

**Felipe Antonio Machado Fagundes
Gonçalves**

(Organizador)

Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
U58	Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-603-4 DOI 10.22533/at.ed.034190309 1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “Universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão sobre a Educação matemática, do Ensino Básico ao Superior. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas ao Ensino e Aprendizagem de Matemática, assim como na formação básica dos professores da disciplina.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
GEOGEBRA: FERRAMENTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DAS FIGURAS ESPACIAIS - CUBO, PARALELEPÍPEDO, CONE, CILINDRO E ESFERA	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes Aderian dos Santos Rodrigues	
DOI 10.22533/at.ed.0341903091	
CAPÍTULO 2	14
A INVESTIGAÇÃO, O DIÁLOGO E A CRITICIDADE NOS PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSOS DE LICENCIATURA EM EDUCAÇÃO DO CAMPO	
Aldinete Silvino de Lima Iranete Maria da Silva Lima	
DOI 10.22533/at.ed.0341903092	
CAPÍTULO 3	25
REVISITANDO A GEOMETRIA: SIMETRIA NO PLANO	
Leila Pessôa Da Costa Sandra Regina D'Antonio Verrengia	
DOI 10.22533/at.ed.0341903093	
CAPÍTULO 4	35
A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA E ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL DEFINIDA	
José Cirqueira Martins Júnior.	
DOI 10.22533/at.ed.0341903094	
CAPÍTULO 5	47
SABERES ESPECÍFICOS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA, UTILIZANDO O GEOGEBRA	
Sidimar Merotti Viscovini Josimar de Sousa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903095	
CAPÍTULO 6	55
APRENDIZAGEM INTERATIVA COM O SITE EDUCACIONAL KHAN ACADEMY INTERMEDIADA PELA PLATAFORMA MOODLE	
Ana Carolina Camargo Francisco Maria Angélica Calixto de Andrade Cardieri Mônica Oliveira Pinheiro da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.0341903096	
CAPÍTULO 7	61
AS ESTRUTURAS ALGÉBRICAS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: POR QUÊ?	
Nancy Lima Costa Juciely Taís Silva de Santana	
DOI 10.22533/at.ed.0341903097	

CAPÍTULO 8	71
CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS	
Givaldo da Silva Costa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903098	
CAPÍTULO 9	82
PROJETO DE INTERVENÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA USANDO COMO FERRAMENTA DIAGNÓSTICA DADOS DAS MACROAVALIAÇÕES	
Ricardo Figueiredo Santos	
Joanil da Silva Fontes	
DOI 10.22533/at.ed.0341903099	
CAPÍTULO 10	89
CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL EM LARGA ESCALA: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA DA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA	
Alexandra Waltrick Russi	
Regina Albanese Pose	
Larissa Bueno Fernandes	
Vinícius Basseto Félix	
DOI 10.22533/at.ed.03419030910	
CAPÍTULO 11	103
UMA PROPOSTA DE ENSINO HÍBRIDO PARA ALUNOS INGRESSANTES EM CURSOS SUPERIORES COM CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA	
Ubirajara Carnevale de Moraes	
Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	
Vera Lucia Antonio Azevedo	
DOI 10.22533/at.ed.03419030911	
CAPÍTULO 12	114
APRENDIZAGEM E IDENTIDADE DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NAS PRÁTICAS DO ESTÁGIO SUPERVISIONADO INTERDISCIPLINAR DA FE/UNICAMP	
Jenny Patricia Acevedo Rincón	
DOI 10.22533/at.ed.03419030912	
CAPÍTULO 13	125
PERCEPÇÕES DE LICENCIANDOS SOBRE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGENS NOS ANOS INICIAIS	
Valéria Risuenho Marques	
Raquel Batista Corrêa	
DOI 10.22533/at.ed.03419030913	
CAPÍTULO 14	135
PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM GEOGEBRA E UMA PROPRIEDADE DOS QUADRILÁTEROS	
Vinícius Almeida Louredo Gonçalves	
Ana Carolina Silva Adolfo	
Jéssica Vieira da Silva	
Uender Barbosa de Souza	
DOI 10.22533/at.ed.03419030914	

