

# Ensino Aprendizagem de Matemática

Eliel Constantino da Silva  
(Organizador)



**Eliei Constantino da Silva**  
(Organizador)

# **Ensino Aprendizagem de Matemática**

Atena Editora  
2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Geraldo Alves  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

#### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof.ª Dr.ª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E59	Ensino aprendizagem de matemática [recurso eletrônico] / Organizador Eliel Constantino da Silva. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019.  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-545-7 DOI 10.22533/at.ed.457192008  1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Formação. I. Silva, Eliel Constantino da.  CDD 510.7
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

Os trabalhos abordam temas atuais e relevantes ao ensino e aprendizagem da Matemática, tais como: a relação da Matemática com a música no ensino de frações, livros didáticos e livros literários no ensino de Matemática, uso de instrumentos de desenho geométrico, jogos, animes e mangá como contribuições para o desenvolvimento da Matemática em sala de aula, análise dos problemas que envolvem o ensino de Trigonometria no Ensino Médio, a ausência do pensamento matemático e argumento dedutivo na Educação Matemática, investigação e modelagem matemática, tendências em Educação Matemática, formação inicial de professores de Matemática e apresentam um aprofundamento da Matemática através dos dígitos verificadores do cadastro de pessoas físicas (CPF), simetria molecular, análise numérica e o Teorema de Sinkhorn e Knopp.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca do ensino e aprendizagem da Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas.

O livro inicia-se com seis capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Em seguida há 9 capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, seguidos de 4 capítulos que abordam a temática do livro no Ensino Superior. E por fim, encontram-se 10 capítulos que trazem em seu cerne a Matemática enquanto área do conhecimento, sem a apresentação de uma discussão acerca do seu ensino e do processo de aprendizagem.

Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Elie Constantino da Silva

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA: UMA FORMA DE TRABALHAR COM FRAÇÕES	
<i>Enoque da Silva Reis</i> <i>Hemerson Milani Mendes</i> <i>Samanta Margarida Milani</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920081</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>14</b>
POSSIBILIDADES DIDÁTICAS E PEDAGÓGICAS DO USO DA IMAGEM VIRTUAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO ENVOLVENDO SEMIÓTICA EM UMA FANPAGE E LIVROS DIDÁTICOS	
<i>Luciano Gomes Soares</i> <i>José Joelson Pimentel de Almeida</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920082</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>26</b>
PIFE DA POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO – UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA	
<i>Ítalo Andrew Rodrigues Santos</i> <i>João Paulo Antunes Carvalho</i> <i>Josué Antunes de Macêdo</i> <i>Lílian Isabel Ferreira Amorim</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920083</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>35</b>
O ENSINO DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DE LIVROS LITERÁRIOS EM TURMAS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<i>Karine Maria da Cruz</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920084</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>46</b>
RELATO DA UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS DE DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS	
<i>Luana Cardoso da Silva</i> <i>Washington Leonardo Quirino dos Santos</i> <i>Leonardo Cinésio Gomes</i> <i>Cristiane Fernandes de Souza</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920085</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>55</b>
ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO VAI E VEM DAS EQUAÇÕES NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU	
<i>Anderson Dias da Silva</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920086</b>	

<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>68</b>
TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DOS PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O SEU ENSINO NO IFPB CAMPUS CAJAZEIRAS-PB	
<i>Francisco Aureliano Vidal</i>	
<i>Carlos Lisboa Duarte</i>	
<i>Adriana Mary de Carvalho Azevedo</i>	
<i>Kíssia Carvalho</i>	
<i>Geraldo Herbetet de Lacerda</i>	
<i>Uelison Menezes da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920087</b>	
<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>81</b>
OS JOGOS MATEMÁTICOS PARA MINIMIZAR A MATEMATOFOBIA DOS ALUNOS: UM ENCONTRO NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA	
<i>Hellen Emanuele Vasconcelos Albino</i>	
<i>Yalorisa Andrade Santos</i>	
<i>Kátia Maria de Medeiros</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920088</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>90</b>
O ESTUDO DA PARÁBOLA NA FORMA CANÔNICA E COMO LUGAR GEOMÉTRICO	
<i>Micheli Cristina Starosky Roloff</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920089</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>98</b>
LEONHARD EULER (1707-1783) E ESTUDO DA FÓRMULA DE POLIEDROS NO ENSINO MÉDIO	
<i>Julimar da Silva Aguiar</i>	
<i>Eliane Leal Vasquez</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200810</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>116</b>
AUSÊNCIA DE PENSAMENTO MATEMÁTICO E ARGUMENTO DEDUTIVO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: RESULTADOS DE UMA PESQUISA	
<i>Marcella Luanna da Silva Lima</i>	
<i>Abigail Fregni Lins</i>	
<i>Patricia Sandalo Pereira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200811</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>129</b>
AS FORMAS GEOMÉTRICAS NO DESENHO (ANIMES, MANGÁ): UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA AO ENSINO DE GEOMETRIA	
<i>Luciano Gomes Soares</i>	
<i>Tayná Maria Amorim Monteiro Xavier</i>	
<i>Mônica Cabral Barbosa</i>	
<i>Rosemary Gomes Fernandes</i>	
<i>Maria da Conceição Vieira Fernandes</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200812</b>	

