs) da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017 – elaboração própria.

Para este estudo, a base de dados feita com apenas um caderno, conforme supracitado, é possível observar que o Item 19 (154 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta menor discriminação ($a = 0,38$), fácil ($b = -1,66$) e maior acerto ao acaso ($c = 0,50$). O item 23 (158 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta maior discriminação ($a = 7,56$). O item 7 (142 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta o menor o menor acerto ao acaso ($c = 0,004$). O item 2 (137 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta a maior dificuldade ($b = 3,32$).

Item	Discriminação (erro)	Dificuldade (erro)	Acerto casual (erro)
Item 01	1,93456 (0,04716)	3,02646 (0,02489)	0,16389 (0,00060)
Item 02	1,27996 (0,02989)	3,32523 (0,03489)	0,13356 (0,00083)
Item 03	3,97346 (0,03177)	1,56959 (0,00256)	0,22736 (0,00061)
Item 05	3,76357 (0,06303)	2,53641 (0,00740)	0,09678 (0,00039)
Item 06	2,65643 (0,01761)	1,79493 (0,00337)	0,06995 (0,00043)

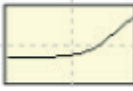


Item 07	0,48887 (0,00466)	2,41869 (0,01535)	0,00497 (0,00223)
Item 09	2,61909 (0,01921)	1,43162 (0,00323)	0,25570 (0,00078)
Item 10	2,35032 (0,02786)	2,12175 (0,00633)	0,22938 (0,00068)
Item 11	1,78318 (0,01620)	1,80410 (0,00540)	0,21631 (0,00090)
Item 12	2,19494 (0,01837)	1,66714 (0,00420)	0,23419 (0,00080)
Item 13	2,37040 (0,02215)	1,70587 (0,00437)	0,29223 (0,00080)
Item 14	1,37801 (0,01410)	1,71861 (0,00671)	0,28221 (0,00130)
Item 15	2,08410 (0,01206)	0,68962 (0,00354)	0,29628 (0,00127)
Item 16	3,49619 (0,03265)	1,81573 (0,00332)	0,21288 (0,00059)
Item 17	1,51336 (0,02062)	2,01543 (0,00885)	0,35686 (0,00115)
Item 18	2,33092 (0,02118)	2,00766 (0,00501)	0,13882 (0,00059)
Item 19	0,38673 (0,00547)	-1,66548 (0,08009)	0,50000 (0,00783)
Item 20	0,89802 (0,01144)	0,66377 (0,01800)	0,43312 (0,00384)
Item 21	4,35683 (0,07323)	2,30265 (0,00521)	0,22148 (0,00054)
Item 22	1,43410 (0,01030)	0,78367 (0,00569)	0,29714 (0,00181)
Item 23	7,56376 (0,02388)	2,21334 (0,00303)	0,19836 (0,00047)
Item 24	1,73003 (0,01254)	1,47613 (0,00419)	0,18438 (0,00099)
Item 25	1,89743 (0,02480)	2,80837 (0,01391)	0,04396 (0,00037)
Item 26	2,15996 (0,02313)	1,92661 (0,00561)	0,26994 (0,00079)
Item 27	2,72650 (0,07341)	2,97191 (0,02028)	0,12776 (0,00046)
Item 28	1,64227 (0,02445)	2,34860 (0,01124)	0,27067 (0,00091)
Item 29	1,69469 (0,01524)	1,22240 (0,00540)	0,41048 (0,00130)
Item 30	3,50185 (0,02067)	1,54627 (0,00226)	0,07572 (0,00042)
Item 31	3,50593 (0,09651)	2,77413 (0,01361)	0,18616 (0,00051)
Item 32	2,74558 (0,03721)	2,37140 (0,00736)	0,14772 (0,00052)
Item 33	0,86769 (0,01264)	2,19421 (0,01182)	0,18389 (0,00223)
Item 34	2,45670 (0,01945)	1,90921 (0,00419)	0,10904 (0,00053)
Item 35	1,67466 (0,01561)	1,55231 (0,00534)	0,31489 (0,00114)
Item 36	3,52723 (0,03440)	1,76839 (0,00337)	0,26846 (0,00064)
Item 37	1,45698 (0,01871)	2,67131 (0,01385)	0,09313 (0,00069)
Item 38	3,31149 (0,05175)	2,23299 (0,00611)	0,28453 (0,00062)
Item 39	2,18158 (0,02033)	1,85296 (0,00489)	0,22026 (0,00075)
Item 41	2,55082 (0,05298)	2,62392 (0,01294)	0,23779 (0,00061)
Item 42	2,48567 (0,02675)	1,98460 (0,00522)	0,24048 (0,00069)
Item 43	1,02142 (0,01469)	1,37975 (0,01172)	0,50000 (0,00222)
Item 44	2,44118 (0,03439)	2,25738 (0,00756)	0,24903 (0,00067)
Item 45	1,96550 (0,02599)	2,45253 (0,01006)	0,14854 (0,00062)

