



Cleberton Correia Santos
(Organizador)

**Estudos Interdisciplinares
nas Ciências e da Terra
e Engenharias 5**

Cleberton Correia Santos
(Organizador)

Estudos Interdisciplinares nas Ciências
Exatas e da Terra e Engenharias 5

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E82	<p>Estudos interdisciplinares nas ciências exatas e da terra e engenharias 5 [recurso eletrônico / Organizador Cleberton Correia Santos. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Estudos Interdisciplinares nas Ciências Exatas e da Terra e Engenharias; v. 5)</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-623-2 DOI 10.22533/at.ed.232191109</p> <p>1. Ciências exatas e da Terra. 2. Engenharias. 3. Tecnologia. I.Santos, Cleberton Correia. II. Série.</p> <p style="text-align: right;">CDD 016.5</p>
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

O livro “Estudos Interdisciplinares nas Ciências Exatas e da Terra e Engenharias” de publicação da Atena Editora apresenta em seu 5º volume 37 capítulos com temáticas voltadas à Educação, Agronomia, Arquitetura, Matemática, Geografia, Ciências, Física, Química, Sistemas de Informação e Engenharias.

No âmbito geral, diversas áreas de atuação no mercado necessitam ser elucidadas e articuladas de modo a ampliar sua aplicabilidade aos setores econômicos e sociais por meio de inovações tecnológicas. Neste volume encontram-se estudos com temáticas variadas, dentre elas: estratégias regionais de inovação, aprendizagem significativa, caracterização fitoquímica de plantas medicinais, gestão de riscos, acessibilidade, análises sensoriais e termodinâmicas, redes neurais e computacionais, entre outras, visando agregar informações e conhecimentos para a sociedade.

Os agradecimentos do Organizador e da Atena Editora aos estimados autores que empenharam-se em desenvolver os trabalhos de qualidade e consistência, visando potencializar o progresso da ciência, tecnologia e informação a fim de estabelecer estratégias e técnicas para as dificuldades dos diversos cenários mundiais.

Espera-se com esse livro incentivar alunos de redes do ensino básico, graduação e pós-graduação, bem como outros pesquisadores de instituições de ensino, pesquisa e extensão ao desenvolvimento estudos de casos e inovações científicas, contribuindo na aprendizagem significativa e desenvolvimento socioeconômico rumo à sustentabilidade e avanços tecnológicos.

Cleberton Correia Santos

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
DETERMINAÇÃO DA ALTURA MANOMÉTRICA DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE FLUIDOS DO REATOR TUBULAR PRESENTE NO MÓDULO DIDÁTICO DE CINÉTICA E CÁLCULO DE REATORES	
Shara Katerine Moreira Jorge Leal Rosilanny Soares Carvalho Daiane Antunes Pinheiro Vitor Soares	
DOI 10.22533/at.ed.2321911091	
CAPÍTULO 2	12
ESTATÍSTICA COMO ELEMENTO NORTEADOR DO TRABALHO COM CONCEITOS MATEMÁTICOS NOS ANOS INICIAIS	
Daiani Finatto Bianchini Cátia Maria Nehring	
DOI 10.22533/at.ed.2321911092	
CAPÍTULO 3	26
AÇÃO CATALÍTICA DO CATALISADOR DE 2ª GERAÇÃO DE GRUBBS NA AUTO-METÁTESE DA PIPERINA	
Aline Aparecida Carvalho França Vanessa Borges Vieira Thais Teixeira da Silva Sâmia Dantas Braga Ludyane Nascimento Costa John Cleiton dos Santos Denise Araújo Sousa Alexandre Diógenes Pereira Benedito dos Santos Lima Neto Francielle Aline Martins José Luiz Silva Sá José Milton Elias de Matos	
DOI 10.22533/at.ed.2321911093	
CAPÍTULO 4	35
ACUMULADOR DE ENERGIA SOLAR PARA SECAGEM DAS AMENDOAS DE CACAU	
Luiz Vinicius de Menezes Soglia Jorge Henrique de Oliveiras Sales Pedro Henrique Sales Giroto	
DOI 10.22533/at.ed.2321911094	
CAPÍTULO 5	47
ÁLGEBRA LINEAR NA ESCOLA E NA HISTÓRIA: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DOS PRINCIPAIS TÓPICOS ENSINADOS	
Leandro Teles Antunes dos Santos Erasmus Tales Fonseca Patrícia Milagre de Freitas	
DOI 10.22533/at.ed.2321911095	