**CAPÍTULO 13 ..... 141**

**A INVESTIGAÇÃO E A MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO EXPERIMENTAL COM A LARANJA CITRUS SENENSIS**

*Igor Raphael Silva de Melo*  
*Célia Maria Rufino Franco*  
*Marcos dos Santos Nascimento*  
*Villalba Andréa Vieira de Lucena*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200813**

**CAPÍTULO 14 ..... 150**

**“A MAÇÃ DO PROFESSOR”: EXPLORANDO O CÁLCULO DO VOLUME DE UMA MAÇÃ EM AULAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

*Igor Raphael Silva de Melo*  
*Célia Maria Rufino Franco*  
*Isaac Ferreira de Lima*  
*João Elder Laurentino da Silva*  
*Jucimeri Ismael de Lima*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200814**

**CAPÍTULO 15 ..... 160**

**CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA**

*Júlio César dos Reis*  
*Aldo Brito de Jesus*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200815**

**CAPÍTULO 16 ..... 171**

**ESTADO DA ARTE SOBRE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO/UFPE-CAA**

*Marcela Maria Andrade Teixeira da Silva*  
*Edelweis José Tavares Barbosa*  
*Maria Lucivânia Souza dos Santos*  
*Jéssika Moraes da Silva*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200816**

**CAPÍTULO 17 ..... 181**

**CONTRIBUIÇÕES DO PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

*Eduardo da Silva Andrade*  
*Eduarda de Lima Souza*  
*Fanciclaudio de Meireles Silveira*  
*Egracieli dos Santos Ananias*  
*Leonardo Cinésio Gomes*  
*Tiago Varelo da Silva*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200817**

**CAPÍTULO 18 ..... 189**

**A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO CURSO DE PEDAGOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS**

*Meire Aparecida De Oliveira Lopes*  
*Liliane Oliveira Souza*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200818**

<b>CAPÍTULO 19</b> .....	<b>204</b>
OS DÍGITOS VERIFICADORES DO CADASTRO DE PESSOAS FÍSICAS (CPF)	
<i>Pedro Leonardo Pinto de Souza</i>	
<i>Vinícius Vivaldino Pires de Almeida</i>	
<i>Edney Augusto Jesus de Oliveira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200819</b>	
<b>CAPÍTULO 20</b> .....	<b>218</b>
SIMETRIA MOLECULAR	
<i>Guilherme Bernardes Rodrigues</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Alonso Sepúlveda Castellanos</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200820</b>	
<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>225</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200821</b>	
<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>235</b>
SOLUÇÕES FRACAS PARA EQUAÇÃO DE BURGERS COM VISCOSIDADE NULA	
<i>Ana Paula Moreira de Freitas</i>	
<i>Santos Alberto Enriquez-Remigio</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200822</b>	
<b>CAPÍTULO 23</b> .....	<b>244</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO DE CRANK-NICOLSON	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200823</b>	
<b>CAPÍTULO 24</b> .....	<b>254</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA ONDA UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Gabriel Machado dos Santos</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200824</b>	

<b>CAPÍTULO 25</b> .....	<b>265</b>
A IDEIA GEOMÉTRICA DA HOMOLOGIA E DO GRUPO FUNDAMENTAL	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Lígia Laís Fêmina</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200825</b>	
<b>CAPÍTULO 26</b> .....	<b>271</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO BIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200826</b>	
<b>CAPÍTULO 27</b> .....	<b>280</b>
TEOREMA DE SINKHORN E KNOPP	
<i>Gabriel Santos da Silva</i>	
<i>Daniel Cariello</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200827</b>	
<b>CAPÍTULO 28</b> .....	<b>285</b>
O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA UTILIZANDO PROJEÇÃO PARA ÓCULOS ANAGLIFO	
<i>Rosângela Costa Bandeira</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200828</b>	
<b>CAPÍTULO 29</b> .....	<b>298</b>
O USO DE SOFTWARES EDUCACIONAIS COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS	
<i>Cristiane Batista da Silva</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200829</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>309</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>310</b>

## RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA: UMA FORMA DE TRABALHAR COM FRAÇÕES

### **Enoque da Silva Reis**

Universidade Federal de Rondônia (Unir-Ji-Paraná)

Professor do Departamento Acadêmico de Matemática e Estatística. Ji-Paraná, Rondônia  
Doutorando pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar (GEPHEME-RO)

### **Hemerson Milani Mendes**

Pós-graduando em Educação Matemática – UNIR Ji-Paraná.

Integrante do Grupo Rondoniense de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GROPEM)

### **Samanta Margarida Milani**

Mestra em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/RO, (2016).

Professora do Instituto Federal de Educação Ciências e Tecnologia de Rondônia – IFRO

Integrante do Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar (GEPHEME-RO)

**RESUMO:** O objetivo deste capítulo é divulgar um estudo que buscou analisar a relação entre a música e a matemática e em particular propor algumas atividades que possam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de frações. No referencial teórico, nos baseamos

nos conceitos fundamentais da música, como o som, melodia, intensidade e a própria concepção de música, juntamente, com a definição de frações e as operações de adição e subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos Números Racionais. Como referencial metodológico, optamos em descrever o processo de construção deste trabalho, em outras palavras, nosso referencial está ligado a descrição do caminhar na construção deste. Considerando que a presença da matemática na música é intensa e aprender música consiste em aprender também elementos matemáticos, aqui em particular, frações e operações como adição, subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos números Racionais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Música; Matemática; Fração.