CAPÍTULO 15	144
REFLEXÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DE PIAGET NO TRABALHO COM A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS	
Bruna Sordi Rodrigues Camila de A. Cabral Romeiro Fernando Rodrigo Zolin Marcelo Salles Batarce	
DOI 10.22533/at.ed.03419030915	
CAPÍTULO 16	154
PRÁTICAS DE PESQUISA PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	
Simone Simionato dos Santos Laier Elisangel Dias Brugnera	
DOI 10.22533/at.ed.03419030916	
CAPÍTULO 17	168
TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÕES	
Eduarda de Jesus Cardoso	
DOI 10.22533/at.ed.03419030917	
CAPÍTULO 18	179
APRESENTANDO PESQUISAS E POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA	
João Lucas de Oliveira Frederico da Silva Reis	
DOI 10.22533/at.ed.03419030918	
CAPÍTULO 19	189
UM PONTO DE VISTA SOCIOLÓGICO DO <i>PROFMAT</i>	
José Vilani de Farias	
DOI 10.22533/at.ed.03419030919	
CAPÍTULO 20	197
EXPLORANDO A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE LÍNGUA PORTUGUESA E MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA	
Cassio Cristiano Giordano	
DOI 10.22533/at.ed.03419030920	
CAPÍTULO 21	208
A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL POR MEIO DE JOGOS	
Patrícia Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.03419030921	
CAPÍTULO 22	215
FOLHAS DE ATIVIDADES ENVOLVENDO PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E MATEMÁTICA FINANCEIRA	
Roberta Angela da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.03419030922	

SOBRE O ORGANIZADOR.....	227
ÍNDICE REMISSIVO	228

REVISITANDO A GEOMETRIA: SIMETRIA NO PLANO

Leila Pessoa Da Costa

Universidade Estadual de Maringá, PR.

Sandra Regina D'AntonioVerrengia

Universidade Estadual de Maringá, PR.

RESUMO: Este capítulo apresenta o registro de um minicurso desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em um evento de Educação Matemática ocorrido em Campinas no ano de 2018. A proposta apresentada aos docentes tinha por objetivo ressaltar a importância do ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da análise de atividades envolvendo conceitos geométricos referentes a simetria de figuras no plano. A atividade desenvolvida fazia parte de uma das fases da pesquisa do GEPEME/UEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Escolar cujo objetivo era o de validarmos, com professores e profissionais que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a versão preliminar do material que se encontra em processo de elaboração e que servirá de apoio aos profissionais que atuam nesse nível de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática, Anos iniciais do Ensino Fundamental; Geometria; Simetria de figuras no plano.

REVISITING GEOMETRY: SYMMETRY ON THE PLANE

ABSTRACT: This chapter presents the register of a mini-course developed with teachers from the initial years of Elementary Education at a Mathematics Education event held in Campinas in the year 2018. The proposal presented to the teachers aimed to highlight the importance of teaching geometry in the years initials of the Elementary School from the analysis of activities involving geometric concepts referring to the symmetry of figures in the plane. The activity developed was part of one of the research phases of GEPEME / UEM - Group of Studies and Research in School Mathematics whose objective was to validate, with teachers and professionals who work in the initial years of Elementary School, the preliminary version of the material that is in the process of elaboration and will serve as a support for the professionals who work at this level of education.

KEYWORDS: Mathematics Education, Early Years of Elementary Education; Geometry; Symmetry of figures in the plane.

1 | INTRODUÇÃO

Sena e Dorneles (2013) ao mapear as pesquisas sobre o ensino da geometria no Brasil observaram “o descaso com o tema geometria,

assim como a falta de preparo do professor no trato dessa área de conhecimento” (SENA, DORNELES, 2013, p.139), descaso esse, que de acordo com as autoras, evidencia que esse tema não tem sido considerado uma prioridade nas duas últimas décadas investigadas.