CAPÍTULO 6	58
UMA POSSIBILIDADE DE CONCEBER A MATEMÁTICA E REALIDADE - MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO	
Morgana Scheller Lariça de Frena Alan Felipe Bepler Tayana Cruz de Souza	
DOI 10.22533/at.ed.2321911096	
CAPÍTULO 7	71
LETRAMENTO MATEMÁTICO: A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA A PARTIR DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS	
Pamela Suelen Pantoja Egues Cristiane Ruiz Gomes	
DOI 10.22533/at.ed.2321911097	
CAPÍTULO 8	79
MÉTODO DE MÚLTIPLAS ESCALAS APLICADO AO OSCILADOR DE VAN DER POL	
Higor Luis Silva Denner Miranda Borges	
DOI 10.22533/at.ed.2321911098	
CAPÍTULO 9	86
ANALISE DE VIABILIDADE DE EMPREENDIMENTOS IMOBILIÁRIOS COM O USO DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	
Ianyqui Falcão Costa	
DOI 10.22533/at.ed.2321911099	
CAPÍTULO 10	103
DESENVOLVIMENTO DE APLICAÇÃO MÓVEL EDUCATIVA PARA ACOMPANHANTES DE PARTURIENTES	
Adriana Parahyba Barroso Jocileide Sales Campos Edgar Marçal	
DOI 10.22533/at.ed.23219110910	
CAPÍTULO 11	113
ASPECTOS DO CICLO DE VIDA DE DADOS EM PROCESSOS DE CONSTRUÇÃO DE ONTOLOGIAS BIOMÉDICAS	
Jeanne Louize Emygdio Eduardo Ribeiro Felipe Maurício Barcellos Almeida	
DOI 10.22533/at.ed.23219110911	
CAPÍTULO 12	126
AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE ANTIOXIDANTE DE VINHOS UTILIZANDO TÉCNICAS ELETROANALÍTICAS E ESPECTROFOTOMÉTRICAS	
Isaide de Araujo Rodrigues Deracilde Santana da Silva Viégas Ziel dos Santos Cardoso Ana Maria de Oliveira Brett	
DOI 10.22533/at.ed.23219110912	

CAPÍTULO 13 138

AVALIAÇÃO DE ADITIVOS ANTIOXIDANTES COMO INIBIDORES DA CORROSÃO PROVOCADA PELO BIODIESEL DE DIFERENTES MATÉRIAS-PRIMAS

José Geraldo Rocha Junior
Marcelle Dias dos Reis
Luana de Oliveira Santos
Andressa da Silva Antunes
Cristina Maria Barra
Sheisi Fonseca Leite da Silva Rocha
Otavio Raymundo Lã
Rosane Nora Castro
Matthieu Tubino
Acácia Adriana Salomão
Willian Leonardo Gomes da Silva

DOI 10.22533/at.ed.23219110913

CAPÍTULO 14 149

AVALIAÇÃO DO TEOR DE FIBRAS EM IOGURTE SABOR CHOCOLATE ELABORADO COM ADIÇÃO DE BIOMASSA DE BANANA VERDE

Ana Cléia Moreira de Assis Frota
Márcia Facundo Aragão

DOI 10.22533/at.ed.23219110914

CAPÍTULO 15 155

DIAGNÓSTICO DAS PERDAS DE MATERIAIS NA CONSTRUÇÃO CIVIL

Daniel Ramos de Souza
Maycon Mickael Ribeiro Vasconcelos
Evandro Schmitt
Írismar da Silva Genuíno

DOI 10.22533/at.ed.23219110915

CAPÍTULO 16 164

ESTUDO DE AQUECIMENTOS NOTURNOS SIMULTANEAMENTE À DIMINUIÇÃO DA UMIDADE SOBRE A CIDADE DO RIO DE JANEIRO

Hana Carolina Vieira da Silveira
Ana Cristina Pinto de Almeida Palmeira

DOI 10.22533/at.ed.23219110916

CAPÍTULO 17 175

EXTRAÇÃO, PURIFICAÇÃO E AVALIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO LÍQUIDO CELOMÁTICO DE MINHOCA DA ESPÉCIE *Eisenia andrei*

Taisa Werle
Jordana Finatto
Ketlin Fernanda Rodrigues
Gabriela Vettorello
Ani Carolina Weber
Sabrina Grando Cordeiro
Verônica Vanessa Brandt
Ytan Andreine Schweizer
Valeriano Antônio Coberllini
Elisete Maria de Freitas
Eduardo Miranda Ethur
Lucélia Hoehne