### RELATIONSHIPS BETWEEN MUSIC AND MATHEMATICS: A WAY TO WORK WITH FRACTIONS

**ABSTRACT:** The objective of this chapter is to disseminate a study that sought to analyze the relationship between music and mathematics and in particular to propose some activities that may help in the process of teaching and learning fractions. In the theoretical framework, we are based on the fundamental concepts of music, such as sound, melody, intensity and the conception of music, together, with the definition

of fractions and the operations of addition and subtraction, multiplication and division in the set of numbers Rational. As a methodological reference, we chose to describe the process of constructing this work, in other words, our referential is linked to the description of the walk in the construction of this. Whereas the presence of mathematics in music is intense and learning music consists in learning also mathematical elements, here in particular, fractions and operations such as addition, subtraction, multiplication and division in the set of rational numbers.

**KEYWORDS:** Music; Math; Fraction.

## 1 | INTRODUÇÃO

A maioria das pessoas, quando pensam em matemática, se recordam de algo difícil e complicado de entender, e muitas dessas, desconhecem a relação existente desta disciplina com tantas outras que nos permitem desestressar e relaxar, como a música, pois se não fosse um matemático chamado Pitágoras, experimentar e descobrir as relações das notas musicais com conceitos básicos da matemática, ela não teria a magia de transformar e alegrar nossos dias.

E como Pitágoras a milhares anos atrás, na Grécia Antiga, fez descobertas muito importantes tanto para a matemática como para a música? Ele precisou apenas de uma corda esticada, para se aventurar e descobrir sons diferentes e ao mesmo tempo harmônicos.

Para entendermos melhor o que Pitágoras fez, devemos imaginar um corda esticada e presa nas suas extremidades, ao tocarmos nesta corda ela vibra. Pitágoras decidiu dividir está corda ao meio para descobrir qual som seria produzido, e logo percebeu que era o mesmo, porém mais agudo que o anterior, ou seja a mesma nota, somente uma oitava acima. E ele não parou por aí, continuou a fazer novas divisões e a encontrar novos sons, no entanto sempre harmônicos e agradáveis a nossos ouvidos.

A música e a matemática de certo modo nos proporcionam momentos de lazer, tranquilidade, tesão ou prazer, e uma das explicações a este fato é que de alguma forma nosso cérebro gosta de relações lógicas bem definidas. Este fato nos remete a exemplificar como a matemática está presente na música, e que as relações lógicas são de uma maneira inexplicável, compreendidas por nosso cérebro.

Não é necessário conhecer tudo de matemática para ser capaz de apreciar um boa e prazerosa música, mas saiba que ela é resultado de uma organização numérica. E o responsável por interpretar e desvendar esses mistérios musicais é o nosso cérebro. Com isso podemos concluir que seu cérebro gosta de cálculos e se você for músico, então você também é de alguma forma matemático.

Diante da explanação feita, objetivamos demonstrar que é possível trabalhar conceitos básicos matemáticos com as notas musicais, pois a matemática e a música andam lado e lado, e está poderá vir a ser um potencial estimulador durante o processo

de ensino e aprendizagem desta disciplina, que conforme supracitado inicialmente é vista como algo difícil e complicado.

Pensando nisso, iniciamos o trabalho fazendo uma breve discussão histórica entre a matemática e a música, em seguida abordamos alguns elementos fundamentais sobre a música e discorremos teoricamente conceitos específicos e básicos de adição e subtração de frações, assim como de razão e proporção. Posteriormente trazemos uma proposta de atividades que podem vir a ser trabalhadas em sala de aula, envolvendo elementos musicais e matemáticos, em particular o conteúdo de frações, e finalizamos apresentando uma sucinta análise das questões propostas.

## 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Por entendermos ser este tópico a base para nossa análise, o descrevemos em três pontos distintos. O primeiro para esclarecer ao leitor algumas considerações históricas da relação existente entre a música e a matemática, em seguida, buscamos discutir alguns conceitos inerentes a parte específica da música, como o som, melodia, intensidade e a própria concepção de música, e por fim, um estudo de frações, elemento específico da matemática.

### 2.1 Uma Breve História sobre as Frações

A história e origem das frações remonta o antigo Egito, aproximadamente 3.000 a.C., e traduz a necessidade e importância para o ser humano acerca dos números fracionários. Naquela época, os matemáticos marcavam suas partes de terras para delimitá-las, porém, no período chuvoso o rio ultrapassava o limite e inundava muitas terras, e por consequência, as marcações.

Dessa forma, os matemáticos resolveram demarcá-las com cordas a fim de resolver o problema causado pelas enchentes, porém notaram que muitos terrenos não eram compostos por números inteiros, pois havia alguns terrenos que mediam partes de um total. Assim, os estudiosos dos faraós passaram a fazer uso dos números fracionários, ainda cabe ressaltar que Fração é originada do latim *fractus* e significa “partido”.

De acordo com Machado (2013, p.17) “tais frações eram consideradas frações unitárias, pois o numerador tinha sempre o valor unitário 1. Eram representadas na notação hieroglífica e utilizavam um sinal elíptico seguido do número inteiro correspondente”. Através da figura 1 podemos observar alguns exemplos da representação fracionária egípcia.