Tabela 1: Parâmetros e erro padrão dos parâmetros dos itens da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017.

Fonte: Elaboração própria, 2019.

Em destaque os itens comentados e copiados no Anexo.

Em anexo, constam algumas questões da prova azul 1^a. aplicação no 2^o. dia, para ilustração das interpretações; quais sejam, 139, 143, 153, 155, 166, respectivamente associados aos itens do gráfico (Figura 1) de CCI, 4, 8, 18, 20 e 31.

<p>Item 18 (153) $a = 2,33092$, $EPM(a) = 0,02118$; $b = 2,00766$, $EPM(b) = 0,00501$; $c = 0,13882$, $EPM(c) = 0,00059$ Item com padrão de discriminação médio a alto, e erro padrão médio; item difícil com erro padrão baixo; e baixo valor de probabilidade de acerto casual, com erro padrão baixo. Item de leitura longa, com duas figuras para compreender, de geometria plana, justifica os parâmetros.</p>	<p style="text-align: center;">18</p> 
<p>Item 20 (155) $a = 0,89802$, $EPM(a) = 0,01144$; $b = 0,66377$, $EPM(b) = 0,01800$; $c = 0,43312$, $EPM(c) = 0,00384$ Item com padrão de discriminação baixo, e erro padrão médio; item fácil com erro padrão médio; e alto valor de probabilidade de acerto casual, com erro padrão baixo. Item leve, de leitura rápida, fácil, de estatística, muito fácil, mas o enunciado tem a semântica invertida com o texto base, pode induzir ao erro, seria objetivo do item? Esse enunciado invertido com o texto base, pode indicar fator de confundimento e justifica o grande acerto casual</p>	<p style="text-align: center;">20</p> 
<p>Item 31 (166) $a = 3,50593$, $EPM(a) = 0,09651$; $b = 2,77413$, $EPM(b) = 0,01361$; $c = 0,18616$; $EPM(c) = 0,00051$ Item com padrão de discriminação alto, e erro padrão alto; item difícil com erro padrão médio; e baixo valor de probabilidade de acerto casual, com erro padrão baixo. Item de leitura rápida, que necessita atenção, com tabela informativa, difícil, justifica os parâmetros</p>	<p style="text-align: center;">31</p> 

A função de informação do teste pode ser representada por uma curva (Figura 2), que represente o conjunto dos itens que compõem o teste.

A representação gráfica (Figura 2) da função de informação do teste é a Curva de Informação do Teste (CIT); esta curva representa a soma do grupo de itens que compõe o teste, de modo que resume a contribuição de cada item deste para a informação total.

A Linha contínua (azul) (Figura 2) ilustra a curva da informação do teste; a linha pontilhada (vermelha) ilustra a curva do erro padrão da medida. É possível observar ao lado esquerdo do gráfico, no extremo negativo dos níveis de θ , que o teste produz mais erro de informação do que informação legítima; porque a curva do erro padrão supera a curva de informação do teste.