DOI 10.22533/at.ed.23219110917

CAPÍTULO 18	188
A ABORDAGEM HISTÓRICA DE MATRIZ, DETERMINANTE E SISTEMAS LINEARES NOS LIVROS DIDÁTICOS	
Daniel Martins Nunes Fábio Mendes Ramos Fabricia Gracielle Santos	
DOI 10.22533/at.ed.23219110918	
CAPÍTULO 19	195
A QUÍMICA DA MARCHETARIA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE QUÍMICA	
Caroline Ketlyn M. Da Silva Francisca Georgiana M. do Nascimento	
DOI 10.22533/at.ed.23219110919	
CAPÍTULO 20	209
A UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO SUPERIOR	
Robert Mady Nunes Wilmar Borges Leal Júnior Marcos Dias da Conceição Valber Sardi Lopes Greice Quele Mesquita Almeida Andrea Barboza Proto Helaís Santana Lourenço Mady Suzane Aparecida Cordeiro	
DOI 10.22533/at.ed.23219110920	
CAPÍTULO 21	221
SOLUÇÃO PARA EQUAÇÃO INTEGRAL DE SCHRÖDINGER DE UMA ONDA ESPALHADA VIA MÉTODO DE FREDHOLM	
Pedro Henrique Sales Giroto Jorge Henrique de Oliveiras Sales	
DOI 10.22533/at.ed.23219110921	
CAPÍTULO 22	233
ESTUDO MORFOLÓGICO E CRISTALOGRAFICO DE DIFERENTES TIPOS DE CIMENTO PORTLAND	
Bento Francisco dos Santos Júnior Fabiane Santos Serpa Eduardo Ubirajara Rodrigues Batista Thuany Reis Sales Adriele Santos Souza Antonio Vieira Matos Neto	
DOI 10.22533/at.ed.23219110922	
CAPÍTULO 23	248
FATORES SOCIOECONÔMICOS DO PERFIL DO EMPREENDEDOR BRASILEIRO	
Felipe Kupka Feliciano Antonio Marcos Feliciano César Panisson Édis Mafra Lapolli	
DOI 10.22533/at.ed.23219110923	

CAPÍTULO 24	262
IDENTIFICAÇÃO DE DANOS ESTRUTURAIS USANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS BASEADA EM UM MODELO DE DANO CONTÍNUO	
Rosilene Abreu Portella Corrêa Cleber de Almeida Corrêa Junior Jorge Luiz Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.23219110924	
CAPÍTULO 25	274
APLICAÇÃO DA TEORIA DE REDES PARA ANÁLISE LOGÍSTICA DOS <i>HUBPORTS</i> DA CABOTAGEM BRASILEIRA	
Carlos César Ribeiro Santos Hernane Borges de Barros Pereira Anderson da Silva Palmeira Marcelo do Vale Cunha	
DOI 10.22533/at.ed.23219110925	
CAPÍTULO 26	287
IMPREGNAÇÃO INCIPIENTE DE HSiW EM ZEÓLITA Y PARA PRODUÇÃO DE ACETATO DE BUTILA	
Mateus Freitas Paiva Juliane Oliveira Campos de França Elon Ferreira de Freitas José Alves Dias Sílvia Cláudia Loureiro Dias	
DOI 10.22533/at.ed.23219110926	
CAPÍTULO 27	298
MULTISCALE SPATIAL INFLUENCE ON METABOLITES IN JABUTICABA	
Gustavo Amorim Santos Luciane Dias Pereira Suzana da Costa Santos Pedro Henrique Ferri	
DOI 10.22533/at.ed.23219110927	
CAPÍTULO 28	310
O ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA LINGUAGEM TEATRAL	
Fabiana Geresa Leindeker da Silva Tamires Bon Vieira Monalisa da Silva Leonardo Geziel de Matos Dada Carla Daniela Guasseli da Silva Engel	
DOI 10.22533/at.ed.23219110928	
CAPÍTULO 29	319
O ESTUDO DE PIRÂMIDES COM A UTILIZAÇÃO DO “VOLPIR”	
Renato Darcio Noleto Silva Cinthia Cunha Maradei Pereira Fábio José da Costa Alves	
DOI 10.22533/at.ed.23219110929	

CAPÍTULO 30	333
O USO DO CELULAR NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM: UMA ANÁLISE A PARTIR DAS CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS DE VYGOTSKY	
Jerry Wendell Rocha Salazar Delcineide Maria Ferreira Segadilha	
DOI 10.22533/at.ed.23219110930	
CAPÍTULO 31	345
BREVE ANÁLISE DA FERRAMENTA CONSTRUCT 2® COMO OBJETO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA	
Monys Martins Nicolau Eryslânia Abrantes Lima Solon Diego Garcia Moreira Amanda Oliveira de Miranda Saymon Bezerra de Sousa Maciel Elder Gonçalves Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.23219110931	
CAPÍTULO 32	355
PERCEPÇÃO DOCENTE SOBRE AS DIFICULDADES DOS ACADÊMICOS NA ELABORAÇÃO DE RELATÓRIOS EXPERIMENTAIS DE QUÍMICA	
Klenicy Kazumy de Lima Yamaguchi Hudinilson Kendy de Lima Yamaguchi Vera Lúcia Imbiriba Bentes	
DOI 10.22533/at.ed.23219110932	
CAPÍTULO 33	366
PROPOSTA DE UM INSTRUMENTO PARA LEVANTAMENTO DE REQUISITOS FUNCIONAIS PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA FERRAMENTA DE GESTÃO DO CONHECIMENTO NA INDÚSTRIA DE SOFTWARE	
Gisele Caroline Urbano Lourenço Mariana Oliveira Danieli Pinto Nelson Tenório Pedro Henrique Lobato Amanda Vidotti	
DOI 10.22533/at.ed.23219110933	
CAPÍTULO 34	376
O <i>SOFTWARE</i> GEOGEBRA: MEDIADOR DA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS DE GEOMETRIA DE UMA ALUNA NÃO ALFABETIZADA	
Taiane de Oliveira Rocha Araújo Maria Deusa Ferreira da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.23219110934	
CAPÍTULO 35	385
RESOLUÇÃO CINÉTICA DINÂMICA DE AMINAS BENZÍLICAS SUBSTITUÍDAS UTILIZANDO CATALISADOR DE Pd SUPORTADO EM MgCO ₃	
Fernanda Amaral de Siqueira Camila Rodrigues Cabreira Pedro Henrique Kamogawa Chaves	
DOI 10.22533/at.ed.23219110935	