Freudenthal (1973, p. 407 *apud* Fonseca *et al*, 2001) em seus estudos evidencia que o estudo da geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento de capacidades intuitivas, pois oferece aos discentes a oportunidade de matematizar a realidade a partir de experiências que utilizam as mãos e os olhos guiando-os para a pesquisa e a descoberta.

De acordo com o NCTM (APM, 2008)

Com o estudo da geometria, os alunos poderão aprender as formas e estruturas geométricas e o modo de analisar as suas características e relações. A visualização espacial – a construção e manipulação de representações mentais de objetos bi e tridimensionais e a percepção de um objeto em diferentes perspectivas - constitui um aspecto essencial do raciocínio geométrico (APM, 2008, p. 44).

Nesse sentido, a geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível, oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Delineia-se, desta forma, “um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas” (PAVANELLO, 2004, p. 4).

De acordo com Walle (2009, p. 439) objetivos referentes ao ensino da geometria nos primeiros anos do Ensino Fundamental abarcam os seguintes temas:

Formas e Propriedades: inclui um estudo das propriedades das formas em ambas as dimensões (bi e tri), como também um estudo das relações construídas sobre essas propriedades.

Transformação: inclui o estudo de translações, reflexões, rotações (deslizamentos, viradas e giros), o estudo de simetrias e o conceito de semelhança.

Localização: refere-se primariamente à geometria de coordenadas ou outros modos de especificar como os objetos estão localizados no plano ou no espaço.

Visualização: inclui o reconhecimento de formas no ambiente, o desenvolvimento de relações entre objetos bi e tridimensionais e a habilidade de desenhar e reconhecer objetos de diferentes perspectivas (WALLE, 2009, p. 439).

Em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico a pesquisa de Dina Van Hiele-Geldof e de seu marido Pierre Van Hiele, advindas de suas teses de doutoramento em 1957, têm servido de guia para a abordagem didática das tarefas. Usiskin (1982, p.4 *apud* VILLIERS, 2010, p. 401) aponta as seguintes características dessa teoria:

- ordem fixa: A ordem na qual os alunos progredem por meio dos níveis de pensamento não varia. Em outras palavras, um aluno não pode estar no nível n

sem ter passado pelo nível n-1.

- adjacência: Em cada nível de pensamento que era intrínseco no nível anterior se torna extrínseco no nível atual.
- distinção: Cada nível possui seus próprios símbolos linguísticos e sua própria rede de relacionamentos que conecta tais símbolos.
- separação: Duas pessoas com raciocínio em níveis diferentes não podem entender uma à outra (VILLIERS, 2010, p. 401).

2 | O MODELO DE VAN HIELE

No modelo apresentado por Van Hiele, os alunos percorrem cinco níveis de compreensão conceitual cujo progresso depende, em primeira instância, mais de uma aprendizagem adequada do que da maturação ou idade do aluno que vai do nível 0 ao nível 4. Para este trabalho exploraremos apenas o nível 0, 1 e 2:

Nível 0 - *Pré-reconhecimento* - os alunos neste nível dão atenção apenas a parte das características visuais de uma figura, são incapazes de identificar muitas figuras comuns

Nível 1 - *Visual* - os alunos identificam, descrevem e raciocinam acerca das figuras e outras configurações geométricas de acordo com a sua aparência como um todo visual. Os seus raciocínios são dominados pela percepção visual e imagética e não por uma análise das propriedades geométricas. Quando identificam figuras, os alunos usam muitas vezes protótipos visuais, por exemplo, dizendo que uma figura é um retângulo porque “se parece com uma porta”.