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$

**Figura 1:** Representação de Fracionária Egípcia

Fonte: Machado (2013, p.17).

Ainda Machado (2013, p.17), expõe que “quando as frações não eram unitárias, expressavam em forma de adição de frações unitárias. A única fração que não era decomposta em adições de frações unitárias era a fração  $\frac{2}{3}$ , para tal fração utilizavam um método particular”.

Nessa concepção Boyer (1996, p.9) relata que “atribuíam à fração  $\frac{2}{3}$  um papel especial nos processos aritméticos de modo que para achar o terço de um número primeiro achavam os dois terços e tomavam depois a metade disso.” A partir das frações egípcias e de outras civilizações como babilônicos, romanos, hindus, entre outras, ocorreu o surgimento de várias notações que contribuiu para a forma atual que conhecemos e que é estudada.

## 2.2 Adição e Subtração de frações

No campo de estudo da matemática, operações com frações são utilizadas em inúmeros contextos, dessa forma Sodré (2010) descreve que “fração  $\frac{a}{b}$  é a representação genérica do valor  $a$  que é dividido por  $b$  partes iguais, sendo  $b \neq 0$ . Em toda fração, o termo superior é chamado de numerador e o termo inferior é chamado de denominador”.

Assim sendo, a fração na forma genérica  $\frac{a}{b}$ , temos que o termo  $a$  é o numerador e o termo  $b$  é o seu denominador.

No que diz respeito às operações de adição ou soma de frações, se faz necessário que todas as frações envolvidas possuam o mesmo denominador. Dessa forma, caso todas as frações já possuam um denominador em comum, só precisa ser feita a soma de todos os numeradores e mantenhamos este denominador comum. Observemos o exemplo a seguir:

$$\frac{12}{2} + \frac{5}{2} + \frac{8}{2} =$$

Podemos ver, que todas as frações do exemplo acima possuem o denominador

igual a 2, desse modo a fração final terá como numerador a adição dos números 12, 5 e 8, assim como terá o mesmo denominador 2:

$$\frac{12 + 5 + 8}{2} = \frac{25}{2}$$

Agora iremos verificar outro exemplo:

$$\frac{7}{13} + \frac{15}{5} + \frac{8}{3} =$$

Da forma que está posto o exemplo acima, não é possível realizar a operação aditiva dos numeradores, ou seja, é necessário converter todas as frações em um denominador comum. Por consequência, o denominador resultante deve ser o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) dos denominadores dos números (13, 5, 3), que temos como resultado 195. Portanto, um novo numerador de cada fração será buscado, de modo que será dividido por 195 pelo seu denominador atual e em seguida multiplicando-se o produto encontrado pelo numerador original, de maneira que:

- Para  $\frac{7}{13}$  temos (195 dividido por 13), que resulta 15, e em seguida é multiplicado por 7, tendo assim como resultado 105, assim sendo temos  $\frac{7}{13} = \frac{105}{195}$ ;

- Para  $\frac{15}{5}$  temos (195 dividido por 5), que resulta 39, logo após multiplicamos por 15, resultando em 585, assim  $\frac{15}{5} = \frac{585}{195}$ ;

- Para  $\frac{8}{3}$  temos (195 dividido por 3), resulta em 65, e multiplicando por 8, temos 520 como número resultante, assim  $\frac{8}{3} = \frac{520}{195}$ ;

Assim sendo, obtemos três frações equivalentes às frações originais sendo que todas possuem o denominador 195 em comum, basta agora proceder de acordo com o primeiro exemplo:

$$\frac{105}{195} + \frac{585}{195} + \frac{520}{195} = \frac{105 + 585 + 520}{195} = \frac{1210}{195}$$

Em relação à subtração ou diferença de frações, de mesmo modo que a adição, também se faz necessário que todas as frações apresentem um denominador em comum, desse modo, basta subtrair um numerador do outro, mantendo assim o denominador comum.

Exemplo:

$$\frac{13}{2} - \frac{7}{2} - \frac{5}{2} = \frac{13 - 7 - 5}{2} = \frac{1}{2}$$

Vale lembrar, que é em casos de operações de subtração que as frações o denominador não é comum, é essencial encontrar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e executar os mesmos procedimentos da adição, apenas se atentando com as operações da diferença.

Exemplo:

$$\frac{3}{13} - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{45 - 78 - 65}{195} = \frac{-98}{195}$$

## 2.3 Multiplicação de Frações

A conceituação da multiplicação ou produto de frações, talvez seja uma das mais simples das operações aritméticas que envolve fração. Diferente das operações de adição e subtração, na multiplicação não é essencial que se tenha um denominador comum, assim basta multiplicar os numerados presentes na operação, e o mesmo em relação aos seus denominadores.

Observemos o exemplo a seguir:

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{105}$$

## 2.4 Divisão de Frações

A divisão de frações está resumida apenas na regra de que o numerador da primeira fração é responsável por multiplicar o denominador da segunda e o denominador da primeira fração multiplica o numerador da outra fração.

Vejamos o exemplo:

$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{1 \times 5}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$$

## 2.5 Razão e Proporção

A razão é utilizada para fazer comparação entre duas grandezas, de uma forma geral, podemos dizer que a razão do número  $a$  para o número  $b$  (diferente de zero) é o quociente de  $a$  por  $b$ .