CAPÍTULO 36	396
SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE QUÍMICA ORGÂNICA UTILIZANDO JOGOS DIGITAIS: UMA VISÃO TEÓRICA	
Francisco Glauber de Brito Silva Leonardo Alcântara Alves	
DOI 10.22533/at.ed.23219110936	
CAPÍTULO 37	407
ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À PUNCTURA DO COBRE POR ENSAIO PADRONIZADO DE ULTRAMICRODUREZA	
Eduardo Braga Costa Santos Denise Dantas Muniz Eliandro Pereira Teles Danielle Guedes de Lima Cavalcante Ricardo Alves da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.23219110937	
SOBRE O ORGANIZADOR	419
ÍNDICE REMISSIVO	420

SOLUÇÃO PARA EQUAÇÃO INTEGRAL DE SCHRÖDINGER DE UMA ONDA ESPALHADA VIA MÉTODO DE FREDHOLM

Pedro Henrique Sales Giroto

Universidade Estadual de Santa Cruz,
Ilhéus – Bahia

Jorge Henrique de Oliveiras Sales

Universidade Estadual de Santa Cruz,
Ilhéus – Bahia

RESUMO: Neste artigo é usado o método de Fredholm na equação integral de Schrödinger na investigação do efeito de espalhamento próximo do centro do mesmo entre uma função de onda quântica estacionária e um potencial eletrostático. Dois potenciais são estudados um coulombiano e outro de Podolsky. O resultado mostra a importância da proposta de Podolsky para regularização do efeito próximo ao centro espalhador na função de onda quântica. Sendo que o potencial coulombiano apresenta forte variação na amplitude da onda após o espalhamento. No caso do potencial de Podolsky isso é corrigido com adoção de uma constante que remove essa forte variação.

PALAVRA-CHAVE: Fredholm, Função de onda, Podolsky.

FREDHOLM METHOD

ABSTRACT: This paper shows how to use the Fredholm method in Schrödinger's integral equation in the investigation of the scattering effect near its center between a stationary quantum wave function and an electrostatic potential. Two potentials are studied one coulombiano and one of Podolsky. The result shows the importance of the proposal of Podolsky to regularize the effect near the scattering center in the quantum wave function. Being that the coulombian potential presents strong variation in the amplitude of the wave after the scattering. In the case of Podolsky's potential this is corrected by adopting a constant that removes this strong variation.

KEYWORDS: Fredholm, Wave function, Podolsky.

1 | INTRODUÇÃO

A quebra espontânea da simetria quiral tem um significado fundamental na compreensão da natureza não perturbativa da dinâmica dos hadrons (Nguyen, 2011). Tem sido argumentado que a simetria pode ser restaurada em temperatura suficientemente alta. Essa quebra de simetria em torno do centro da interação ($x = 0$), ou centro espalhador é pouco investigada. Na literature é conhecida

SCHRÖDINGER'S INTEGRAL EQUATION SOLUTION OF A SCATTERED WAVE USING

como “End Point”, onde diversos trabalhos procuram descrever o comportamento da energia nesse centro espalhador (Nguyen, 2011).

O primeiro vértice ou um ponto central para espalhar uma onda quântica é dada por interação colombiana com um potencial eletrostático que varia com o inverso da distância

$$V = \frac{1}{4\pi} \frac{Q^2}{r} \quad (1)$$

Onde Q é a carga central que espalha a onda e r a distância do centro a qualquer do espaço. Esse potencial mostra que para ponto na origem do sistema de coordenadas $r = 0$ implica em uma singularidade para a energia potencial. Como consequência a solução para a função de onda estacionária da equação de Schrödinger possui uma singularidade nesse ponto, neste artigo é visto com mais detalhe esse assunto.