Para esta base de dados, pode-se observar (Figura 2), que, a tendência do teste de Matemática e suas Tecnologias 2017, é avaliar melhor, e, com menos erros, os estudantes que apresentam escore com cerca de 0,8 até 3,0; ou seja, é uma prova quem quem tem escores altos, pra quem foi bem; ou seja, esta prova não mede bem os estudantes com escores abaixo de 0,8, dado que este teste pode ser considerado relativamente difícil para este grupo de respondentes (para este recorte da prova azul do ENEM 2017).

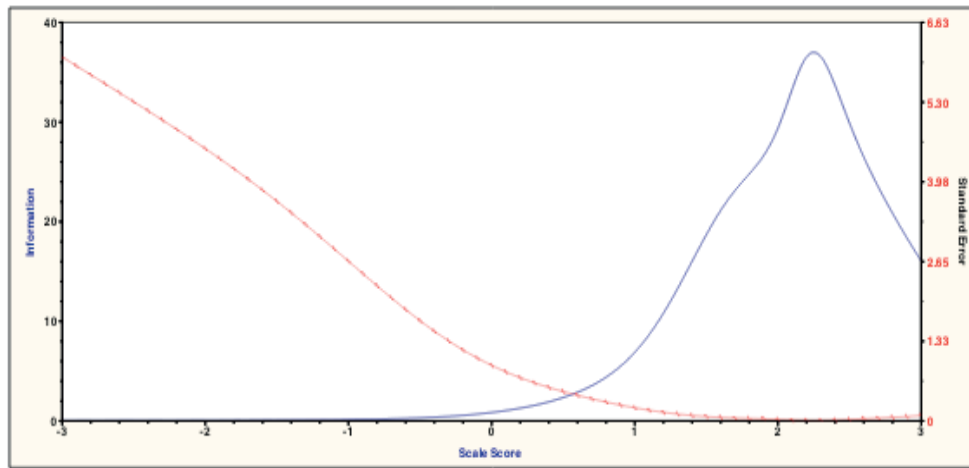


Figura 2 – Curva de informação do Teste (CIT) – da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017 – elaboração própria

A análise de θ (θ), ou seja, da proficiência (traço latente), desta base de dados pode ser observada no gráfico de barras (Figura 3). A média desta escala é igual a zero, e o desvio padrão é 1. Houve uma grande concentração de escores desde -1 DP até a média zero. Contudo, é possível observar uma forte assimetria à direita, ou seja, de diferentes escores altos com uma frequência menor, desde a média zero até 3 DP.

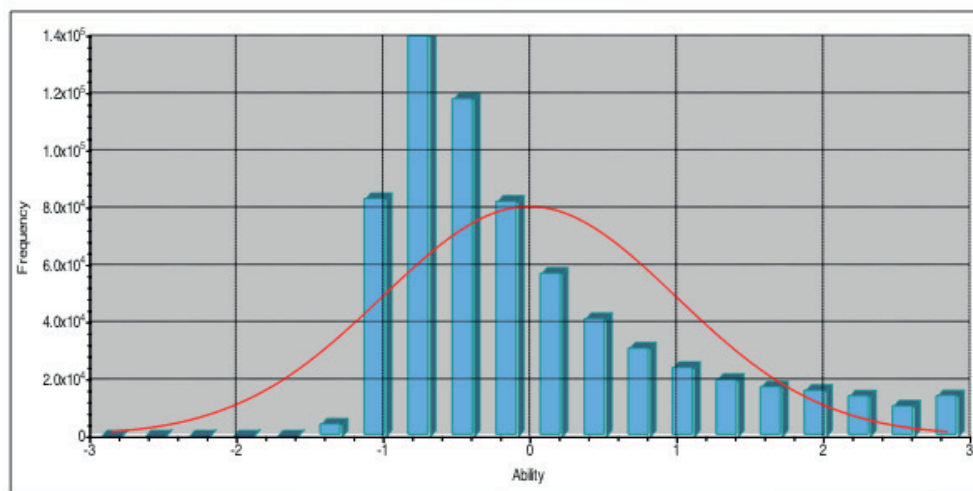


Figura 3 – Gráfico de barras das habilidades dos respondentes da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017 – elaboração própria.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os autores são pesquisadores na área desde 2008, todos bacharéis em estatística registrados no conselho de estatística (CONRE3), sendo um mestre em gestão e avaliação educacional e dois também professores. Todos visam, em função do código de ética profissional do estatístico, divulgar a boa prática estatística a fim de atender às expectativas socioeconômico-culturais da população envolvida de alguma forma com avaliação educacional