A razão entre  $a$  e  $b$ , escrita através de notação matemática, é  $\frac{a}{b}$ , onde  $b \neq 0$ .

Exemplo:

A razão de 2 para 5 é  $\frac{2}{5}$ .

Já proporção pode ser definida como a igualdade entre duas razões (equivalências entre razões):

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Assim sendo, se afirmarmos que as razões são iguais, é o mesmo que expor que formam uma proporção.

Para verificar essa propriedade, devemos realizar algumas operações. Na proporção

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Podemos multiplicar os dois lados da igualdade pelo produto dos consequentes das razões que a formam ( $b \cdot d$  ou  $bd$ ) Assim:  $a/b \cdot bd = \frac{c}{d} \cdot bd$  ou seja, simplificando, temos que:

$$a \cdot d = c \cdot b \text{ ou } a \cdot d = b \cdot c.$$

### 3 | METODOLOGIA

Como nossa opção metodológica foi descrever ao leitor nosso caminhar no desenvolvimento deste trabalho, iniciamos lembrando que o objetivo foi, analisar a relação entre a música e a matemática, em particular propor algumas atividades que possam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de frações.

Diante disto, como a formação de um dos componentes deste artigo é a música, e com experiência nesta área por mais de 10 anos, inclusive em ministrar aula de musicalização. Identificamos de imediato a existência da relação entre essas duas áreas a música e a matemática. A partir dessa constatação buscamos construir atividades que pudessem ser utilizadas tanto para explicitar a relação das áreas como em proporcionar o aprendizado delas em conjunto.

Para dar início observamos a tabela composta por quatro colunas, em que a primeira coluna identifica o nome de cada um dos símbolos utilizados, a segunda coluna a representação simbólica dos som, a terceira coluna a representação simbólica dos silêncios e por fim o valor numérico de cada uma delas. Podemos observar de imediato um conjunto formado por sete nomes e quatorze símbolos.

Nome	Som	Silêncio	Duração
Semibreve			1
Mínima			1 / 2
Semínima			1 / 4
Colcheia			1 / 8
Semicolcheia			1 / 16
Fusa			1 / 32
Semifusa			1 / 64

Tabela 01: Símbolos musicais

Fonte: [https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Figuras-musicais-representativas-das-duracoes-temporais-relativas\\_fig1\\_326568523](https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Figuras-musicais-representativas-das-duracoes-temporais-relativas_fig1_326568523)

Como nosso pensamento inicial era socializar os conhecimentos musicais em conjunto com a matemática, a tabela 01 oportunizou a apresentação nominal, simbólica e numérica dos elementos.

Diante desta exposição acreditamos na necessidade de propor atividade que possibilitem o trabalho de relação e proporção, inicialmente entre os símbolos de som juntamente com sua nomenclatura. Desse modo a atividade a seguir foi pensada.

**Atividade 01:** Considerando o quadro de figuras musicais acima, complete as lacunas:

- a)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  colcheias.                      f)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  semifusas.
- b)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  colcheias.                      g)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  mínimas.
- c)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  semifusas.                      h)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  fusas.
- d)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  semicolcheias.                      i)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  semifusas.
- e)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  semifusas.                      j)  $\text{♩} = \underline{\hspace{1cm}}$  semínimas

Ao observar a consistência dos alunos nas relações desenvolvidas na atividade 01. Notamos a possibilidade de problematizar tal atividade, neste caso, mudando o valor inicial da semibreve que é a base e vale 1. Passando esse valor para 1 para semínima. Ou seja a atividade 02 seria escrita da seguinte forma:

**Atividade 02:** A atividade 01 apresenta a semibreve representando 1 tempo. Considerando que em uma nova situação um tempo seja representado pela semínima, complete a tabela abaixo:

Semibreve		<u>        </u>
Mínima		<u>        </u>
Semínima		1
Colcheia		<u>        </u>
Semicolcheia		<u>        </u>
Fusa		<u>        </u>
Semifusa		<u>        </u>

Após este trabalho que consiste em relações envolvendo os símbolos e suas representações. Acreditamos na abertura para assim começar a trabalhar com valores numéricos juntamente com operações. Para isso propomos a atividade 03 descrita a seguir.

**Atividade 03:** Considerando a figura musical semínima valendo 1, que figura ou conjunto de figuras corresponde às operações abaixo?

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$

b)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

Após a atividade três temos a possibilidade de propor aos alunos algo que envolva um desafio um pouco maior pois entram outros elementos simbólicos no contexto musical mas que aqui não influencia as relações. Em particular a representação