Nível 2 - *Descritivo/Analítico* - os alunos reconhecem e caracterizam figuras pelas suas propriedades geométricas, isto é, explicitamente focando e descrevendo relações entre as partes de uma figura. Na transição do Nível 1 para o Nível 2, os alunos descrevem partes e propriedades das figuras informalmente, de modo impreciso e muitas vezes incompleto; eles não possuem as conceptualizações formais que os tornam capazes de precisar propriedades específicas. Por exemplo, um aluno pode descrever um retângulo como uma figura que tem dois lados compridos e dois curtos. À medida que os alunos vão adquirindo conceptualizações formais que podem ser usadas para fazer sentido e descrever relações espaciais entre as partes de uma figura, eles usam uma combinação do formal e do informal para a descrição dessa figura. Finalmente, quando raciocinam no Nível 2 usam explicita e exclusivamente linguagem e conceitos geométricos formais para descrever e conceptualizar figuras de um modo que corresponda a um conjunto suficiente de propriedades para especificar essas figuras. Por exemplo, podem pensar num retângulo como uma figura que tem lados opostos iguais e paralelos e quatro ângulos retos, ou seja, uma figura é identificada pelas suas propriedades (BREDA *et al*, 2012, p.18).

Para ajudar os alunos a passar de um nível para outro baseado nas pesquisas dos Van Hiele, Teppo (1991, pp. 212-213) evidencia cinco fases sequenciais de aprendizagem a saber:

FASE 1 - QUESTIONAMENTO ou INFORMAÇÃO: Professor e alunos estabelecem um diálogo versando sobre o material de estudo deste nível. Neste diálogo são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido. Nesta fase o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto, e estes percebem qual direção os estudos tomarão.

FASE 2 – ORIENTAÇÃO DIRETA: Os alunos devem explorar o assunto de estudo

através de materiais cuidadosamente selecionados pelo professor que os levarão gradualmente a se familiarizarem com as estruturas características deste nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas.

FASE 3 - EXPLICITAÇÃO: Com base nas experiências anteriores, os alunos refinam o uso de seu vocabulário, expressando verbalmente suas opiniões emergentes sobre as estruturas que observam. O papel do professor, nesta fase, deve ser mínimo, deixando o aluno independente na busca da formação do sistema de relações em estudo.

FASE 4 - ORIENTAÇÃO LIVRE: Nesta fase, as tarefas apresentadas ao aluno devem ser de múltiplas etapas, tarefas que possibilitam várias maneiras de ser completadas ou tarefas em aberto. É fundamental que o aluno ganhe experiência na busca de sua forma individual de resolver as tarefas, buscando sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos; desta maneira, muitas relações entre os objetos de estudo se tornam mais claras.

FASE 5 – INTEGRAÇÃO: Esta fase é de revisão e síntese do que foi estudado, visando uma integração global entre os objetos e relações com a consequente unificação e internalização num novo domínio de pensamento. O papel do professor nesta fase é o de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais sem, todavia, introduzir ideias novas ou discordantes. Ao final desta quinta a fase, os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento, estando aptos a repetir as fases de aprendizagem no nível seguinte.

Assim, dado o exposto e tendo por base a importância do estudo da Geometria o GEPEME/UEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Escolar desenvolveu em colaboração com professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental I algumas tarefas que foram aplicadas em sala de aula e, em seguida, avaliadas e readequadas ou reestruturadas se necessário. Dentre as tarefas desenvolvidas encontram-se as de simetria no plano apresentadas aos docentes em um minicurso e, que serão no decorrer deste texto elencadas.

A que se ressaltar que a escolha para o desenvolvimento desse tema com os professores deve-se a habilidade contemplada na Base Nacional Comum Curricular BNCC (2017, p. 56): “Reconhecer a simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de *softwares* de geometria”, bem como por ser esse tema muito conveniente para a exploração de outros conceitos geométricos.