O problema tem origem na teoria eletromagnética de Maxwell que tem uma dependência r^{-1} no potencial eletrostático de Coulomb para uma carga pontual. Assim, tem-se uma divergência tanto na energia como no potencial eletrostático (Sakurai, 2013). Uma solução para este tipo de problema foi proposta por Podolsky e Schwed em 1948 (Podolsky & Schwed, 1948), e consiste em uma generalização da teoria do Eletromagnetismo em que é adicionado um termo de segunda ordem nas derivadas do campo eletromagnético A^μ , onde $\mu = 0,1,2,3$ são índices do espaço de Minkowski. Desta forma, a teoria do momento para essa teoria a lagrangeana de Podolsky

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{a^2}{2} \partial_\nu F^{\mu\nu} \partial^\alpha F_{\mu\alpha} \quad (2)$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu$ e " a " é uma constante com dimensão de comprimento. Esta Lagrangeana gera uma teoria de campo linear, que se reduz à teoria de Maxwell quando $a = 0$. Trata-se evidentemente de uma teoria de ordem mais alta já que as equações de movimento derivadas de (2) contêm derivadas quárticas do potencial vetor. Tal como a teoria de Maxwell, a teoria de Podolsky apresenta também energia positiva definida no caso eletrostático que, no entanto, é finita para uma carga pontual. Este último resultado mostra claramente que a força entre duas cargas pontuais não é mais coulombiana, ponto que merece ser analisado mais de perto. Com essa teoria de Podolsky é obtido o potencial eletrostático generalizado, que assume então a forma

$$V(r) = \frac{Q^2}{4\pi} \cdot \frac{1-e^{-ra}}{r} \quad (3)$$

onde Q é a carga que gera o campo eletrostático e a é a constante de Podolsky. O potencial é do tipo Yukawa, com as seguintes propriedades: um valor finito na origem e converge para o potencial de Coulomb para $r \gg a$, resumindo:

$$V(r) = \begin{cases} \lim_{r \rightarrow 0} V(r) = \frac{aQ^2}{4\pi} \\ r \gg a, V(r) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Q^2}{r} \\ \lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Neste trabalho mostra como uma função de onda quântica estacionária, com potencial de Podolsky, não possui divergência para valores de “ a ” diferente de zero. O método usado é a solução da equação integral de Schrödinger via Fredholm para a função de onda espalhada por um potencial do tipo coulombiano (1) e de Podolsky (3).

2 | KERNÉIS ARBITRÁRIOS

Seja a equação de Fredholm de segunda espécie:

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x, t)u(t)dt \quad (5)$$

onde $K(x, t)$ e $f(x)$ são funções conhecidas para $a \leq x \leq b$ e $a \leq t \leq b$. Essa equação foi resolvida por Fredholm, em 1900, usando o artifício de substituir a integral indicada em (5) pela soma correspondente de Riemann.

Dividamos o intervalo (a, b) em n intervalos iguais (Krasnov, 1981):

$$\frac{b-a}{n} = \Delta x = \Delta t \quad (6)$$

agora, introduzindo as seguintes notações:

$$x_h(t_h) = a + h\Delta x(\Delta t)$$

$$f_i = f(x_i)$$

$$u_i = u(x_i(t_i))$$

$$K_{pq} = K(x_p, t_q)$$

para $i, p, q = 1, 2, 3, \dots, n$.

Desse modo, substituindo a integral de (5) por um somatório, virá:

$$u(x) = f(x) + \lambda \sum_{q=1}^n K(x, t_q) u_q \Delta t \quad (7)$$

substituindo na equação acima a variável x por x_p , obtém-se um sistema de n equações lineares do primeiro grau das funções desconhecidas u_1, u_2, \dots, u_n . Portanto

$$u_p = f_p + \lambda \sum_{q=1}^n K_{pq} u_q \Delta t \quad (8)$$

para obtermos a solução do sistema dado pela Eq. (8), façamos:

$$u_p = \sum_{q=1}^n \delta_{pq} u_q \quad (9)$$

onde δ_{pq} é o delta de Kronecker que, levada na Eq. (8), dará:

$$\sum_{q=1}^n [\delta_{pq} - \lambda K_{pq} \Delta t] u_q = f_p \quad (10)$$

usando-se a regra de Cramer (Krasnov, 1981) para resolver esse sistema, teremos:

$$u_q = \frac{\Delta_{nq}(\lambda)}{\Delta_n(\lambda)} \quad (11)$$

onde $\Delta_n(\lambda)$ é o determinante dos coeficientes das variáveis dependentes e $\Delta_{nq}(\lambda)$ é o determinante obtido a partir desde, no qual se substitui a coluna dos coeficientes de u_q pela coluna dos termos independentes f_p .