proporcionar ao educando o desafio de compor a combinação dos símbolos musicais, tendo como principal elemento matemático os conceitos de proporção e operações no conjunto dos números Racionais. Isso pode ser observado nos dez itens que compõem a atividade, para exemplificar melhor nossas palavras, o item (a) da atividade que solicita que seja completada a seguinte situação:  $\text{♩} = \underline{\hspace{2cm}}$  colcheias. Neste caso a atividade pede para que o aluno identifique o símbolo ( $\text{♩}$ ) como sendo uma semínima, e faça a relação com a tabela inicialmente enunciada, mostrando que uma semínima ( $\text{♩}$ ) tem o valor numérico igual a  $\frac{1}{4}$ , então basta observar quantas colcheias representadas pela simbologia ( $\text{♪}$ ) que possui valor numérico igual a  $\frac{1}{8}$  se iguala a uma semínima ( $\text{♩}$ ). Ou seja, como cada semínima ( $\text{♩}$ ) =  $\frac{1}{4}$ , e cada colcheias ( $\text{♪}$ ) =  $\frac{1}{8}$ . Basta observar que tal questionamento poderia ser escrito na linguagem matemática da seguinte forma: Qual valor de  $x$  para que a expressão  $\frac{1}{4} = x \cdot \frac{1}{8}$ , seja uma proporção? Na sua resolução teríamos  $x = 2$ , ou seja, a solução correta para o exercício seria: Uma semínima ( $\text{♩}$ ) equivale a 2 colcheias ( $\text{♪}$ ).

Usando somente simbologias poderíamos escrever a questão da seguinte forma:

Calcule o valor de  $x$  na seguinte situação  $\text{♩} = x \text{ ♪}$  teríamos como resolução  $x = \frac{\text{♩}}{\text{♪}}$  substituindoos valores de  $\text{♩} = \frac{1}{4}$  e  $\text{♪} = \frac{1}{8}$ , e  $\text{♪} = \frac{1}{8}$ , teríamos  $x = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}}$ , logo  $x = 2$ .

No que tange a **atividade 02**, consiste em reorganizar proporcionalmente os valores numéricos dos sons. Para isso basta observar que temos a seguinte situação:

Quadro inicial	Quadro após a realização das proporções
Semibreve  = 1	Semibreve  = 4
Mínima  = $\frac{1}{2}$	Mínima  = 2
Semínima  = $\frac{1}{4}$	Semínima  = 1
Colcheia  = $\frac{1}{8}$	Colcheia  = $\frac{1}{2}$
Semicolcheia  = $\frac{1}{16}$	Semicolcheia  = $\frac{1}{4}$
Fusa  = $\frac{1}{32}$	Fusa  = $\frac{1}{8}$
Semifusa  = $\frac{1}{64}$	Semifusa  = $\frac{1}{16}$

Como o valor base 1 mudou da semibreve  para a Semínima  $\text{♩}$  e a reordenação deve seguir os padrões proporcionais, temos a partir do quadro inicial que uma semibreve equivale a 4 semínimas, ou seja  $\text{♩} = 4 \text{ ♩}$ , isso se justifica pois  $\text{♩} = 1$  e  $\text{♩} = \frac{1}{4}$ , logo  $\text{♩} = x \text{ ♩}$ , só será uma proporção se  $x = 4 \cdot \frac{1}{4}$ , pois teríamos  $1 = 4 \cdot \frac{1}{4}$ , ou seja  $1 = 1$ .

Logo basta observar que inicialmente uma Semibreve  que possui valor igual a 1 equivale a  $\frac{1}{4}$  de Semínima  $\text{♩}$ , então na mudança do valor inicial 1 para Semínima  $\text{♩}$  temos agora que a Semibreve  equivale a 4 Semínima  $\text{♩}$ . Analogamente a Mínima  equivale a 2 Semínima  $\text{♩}$ , a colcheia  equivale a  $\frac{1}{2}$  Semínima  $\text{♩}$  e assim por diante.

Note que no desenvolver desta atividade, o educando tem como desafio

reorganizar a tabela, e para isso deve compor um quadro que trabalha diretamente com relações proporcionais entre mais de um valor, por exemplo como inicialmente a Semibreve  $\bullet = 1$  e a de Semínima  $\downarrow = \frac{1}{4}$  e a colcheia  $\text{♪} = \frac{1}{8}$ , agora tem-se que a Semínima  $\downarrow = 1$  e a Semibreve  $\bullet = 4$  então qual o valor da colcheia  $\text{♪}$ ?

Neste caso temos que se  $\frac{1}{4}$  de 1 = 4 então basta calcular qual o valor de  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{1}{8}$  que é  $\frac{1}{2}$ , ou seja estamos calculando quantas colcheia  $\text{♪}$  cabem em uma Semínima  $\downarrow$ . Operando analogamente se completa todo quadro da questão.

Voltando nosso olhares a **atividade 03**, a mesma foi estruturada pesando inicialmente na aplicação da tabela já adaptadas proporcionalmente na **atividade 02** em que o educando transferiu o valor inicial 1 da Semibreve para a Semínima. E agora irá trabalhar de forma oposto das atividades 1 e 2 que apresentavam inicialmente a simbologia do som e ele deveria operar com os tempos de duração para responder. Nesta atividade acontece justamente o oposto, inicialmente ele possui os tempos de duração e terá que relacioná-los com suas simbologias para encontrar a resposta correta.

Observe que no primeiro elemento aparece uma adição de frações, ou seja, qual simbologia de som cada fração representa? E a soma desse símbolos gera uma nova representação de som? Respondendo a questão temos que operar com adição de frações.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  na simbologia do som temos que  $\text{♪} + \text{♪} = \text{♪}$

b)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  na simbologia do som temos que  $\text{♪} + \text{♪} = \text{♪}$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1+1}{4} = 1$  na simbologia do som temos que  $\text{♪} + \text{♪} + \text{♪} = \text{♪}$

Neste caso teríamos de acordo com Yves Chevallard (1999), idealizador da Teoria Antropológica do Didático (TAD) o trabalho com diversos ostensivos, neste caso ostensivos musicais acoplados com ostensivos matemáticos.