3 | SIMETRIA

Para Bastos (2006, p. 9) “A ideia de simetria é uma das mais ricas em matemática e, em particular, na geometria”. De acordo com o autor:

O estudo das simetrias das figuras constitui uma aplicação muito interessante das isometrias que permite desenvolver o conhecimento matemático destas transformações geométricas e fornecer, conseqüentemente, ferramentas que podem ser muito úteis na resolução de problemas geométricos (...) pode ser também a base para atividades de descrição e classificação de figuras geométricas, de argumentação/demonstração ou, em níveis mais adiantados, de construção de figuras [...] A análise de objetos artísticos ou de cristais através das suas simetrias são atividades que estabelecem ligações entre a matemática e outros domínios

do saber, podendo ser o ponto de partida para projetos interdisciplinares onde a matemática, em geral, e a geometria, em particular, assumem papéis importantes (BASTOS, 2006, p. 11).

O estudo de simetrias das figuras constitui, assim, uma aplicação interessante das isometrias que permite desenvolver o conhecimento matemático com relação as transformações geométricas, bem como fornecer, ferramentas que podem ser muito úteis na resolução de problemas geométricos.

O conceito de simetria pode também ser base para atividades de descrição e classificação de figuras geométricas de argumentação/demonstração ou de construção de figuras. São exemplos de atividades desse tipo: o estudo dos polígonos regulares como figuras geradas por repetições de imagens no espelho, ou seja, por reflexões; a classificação de quadriláteros quanto às suas simetrias; a construção de polígonos regulares inscritos numa circunferência, ou de frisos e padrões por iteração de um conjunto de isometrias geradoras dessas figuras.

Apresentaremos a seguir algumas das tarefas desenvolvidas com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental e discutidas com os professores dos anos iniciais, cujo intuito era o de propiciar a reflexão sobre as características de uma figura quanto ao tema simetria, isto é, o desenvolvimento da percepção de que a figura permanece a mesma, apesar de estar em posição diferente, mantendo a distância, ângulos e forma – conceito de isometria.

As tarefas apresentadas tiveram como referência o trabalho desenvolvido por Camila Roberta Ferrão Rodrigues intitulado “Matemática das Transformações”, bem como as definições apresentadas pela autora:

Translação: transformação em que a imagem de uma figura é obtida pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma distância, direção e sentido. Nesse movimento são mantidos o tamanho e a forma original.

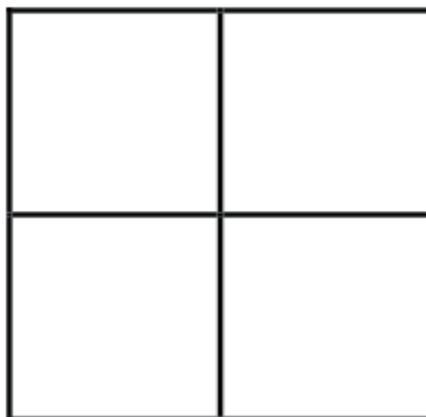
Reflexão: a sobreposição de uma figura a outra segundo um eixo denominado eixo de reflexão. Nesse movimento são mantidos o tamanho e a forma da figura original, porém em sentido inverso.

Rotação: chamamos de rotação a transformação em que a imagem de uma figura é obtida ao girá-la em torno de um ponto fixo (centro de rotação), percorrendo um ângulo no sentido anti-horário ou horário (RODRIGUES, 2012, p.36-38).

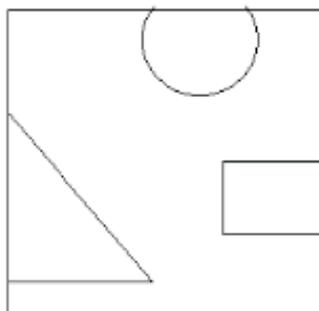
Para cada tarefa proposta procuramos ressaltar as cinco fases sequenciais de aprendizagem já descritas com vistas a possibilitar a discussão dos conceitos matemáticos subjacentes a cada tarefa, bem como, auxiliar no desenvolvimento dos níveis 0, 1 e 2, propostos por Van Hiele.