REFERÊNCIAS

ANDRADE, D.F.; TAVARES, H.R.; VALLE, R.C. **Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações**. São Paulo: SINAPE, 2000.

BAKER, F.B. **The basics of item response theory**. Washington, DC: ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation (2001).

BARBETTA, P.A.; TREVISAN, L.M.V.; TAVARES, H.; AZEVEDO, T.C.A.M. Aplicação da Teoria da Teoria da Resposta ao Item uni e multidimensional. **Estudos em Avaliação Educacional**. São Paulo, v. 25, n. 57, p. 280-302, jan./abr. 2014.

BLOOM, B.; HASTINGS, J.T.; MADAUS, G.F. **Manual de Avaliação Formativa e Somativa do Aprendizado Escolar**. Trad. Lílian Rochlitz Quintão. São Paulo: Livraria Pioneira Editor, 1983.

BORGATTO, A.; ANDRADE, D. **Análise Clássica de Testes com diferentes graus de dificuldade**. Estudos em Avaliação Educacional, São Paulo, 23 (52), 146-156, 2012.

BRADFIELD, James M.; MOREDOCK, H. Stewart. **Medidas e testes em educação: Introdução à sua teoria e prática para os níveis da escola primária e secundária**. Rio de Janeiro: Brasil Fundo de Cultura, 1964. v. 2.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares do Curso de Medicina**. Brasília. 2014.

CHILDS, R. A.; OPPLER, S. H. **Implication of test dimensionality for unidimensional IRT scoring: an investigation of a High-Stake Testing Program**. Education and Psychological Measurement. v. 60, p. 939-955, 2000.

DOS ANJOS, Adilson; DE ANDRADE, Dalton Francisco. **Teoria da Resposta ao Item com uso do R**. 2012

EBEL, R. L. **Essentials of educational measurement**. New Jersey: Prentice Hall, 1991.

FUENTES, D; MALLOY-DINIZ, L.F.; CAMARGO, C.H.P.; COSENZA, R.M. (Org.) **Neuropsicologia: Teoria e Prática**. Artmed, 2ª ed. 2014.

GULLIKSEN H. **Theory of mental tests**. New York: Wiley; 1950.

HARDEM, R.M. – **Ten questions to ask when planning a course or curriculum**. Medical Education. 20(4): 356-65. 1986.

HUTZ, Claudio Simon; BANDEIRA, Denise Ruschel; TRENTINI, Clarissa Marcell. **Psicometria**. Artmed Editora, 2015.

KLEIN, Ruben. **Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências**. Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação, Rio de Janeiro, v. 21, n. 78, p. 35-56, 2013.

LORD FM. **A theory of test scores**. Iowa (IA): Psychometric Society; 1952.

LORD, F. M. et al. Novick. MR. **Statistical theories of mental test scores**, 1968.

MARCONDES, E.; GONÇALVES, E.L. **Educação Médica**. São Paulo: Editora Sarvier. 1998.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 6. ed. rev. atual. São Paulo: Saraiva, São

Paulo: Saraiva, 2014.

MURPHY, K. R.; DAVIDSHOFER, C. O. **Psychological Testing: Principles and Applications**, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1988.

ORTIZ, P. **El sistema de la personalidad**. Lima: Orion, 1994

PETERSON, R. **A meta-analysis of Cronbach's coefficient alpha**. Journal of Consumer Research, 21(2), 381-391, 1994.