A **atividade 04**, traz em seu escopo o elemento musical chamado de Pauta ou Pentagrama, que consiste do conjunto de 5 linhas paralelas que são utilizadas para escrever as notas musicais de uma partitura, no sistema de notações musicais. No entanto, sua aplicação nesta atividade é somente para o educando se familiarizar com a existência da escrita das notas e não identificar cada nota, e sim se concentrar na duração de cada uma, ou seja no item (a) se levarmos em consideração a escrita na Pauta teríamos as seguintes notas: FA, SOL, RÉ, MI, LA, FÁ. Fazendo a relação com o tempo musical teremos (sabemos que a semibreve = 1) FA = 1, SOL = 1, RÉ =  $\frac{1}{2}$ , MI =  $\frac{1}{2}$ , LA = 2, FÁ = 4.

No entanto, basta observar que neste caso não deve ser considerado a Pauta, ou seja, aqui não se tem a necessidade de identificar o nome de cada nota e sim identificar a duração de cada som, assim a solução seria composta da seguinte forma:

$$\begin{array}{c}
 \text{♩} + \text{♩} + \text{♩} + \text{♩} + \text{♩} + \text{♩} \quad , \text{ ou seja,} \\
 2. \text{♩} + 2. \text{♩} + \text{♩} + \text{♩} = 2 \times 1 + 2 \times \frac{1}{2} + 2 + 4 = 9
 \end{array}$$

Operando analogamente nos itens b) tem-se o resultado de  $25/2$  e em c) o valor de 6.

Para finalizar, propomos a **atividade 05**, que descreve mais um conceito musical que está diretamente ligado a duração de cada compasso, e para isso propomos ao educando que complete, utilizando símbolos musicais. Destaca nesta ação a necessidade de mudar de simbologia musical para elementos numéricos afim de encontrar qual valor necessário para obter o número desejado, neste caso o compasso quaternário, ou seja, 4 tempos e em seguida retornar do valor encontrado para a simbologia musical.

Observe no primeiro compasso tem-se



Neste caso uma Colcheia + Semínima + Mínima, ou seja,  $\frac{1}{2} + 1 + 2 = \frac{7}{2}$  como espera-se que este compasso seja quaternário, ele precisa totalizar 4 tempos, então teríamos que acrescentar uma Colcheia pois assim teríamos Colcheia + Semínima + Mínima + Colcheia, tendo então,  $\frac{1}{2} + 1 + 2 + \frac{1}{2} = 4$ .

Operando analogamente nos demais compassos, encontramos os valores que os tornariam quaternários.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto neste artigo, podemos observar na potencialidade de se utilizar elementos da música para o processo do ensino de matemática, ou melhor, utilizarmos elementos da matemática para o ensino de música. Aqui em particular propomos a realização de um trabalho com proporções e operações no conjunto dos números Racionais.

Destacamos que o trabalho consiste em um elemento inicial teórico da utilização desta ferramenta em sala de aula, e que foi organizado para utilizarmos efetivamente no processo de ensino em uma turma do sexto ano do ensino fundamental, assim como em uma turma do primeiro ano do ensino médio. Pois acreditamos que tais atividades podem compor tanto um primeiro momento com os conteúdos, ou mesmo um panorama musical e matemático, mas também podemos utilizá-lo como um reencontro afim de proporcionar melhor um aprendizado dos conteúdos.

Para finalizar destacamos que em nossa busca de elementos que tivessem ligados a esta temática, nos deparamos com uma atividade proposta no Exame Nacional do

Ensino Médio (ENEM) de 2009 uma questão que envolvia justamente a junção da música com a matemática, o que faz fortalecer ainda mais nossas considerações quanto a importância de mostrar aos educandos as diversas interconexões da matemática fora da sala de aula, aqui em particular com a música.

## REFERÊNCIAS

BORGES, P. **Apostila de Física**. Santa Maria, 2009. Disponível em: <<http://docente.ifrn.edu.br/caiovasconcelos/downloads/ensino-medio/ondas-optica-e-acustica-ufsm>>. Acesso em 19/03/2019.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

CHEDIAK, A. **Harmonia & Improvisação - Vol. 1**. Irmãos Vitale, 1986.

CHEVALLARD, Y. (1999) **L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 19**, n. 2, p. 221-266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <<http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>>. Acesso em 20/04/ 2019.

DUARTE, Milton Joeri Fernandes. **A música e a construção do conhecimento histórico em aula**, 2011. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-04072011-144004/ptbr.php>>. Acesso em 19/04/2019.

GRANJA, Carlos Eduardo de Souza Campos. **Musicalizando a Escola: Música, Conhecimento e educação**. São Paulo: Escrituras Editora, 2006. Disponível em: <[http://www.cdn.ueg.br/arquivos/jussara/conteudoN/1209/Mono\\_\\_JOAO\\_BATISTA.p](http://www.cdn.ueg.br/arquivos/jussara/conteudoN/1209/Mono__JOAO_BATISTA.p)>. Acesso em 15/04/2019.