Analisemos cada um desses determinantes. O determinante $\Delta_n(\lambda)$ é dado por:

$$\Delta_n(\lambda) = \begin{vmatrix} 1 - \lambda K_{11}\Delta t & -\lambda K_{12}\Delta t & \cdots & -\lambda K_{1n}\Delta t \\ -\lambda K_{21}\Delta t & 1 - \lambda K_{22}\Delta t & \cdots & -\lambda K_{2n}\Delta t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\lambda K_{n1}\Delta t & -\lambda K_{n2}\Delta t & \cdots & 1 - \lambda K_{nn}\Delta t \end{vmatrix} \quad (12)$$

aplicando-se à expressão (12) a fórmula de decomposição de um determinante (Smirnov, 1975) virá:

$$\begin{aligned} \Delta_n(\lambda) = & 1 - \frac{\lambda}{1!} \sum_{p_1=1}^n K_{p_1 p_1} \Delta t + \frac{\lambda^2}{2!} \sum_{p_1=1}^n \sum_{p_2=1}^n \begin{vmatrix} K_{p_1 p_1} & K_{p_1 p_2} \\ K_{p_2 p_1} & K_{p_2 p_2} \end{vmatrix} (\Delta t)^2 + \cdots \\ & + (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \sum_{p_1=1}^n \sum_{p_2=1}^n \cdots \sum_{p_n=1}^n \begin{vmatrix} K_{p_1 p_1} & K_{p_1 p_2} & \cdots & K_{p_1 p_n} \\ K_{p_2 p_1} & K_{p_2 p_2} & \cdots & K_{p_2 p_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{p_n p_1} & K_{p_n p_2} & \cdots & K_{p_n p_n} \end{vmatrix} (\Delta t)^n \end{aligned} \quad (13)$$

Os somatórios de Riemann dessa equação podem ser substituídos por integrais no limite $n \rightarrow \infty$. Então, teremos:

$$\begin{aligned} \Delta_n(\lambda) = & 1 - \frac{\lambda}{1!} \int_a^b K(t_1, t_1) dt_1 + \frac{\lambda^2}{2!} \int_a^b \int_a^b \begin{vmatrix} K(t_1, t_1) & K(t_1, t_2) \\ K(t_2, t_1) & K(t_2, t_2) \end{vmatrix} dt_1 dt_2 + \cdots \\ & + (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b \begin{vmatrix} K(t_1, t_1) & K(t_2, t_1) & \cdots & K(t_1, t_n) \\ K(t_2, t_1) & K(t_2, t_2) & \cdots & K(t_2, t_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K(t_n, t_1) & K(t_n, t_2) & \cdots & K(t_n, t_n) \end{vmatrix} dt_1 dt_2 \cdots dt_n \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (14)$$

ou

$$\Delta_n(\lambda) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} d_n \quad (15)$$

onde

$$d_n = \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b \begin{vmatrix} K(t_1, t_1) & K(t_2, t_1) & \cdots & K(t_1, t_n) \\ K(t_2, t_1) & K(t_2, t_2) & \cdots & K(t_2, t_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K(t_n, t_1) & K(t_n, t_2) & \cdots & K(t_n, t_n) \end{vmatrix} dt_1 dt_2 \cdots dt_n \quad (16)$$

O valor do determinante $\Delta_{nq}(\lambda)$ da Eq. (11) foi obtido por Fredholm (1900), com um cálculo que envolve muita manipulação algébrica, razão pela qual apresentaremos apenas o resultado. Assim:

$$\Delta_{nq}(\lambda) \equiv \Delta(x, t; \lambda) = K(x, t) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} d_n(x, t) \quad (17)$$

onde:

$$d_n(x, t) = \int_a^b \int_a^b \dots \int_a^b \begin{vmatrix} K(x, t) & K(x, t_1) & \dots & K(x, t_n) \\ K(t_1, t) & K(t_1, t_1) & \dots & K(t_1, t_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K(t_n, t) & K(t_n, t_1) & \dots & K(t_n, t_n) \end{vmatrix} dt_1 dt_2 \dots dt_n \quad (18)$$

Desse modo, segundo Fredholm, a solução da Eq. (5) será dada por:

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b \frac{\Delta(x, t; \lambda)}{\Delta(\lambda)} f(t) dt \quad (19)$$

onde $\Delta(x, t; \lambda)$ e $\Delta(\lambda)$ são dados, respectivamente, pelas Eq. (17) e (18) e Eq. (19) e (20).

3 | EQUAÇÃO INTEGRAL DE SCHRÖDINGER

As partículas espalhadas se movem como partículas livres a grande distância do centro espalhador, a energia de seu movimento relativo é sempre positiva e não quantizada. Portanto, na formulação do problema do espalhamento de uma partícula de massa m com energia relativa positiva E e em um potencial $V(\vec{r})$, reduz-se a resolver a equação de Schrödinger (Sakurai, 2013)

$$H\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (20)$$

Sendo:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V(\vec{r}) \quad (21)$$

então a Eq. (20) ficará

$$(\Delta + k^2)\psi(\vec{r}) = \frac{2mV(\vec{r})}{\hbar^2}\psi(\vec{r}) \quad (22)$$

sendo

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (23)$$

o número de onda da partícula incidente com massa m e energia total E .