4 | TAREFAS PROPOSTAS

<p>Objetivo: Desenvolver conceitos relacionados à simetria de rotação</p>	
<p>Fase 1: Investigação/Informação</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Observar a construção de um friso no qual aparece uma simetria de rotação de 45°. <p>Observar: Como a figura foi construída? Que nome damos ao movimento que a figura inicial faz para dar forma a figura toda? Como podemos medir o movimento de cada uma das partes que compõem a figura total?</p>
<p>Fase 2: Orientação Dirigida</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Cada aluno receberá um molde. - Em seguida deve posicionar seu molde sobre o quadriculado de papel, escolhendo uma posição inicial para seu carimbo e coloque-o sobre uma das quadrículas. - Após, segure, com um dedo, o canto direito inferior de seu carimbo (no centro do quadriculado) e deslize o carimbo para outro quadriculado, sem tirar o molde do papel. - A cada movimentação da figura em uma das quadrículas, os espaços vazados devem ser pintados. - Preencha todos os quadrados. - Ao retornar seu carimbo à posição inicial, após ter concluído a atividade. - Expor as quadrículas pintadas e observá-las. - O que podemos dizer a respeito da imagem dos carimbos expostos. - Houve alguma alteração na imagem ou ela permaneceu sempre a mesma? - Quantas vezes você terá girado seu carimbo em torno de um ponto fixo?
<p>Fase 3: Explicação</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Podemos dizer que cada giro, caso tenham preenchido os quatro quadriculados, mede um quarto de volta e que, como foram girados para o lado direito, foram realizados no sentido horário. - Podemos explorar as demais representações observadas. - Chamamos de ROTAÇÃO a transformação em que a imagem de uma figura é obtida ao girá-la em torno de um ponto fixo (neste caso seu dedo), percorrendo um ângulo no sentido horário ou anti-horário. -
<p>Fase 4: Orientação Livre</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Diferentes padrões poderão ser obtidos por meio desse movimento. - Que tal escolher uma posição diferente daquela que está exemplificada para colocar sua peça na posição inicial e descobrir como ficará o seu padrão?
<p>Fase 5: Integração</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Os novos padrões podem ser analisados e posteriormente será elaborado um texto coletivo com as descobertas do grupo.
<p>Material:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Quadriculado para aplicação do molde. 	



- Molde a ser aplicado



- Lápis preto
- Lápis colorido

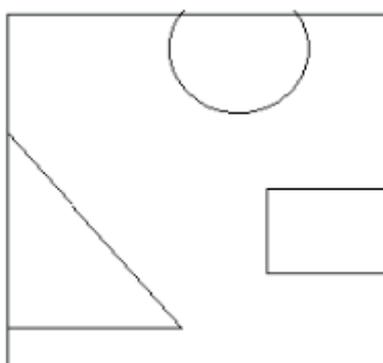
QUADRO 1: Tarefa de Simetria de Rotação

Objetivo: Desenvolver conceitos relacionados à simetria de translação.	
Fase 1: Investigação/Informação	<p>- Observar a construção de um friso no qual aparece uma simetria de translação.</p> <p>Observar: Como a figura foi construída? Que nome damos ao movimento que a figura inicial faz para dar forma a figura toda? O que acontece com a figura em relação ao seu tamanho, forma e posição?</p>
Fase 2: Orientação Dirigida	<p>- Cada aluno recebe uma tira de papel que tenha 5 centímetros de altura e, pelo menos, 20 centímetros de comprimento e um molde.</p> <p>- Em seguida deve posicionar seu molde sobre a tira de papel, fazendo coincidir as extremidades do lado esquerdo e colorir os espaços vazados.</p> <p>- Após o término da primeira pintura, “empurrar” o molde para a direita, de modo que o molde do carimbo fique justaposto, ou seja, “encostadinho” ao lado da posição em que se encontrava anteriormente.</p> <p>- Pinte novamente os espaços em branco e repita essa operação até o final da tira de papel.</p>