MACHADO, Jeane Fernanda Torres. **A Compreensão do Conceito e Operações Básicas Envolvendo Frações com a Utilização da Escala Cuisinaire**. Pará de Minas, 2013. Disponível em: <[http://fapam.web797.kinghost.net/admin/monografiasnupe/arquivos/31032014214953Jeane\\_Fernanda\\_Torres\\_Machado.pdf](http://fapam.web797.kinghost.net/admin/monografiasnupe/arquivos/31032014214953Jeane_Fernanda_Torres_Machado.pdf)>. Acesso em 23/05/2019.

MED, B. **TEORIA DA MÚSICA - 3ª EDIÇÃO**. Brasília: Musimed Editora, 1996.

MINGATOS, D. **Matemática e Música a Partir do Estudo do Monocórdio e de Figuras Musicais**. São Paulo, 2006. Disponível em: <<http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/2011/tcc-marcos>>. Acesso em 19/04/2019.

SANTOS, D. **Matemática e Música**. Brasília, 2006. Disponível em: <http://repositorio.ucb.br/jspui/bitstream/10869/1735/1/Dyego%20Raphael%20Alves%20dos%20Santos.pdf>. Acesso em 19/04/2019.

SODRÉ, U. **Matemática Essencial**. Londrina, 2010. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/matzoo/fracoas.pdf>>. Acesso em 20/04/ 2019.

SODRÉ, U. **Matemática Essencial**. Londrina, 2010. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/matzoo/fracoas.pdf>>. Acesso em 20/04/2019.

WEBER, Max. **Os fundamentos racionais e sociológicos da música**. São Paulo: Edusp, 1995. Disponível em: <<http://analisesocial.ics.ul.pt/documentos/1253274586J4sQX9hn4Ya32DR0.pdf>>. Acesso em 19/04/2019.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**Eliei Constantino da Silva** - Licenciado e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Brasil, e Universidade do Minho, Portugal, respectivamente. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e membro do Grupo de Pesquisa Ensino e Aprendizagem como Objeto da Formação de Professores (GPEA). Atuou como professor bolsista do Departamento de Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Tem interesse e desenvolve pesquisas nos seguintes temas: Educação Matemática, Pensamento Computacional, Robótica, Programação Computacional, Tecnologias Digitais na Educação, Ensino e Aprendizagem, Teoria Histórico-Cultural e Formação de Professores. Atualmente é doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), editor de conteúdo da Geekie, colunista do InfoGeekie, membro do Comitê Técnico Científico da Atena Editora, professor do Colégio Internacional Radial e desenvolve ações de formação de professores relacionadas ao uso de tecnologias e Pensamento Computacional na Educação.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Anos Finais do Ensino Fundamental 46

Aprendizagem 2, 25, 69, 100, 140, 170

### D

Desenho Geométrico 46, 130, 140

### E

Educação Básica 34, 47, 121, 139, 179, 180, 181, 182

Educação Matemática 5, 1, 15, 16, 18, 25, 26, 35, 37, 45, 54, 55, 57, 66, 80, 81, 100, 101, 102, 114, 116, 127, 140, 142, 149, 158, 159, 170, 171, 172, 173, 176, 177, 179, 188, 189, 191, 192, 197

Elementos para esboço gráfico 90

Ensino 2, 5, 8, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 25, 27, 34, 35, 36, 40, 46, 47, 48, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 76, 79, 80, 81, 84, 88, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 100, 103, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 142, 149, 158, 170, 174, 175, 180, 183, 184, 185, 187, 189, 191, 193

Ensino de Geometria 46, 48, 129

Ensino de Matemática 14, 27, 76, 79, 80, 103, 113, 127, 142

Ensino Médio 5, 8, 13, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 81, 84, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 103, 110, 111, 112, 113, 115, 116, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 175, 184, 185, 187

Ensino Superior 5, 184, 189

Equações do 1º e do 2º grau 55

Estratégia de Ensino 98

### F

Fórmula de Poliedro 98

Fração 1, 3

### G

GeoGebra 90, 92, 93, 95, 96, 116, 117, 118, 121, 122, 123, 126, 127

### H

História da Matemática 13, 54, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 114, 115, 173, 174, 175, 176

### I

Imagem virtual 14

### J

Jogos Educativos 26

Jogos Matemáticos 55, 66, 81, 88, 89

### L

Laboratório de Matemática 81, 82, 84, 85, 86

Literatura 35, 37, 38, 43, 44

Lugar geométrico 90

## **M**

Matemática 2, 5, 9, 1, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 76, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 121, 124, 125, 126, 127, 129, 131, 132, 137, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 147, 149, 150, 151, 152, 158, 159, 160, 161, 162, 164, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 197, 202, 203, 217, 218, 224, 270

Matematofobia 81, 82

Música 1, 13

## **P**

Parábola na forma canônica 90

PIBID 9, 26, 27, 28, 34, 56, 129, 130, 133, 181, 182, 183, 184, 186, 187, 188

## **R**

Registros de representação 14, 25

Resolução de Problemas 55, 57, 58, 102, 173, 174, 176

## **S**

Semiótica 14, 15, 16, 18, 19, 25

## **T**

Trigonometria 5, 69

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-545-7



9 788572 475457