Para fora da região de espalhamento ($|\vec{r}| > d$), tem-se:

$$V(\vec{r}) \neq 0, \quad |\vec{r}| \leq d \quad (24)$$

portanto a Eq. (22) ficará:

$$(\Delta + k^2)\varphi(\vec{r}) = 0 \quad (25)$$

cuja solução vale (Sakurai, 2013):

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}. \quad (\vec{p} = \hbar \vec{k}) \quad (26)$$

Agora, vamos resolver a Eq. (22) para a região de espalhamento. Para isso, usaremos a técnica da função de Green (Bassalo, 2012). Assim, sendo a função de Green para a Eq. (22) dada por:

$$(\Delta + k^2) G(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(r - r'), \quad (27)$$

a solução daquela equação será:

$$\psi(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2} \int G(\vec{r}, \vec{r}') V(\vec{r}') \psi(\vec{r}') d^3\vec{r}'. \quad (28)$$

Desse modo, a solução da equação de Schrödinger Eq. (22) para o espaço todo será:

$$\psi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} \int G(\vec{r}, \vec{r}') V(\vec{r}') \psi(\vec{r}') d^3\vec{r}'. \quad (29)$$

sendo que a função Green é dada por:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{e^{i\vec{K} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}}{k^2 - K^2} d^3K. \quad (30)$$

Para fazermos a integral indicada, inicialmente vamos tomar o vetor $(\vec{r} - \vec{r}') = \rho$, isto é, na direção do eixo polar do espaço dos K . Então:

$$\vec{K} \cdot (\vec{r} - \vec{r}') = K\rho \cos(\theta). \quad (31)$$

Por outro lado, sendo:

$$d^3K = K^2 dK \sin(\theta) d\theta d\phi, \quad (32)$$

a Eq. (30), ficará:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{e^{iK\rho \cos(\theta)}}{k^2 - K^2} K^2 dk \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (33)$$

Agora, integrando-se em θ e ϕ , teremos:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{2\pi^2\rho} \int_0^\infty \frac{\sin(K\rho) K dK}{k^2 - K^2} \quad (34)$$

como o integrando da Eq. (34) é uma função par, então:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi^2\rho} \int_{-\infty}^\infty \frac{K \sin(K\rho) dK}{k^2 - K^2} \quad (35)$$

Usando-se a fórmula de Euler () e fazendo-se , a Eq. (35) tornar-se-á:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{8\pi^2\rho i} \left[\int_{-\infty}^\infty \frac{N e^{iN} dN}{N^2 - \eta^2} - \int_{-\infty}^\infty \frac{N e^{-iN} dN}{N^2 - \eta^2} \right], \quad (36)$$

onde $\eta = k_p$.

Para fazermos as integrais indicadas na Eq.(36), vamos usar o método dos resíduos (Bassalo, 2012). As contribuições a essas integrais vêm dos zeros $q = \pm \eta$. A primeira integral é calculada usando o sentido anti-horário para uma curva que contorna o polo $+\eta$. Portanto, teremos:

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{N e^{iN} dN}{(N+\eta)(N-\eta)} = 2\pi i \text{Res}|_{N=\eta} = \pi i e^{i\eta}. \quad (37)$$

Analogamente, a segunda integral da Eq. (36) é calculada usando-se o contorno no sentido horário da curva em torno do polo $-\eta$. Portanto, teremos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{Ne^{iN} dN}{(N+\eta)(N-\eta)} = (-2\pi i) \text{Res}|_{N=-\eta} = -\pi i e^{i\eta}. \quad (38)$$

Levando-se as Eq. (37) e (38) à Eq. (36), a função de Green procurada, será:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (39)$$

A escolha de outro contorno diferente dos usados aqui, levaria a um termo do tipo $e^{-i\eta}$ em adição ou em subtração ao termo . Tal termo em $G(\vec{r}, \vec{r}')$ corresponde a uma onda incidente, o que contraria a Eq. (29).

Portanto, a solução da Eq. (21) será obtida levando-se a Eq. (39) na Eq. (29). Então:

$$\psi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}) - \frac{2m\pi}{\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(\vec{r}') \psi(\vec{r}') d^3\vec{r}'. \quad (40)$$

4 | RESULTADOS

Para uma análise do comportamento da função de onda estacionária espalhada por um potencial coulombiano, vamos substituindo $V(\vec{r}')$ em (40) pelo potencial de Coulomb (1) com carga $Q = 1$ na equação integral (40), resultando em

$$\psi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}) + \lambda \int_0^{\infty} \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \frac{1}{|\vec{r}'|} \psi(\vec{r}') d^3\vec{r}'. \quad (41)$$

onde $\lambda = -\frac{mQ^2}{2\hbar^2}$, e para facilitar análise gráfica é assumido $m = 2$, $E = 1/4$ e, $\hbar = 1$ isso implica em $\lambda = -1$ e $k = 1$ em (23).