Fase 3: Explicação	<ul style="list-style-type: none"> - Translação é a transformação em que a imagem de uma figura é obtida pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma distância, direção e sentido. - Nesse movimento, são mantidos o tamanho, a orientação e a forma da figura original.
Fase 4: Orientação Livre	- Distribuir aos alunos papel quadriculado em branco e pedir que cada um deles elabore um friso a partir de um padrão criado por eles.
Fase 5: Integração	- Os novos padrões podem ser analisados e posteriormente será elaborado um texto coletivo com as descobertas do grupo.

Materiais:

- Moldes



- Tira de papel sulfite
- Lápis preto
- Lápis colorido
- Frisos e materiais diversos
- Tiras de papel quadriculado/friso

QUADRO 2: Tarefa de Simetria de Translação

Objetivo: Desenvolver conceitos relacionados à simetria de reflexão.	
Fase 1: Investigação/Informação	<ul style="list-style-type: none"> - Observar a construção de um friso no qual aparece uma simetria de reflexão. <p>Observar: Como a figura foi construída? Que nome damos ao movimento que a figura inicial faz para dar forma a figura toda? O que acontece com a figura em relação ao seu tamanho, forma e posição?</p>

Fase 2: Orientação Dirigida	<ul style="list-style-type: none"> - Cada aluno recebe uma tira de papel que tenha 5 centímetros de altura e, pelo menos, 20 centímetros de comprimento e um molde. - Em seguida deve posicionar seu molde sobre a tira de papel, fazendo coincidir as extremidades do lado esquerdo e colorir os espaços vazados. - Após o término da primeira pintura, deverá colocar um espelho na extremidade do lado direito e observar o reflexo da imagem no espelho. - Deverá desenhar ao lado da imagem já desenhada, a imagem projetada no espelho e assim repetir essa operação até o final da tira de papel.
Fase 3: Explicação	<ul style="list-style-type: none"> - Nesse caso, a simetria tem um eixo. - A simetria de reflexão pode ser mais bem observada a partir de um espelho sendo colocado no eixo de uma figura. - Nosso corpo tem um eixo de simetria que nos “divide ao meio”. Esse pode ser um ponto para início da atividade. - Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original, porém em sentido inverso.
Fase 4: Orientação Livre	<ul style="list-style-type: none"> - Distribuir aos alunos papel quadriculado em branco e pedir que cada um deles elabore um friso a partir de um padrão criado por eles. OU - Entregar uma tira para que continuem o friso
Fase 5: Integração	<ul style="list-style-type: none"> - Os novos padrões podem ser analisados e posteriormente será elaborado um texto coletivo com as descobertas do grupo.
<p>Materiais</p> <ul style="list-style-type: none"> - Moldes - Tiras quadriculadas de papel sulfite - Lápis preto - Lápis colorido - Frisos 	

QUADRO 3: Tarefa de Simetria de Reflexão

5 | CONSIDERAÇÕES

A geometria é um dos eixos do ensino da Matemática que tem sido negligenciado ao longo dos anos, parte pela importância dada a outros eixos dessa área, em especial ao de números e operações, mas acreditamos que principalmente pela formação dada aos profissionais de educação que contribuem para o desconhecimento dos professores da sua importância para a aprendizagem dos alunos.

Assim, esse minicurso tem como objetivo contribuir para a formação desses profissionais e tem como público alvo, os educadores, professores e alunos da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

APM – Associação de Professores de Matemática. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Trad. Dos Principles and Standards for School Mathematics do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000. Lisboa, 2008.

BASTOS, Rita. Notas sobre o Ensino da Geometria. **Educação e Matemática**, número 88, mai/jun 2006, p. 9-11.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2017.