PIAGET, J. **O possível e o necessário**. Vol. 1: Evolução dos possíveis na criança. Porto Alegre: Artes médicas. 1985.

RASCH, G. **Probabilistic models for some intelligence and attainment tests**. (Copenhagen, Danish Institute for Educational Research), expanded edition (1980) with foreword and afterword by B.D. Wright. Chicago: The University of Chicago Press. 1960.

RECKASE, M. **Multidimensional Item Response Theory**. USA: Springer. 2009.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa Social: métodos e técnicas**. 3. ed. São Paulo, Atlas, 1999.

SONG, Z.; SAFRAN, D.G.; LANDON, B.E.; HE, Y.; ELLIS, R. P.; MECHANIC, R. E.; MATTHEW, P.D.; CHERNEW, M. E. **Health Care Spending and Quality in Year 1 of the Alternative Quality Contract**. New England Journal of Medicine. 2011; 365(10):909

PASQUALI, Luiz. **Psychometrics**. Revista da Escola de Enfermagem da USP, v. 43, n. SPE, p. 992-999, 2009.

PASQUALI, L. **Psicometria: teoria dos testes na psicologia e na educação**. Petrópolis: Editora Vozes, 2003.

RASCH G. **Probabilistic models for some intelligence and attainment tests**. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research and St. Paul; 1960.

ROTHEN, José Carlos; SANTANA, Andréia da Cunha Malheiros. **Avaliação da educação: referências para uma primeira conversa**. São Carlos: EdUFSCar, 2018. p. 139-156.

SOARES, Tufi Machado. **Utilização da teoria da resposta ao item na produção de indicadores sócio-econômicos**. Pesquisa Operacional, v. 25, n. 1, p. 83-112, 2005.

SPEARMAN, Charles. **Correlation calculated from faulty data**. British Journal of Psychology, 1904-1920, v. 3, n. 3, p. 271-295, 1910.

SYMPSON, J. **A model for testing with multidimensional items**. Proceedings of the 1977 Computerized Adaptive Testing Conference. 1977.

THURSTONE, Louis Leon. **Psychological Tests Used in a Study of Mental Abilities**. University of Chicago, 1934.

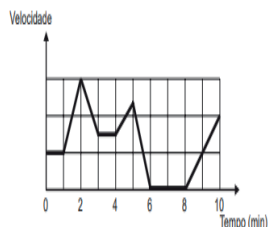
VEY, I. H. **Avaliação de desempenho logístico no serviço ao cliente baseada na Teoria da Resposta ao Item**. Florianópolis; 2011. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina.

WHITELEY, S. **Measuring aptitude processes with multicomponent latent trait models**. Technical Report. Lawrence: University of Kansas. 1980.

ANEXO - itens 4,8,18,20,31; respectivamente questões da prova azul, 139, 143, 153, 155, 166

item 4

Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflije, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.

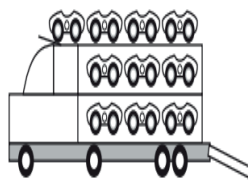


Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

- A 4
- B 3
- C 2
- D 1
- E 0

item 8

Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



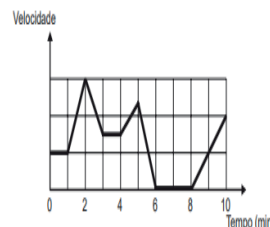
No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

- A $C_{6,4}$
- B $C_{9,3}$
- C $C_{10,4}$
- D 6^4
- E 4^6

item 4

Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflije, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.

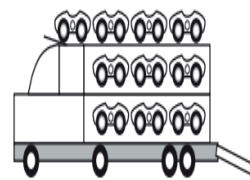


Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

- A 4
- B 3
- C 2
- D 1
- E 0

item 8

Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

- A $C_{6,4}$
- B $C_{9,3}$
- C $C_{10,4}$
- D 6^4
- E 4^6

item 20

Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

- A apenas o aluno Y.
- B apenas o aluno Z.
- C apenas os alunos X e Y.
- D apenas os alunos X e Z.
- E os alunos X, Y e Z.

item 31

Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t) = A + B\cos(kt)$ em que A , B e k são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.

Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função $P(t)$ obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi

- A $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$
- B $P(t) = 78 + 42\cos(3\pi t)$
- C $P(t) = 99 + 21\cos(2\pi t)$
- D $P(t) = 99 + 21\cos(t)$
- E $P(t) = 78 + 42\cos(t)$

item 18

A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

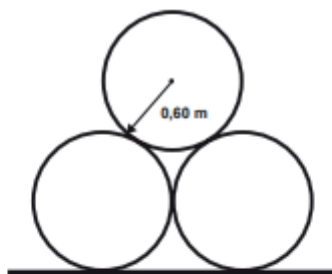
Caminhão entala em viaduto no Centro

Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado na foto.



Disponível em: www.caminhoes-e-carretas.com. Acesso em: 21 maio 2012 (adaptado).

Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos.



A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m menor do que a altura do vão do viaduto.

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?

- A 2,82
- B 3,52
- C 3,70
- D 4,02
- E 4,20

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Algébricas 41, 42, 48, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 69, 84, 181, 183

Ângulos 27, 29, 49, 50, 51, 52, 135, 137, 139, 140

Anos Iniciais 25, 29, 33, 54, 71, 72, 75, 125, 126, 127, 130, 144, 146, 149, 152, 153, 214

Aprendizagem Virtual 55

Aula Invertida 103, 109, 110, 111, 112

C

Comunidades de Prática 114, 115, 117, 118, 120, 121, 122, 123

Conceito 6, 20, 26, 29, 35, 36, 39, 41, 44, 45, 51, 66, 71, 75, 76, 79, 85, 86, 105, 151, 168, 169, 173, 174, 175, 180, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 191, 193, 209

Conhecimento técnico-instrumental 154

D

Didática para Geometria 47

E

Educação Matemática Crítica 14, 16, 17, 18, 19, 21, 24

Ensino de análise 179, 180, 188

Ensino Híbrido 103, 104, 105, 106, 108, 109, 112

Estágio supervisionado interdisciplinar 115

F

Figuras Espaciais 1, 2, 3, 7, 12

G

Geometria 2, 3, 4, 6, 7, 12, 13, 25, 26, 28, 29, 33, 34, 41, 45, 47, 48, 97, 135, 137, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 178

Graduandos 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 165

I

Instrumentalização 71, 72, 155, 199

Integral definida 35, 36, 41, 44, 45, 184, 185

Investigação Matemática 135, 137, 138, 141, 142, 143

J

Jean Piaget 144, 145, 147, 149, 150, 153

Jogo de Sinais 61, 69

Jogos 61, 67, 164, 196, 208, 209, 210, 213, 214

K

Khan Academy 55, 56, 57, 58, 59

L

Licenciatura em educação do campo 14, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23

M

Macroavaliações 82, 83, 84, 85, 87

Matemática acadêmica e escolar 189

Mestrado profissional 189, 190

Moodle 55, 56, 57, 58, 59, 60, 103, 107, 110, 112

N

Níveis de aprendizagem 168, 172

P

Percepções 40, 125, 126, 129

Prática docente 21, 23, 44, 89, 93, 111, 123, 145, 155, 166, 190

Projeto de Intervenção 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 82, 83

Projetos Interdisciplinares 29, 197, 202, 206

S

Saberes da experiência 47, 49, 54

Saberes específicos 47

Significado 19, 71, 75, 79, 114, 116, 117, 118, 171, 181, 182, 186, 202, 216

Simetria de figuras no plano 25

Software Geogebra 1, 2, 4, 5, 6, 13, 48, 50

T

Tecnologias da Informação e Comunicação 179, 180

Teoria de resposta ao item 87, 89, 90, 91, 99

TSD 197, 200, 202, 206

V

Van Hiele 26, 27, 29, 34, 168, 169, 172, 178

Visualização 3, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 135, 142, 170, 171, 183, 184, 186, 187

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-603-4