FREUDENTHAL, Hans. Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel, 1973, p.407. In: FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. **O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011) **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013.

PAVANELLO, R. M. Por que ensinar/aprender Geometria? In: **Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática**, 2004. Disponível em: http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/. Acesso em 20/04/2017.

RODRIGUES, Camila Roberta Ferrão. **A matemática das Transformações**. 1ª edição. Programa de Pós Graduação no Ensino de Matemática. Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2011.

RODRIGUES, Camila Roberta Ferrão. **Possibilidades e Potencialidades do Ensino das transformações geométricas no Ensino Fundamental**. (Dissertação Mestrado). Programa de Pós Graduação no Ensino de Matemática. Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2012.

TEPPO; Anne. Van Hiele Levels of Geometric Thought Revisited Source. **The Mathematics Teacher**, Vol. 84, No. 3, mar/1991), pp. 210-221.

VAN DE WALLE, John. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILLIER, Michael de. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.12, n.3, pp.400-431, 2010.

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Algébricas 41, 42, 48, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 69, 84, 181, 183

Ângulos 27, 29, 49, 50, 51, 52, 135, 137, 139, 140

Anos Iniciais 25, 29, 33, 54, 71, 72, 75, 125, 126, 127, 130, 144, 146, 149, 152, 153, 214

Aprendizagem Virtual 55

Aula Invertida 103, 109, 110, 111, 112

C

Comunidades de Prática 114, 115, 117, 118, 120, 121, 122, 123

Conceito 6, 20, 26, 29, 35, 36, 39, 41, 44, 45, 51, 66, 71, 75, 76, 79, 85, 86, 105, 151, 168, 169, 173, 174, 175, 180, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 191, 193, 209

Conhecimento técnico-instrumental 154

D

Didática para Geometria 47

E

Educação Matemática Crítica 14, 16, 17, 18, 19, 21, 24

Ensino de análise 179, 180, 188

Ensino Híbrido 103, 104, 105, 106, 108, 109, 112

Estágio supervisionado interdisciplinar 115

F

Figuras Espaciais 1, 2, 3, 7, 12

G

Geometria 2, 3, 4, 6, 7, 12, 13, 25, 26, 28, 29, 33, 34, 41, 45, 47, 48, 97, 135, 137, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 178

Graduandos 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 165

I

Instrumentalização 71, 72, 155, 199

Integral definida 35, 36, 41, 44, 45, 184, 185

Investigação Matemática 135, 137, 138, 141, 142, 143

J

Jean Piaget 144, 145, 147, 149, 150, 153

Jogo de Sinais 61, 69

Jogos 61, 67, 164, 196, 208, 209, 210, 213, 214

K

Khan Academy 55, 56, 57, 58, 59

L

Licenciatura em educação do campo 14, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23

M

Macroavaliações 82, 83, 84, 85, 87

Matemática acadêmica e escolar 189

Mestrado profissional 189, 190

Moodle 55, 56, 57, 58, 59, 60, 103, 107, 110, 112

N

Níveis de aprendizagem 168, 172

P

Percepções 40, 125, 126, 129

Prática docente 21, 23, 44, 89, 93, 111, 123, 145, 155, 166, 190

Projeto de Intervenção 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 82, 83

Projetos Interdisciplinares 29, 197, 202, 206

S

Saberes da experiência 47, 49, 54

Saberes específicos 47

Significado 19, 71, 75, 79, 114, 116, 117, 118, 171, 181, 182, 186, 202, 216

Simetria de figuras no plano 25

Software Geogebra 1, 2, 4, 5, 6, 13, 48, 50

T

Tecnologias da Informação e Comunicação 179, 180

Teoria de resposta ao item 87, 89, 90, 91, 99

TSD 197, 200, 202, 206

V

Van Hiele 26, 27, 29, 34, 168, 169, 172, 178

Visualização 3, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 135, 142, 170, 171, 183, 184, 186, 187

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-603-4