A função de onda estacionária ou autofunção (41) é uma equação integral do tipo Fredholm (5), cuja a solução é dada por (19). Com ajuda do programa *Wolfram Mathematica*, foi calculado os determinantes (15) e (17) Para solução em uma

dimensão x obtém-se:

$$\psi(x) = e^{ix} + \frac{e^{6i} \text{sen}(4)}{x} \frac{\lambda}{1 + \lambda[Ei(i) - Ei(5i)]} \quad (42)$$

onde a função $Ei(t)$ é a função exponencial integral dada por

$$Ei(t) = \int_t^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \quad (43)$$

Com todas as considerações temos o resultado gráfico, Fig. 1, para essa função de onda com o potencial espalhador coulombiano:

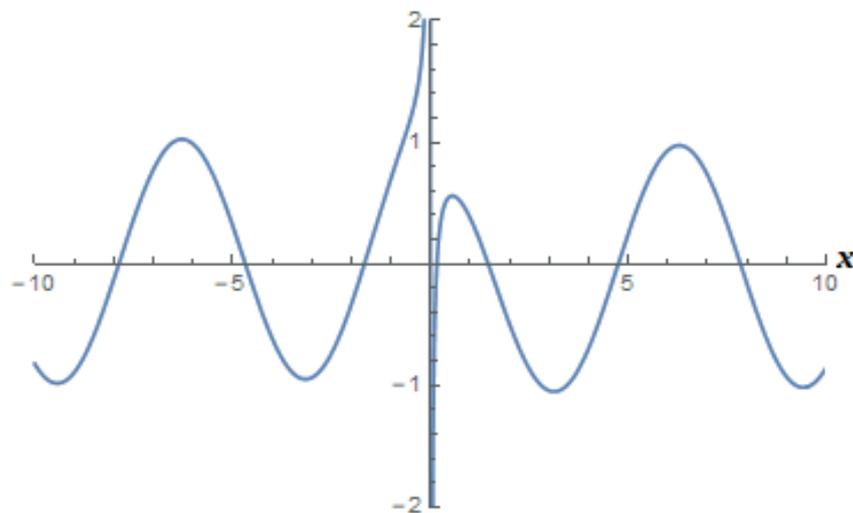


Figura 1- Função de onda para o potencial de Coulomb

Nota-se no gráfico da Fig. 1, que a função de onda (42) em função da distância x tem um comportamento não definido em $x = 0$. A amplitude dessa onda varia fortemente entre $x = 0$ a $x = 5$.

O mesmo procedimento foi usado para se calcular a função de onda estacionária para o potencial de Podolsky (3), usando valores para a constante a . Resultando na função de onda

$$\psi(x) = e^{ix} + \frac{e^{2i-5a}(e^{4a}-e^{8i})}{x(a-2i)} \frac{\lambda}{1 + \lambda[Ei(i-a) - Ei(5i-a)]} \quad (44)$$

Na Fig. 2 é mostrado as curvas para cada valores da constante de Podolsky “ a ”. Para $a = 1$ a função de onda é próxima da função de onda dada pelo potencial coulombiano, valores maiores de a mostra um comportamento mais estável indicando

um amplitude tendendo para valores entre -1 a 1 antes de $x = 5$.

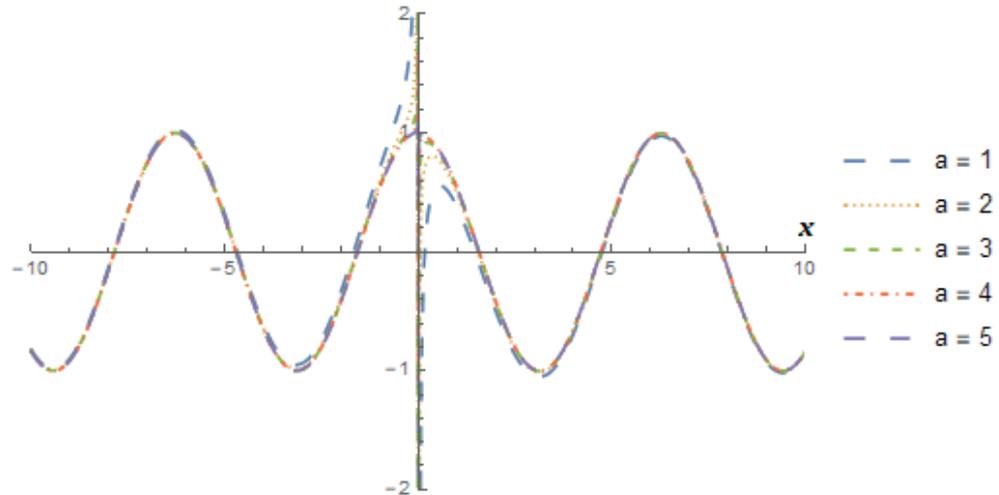


Figura 2- Função de onda para o potencial de Podolsky

A Fig. 3 mostra as funções de ondas com potencial espalhador de Coulomb e Podolsky e observa-se que para $\alpha = 0$ reproduz a função de onda com potencial coulombiano. Valores para $\alpha = 2,5$ indicam uma tendência para estabilizar a onda com amplitude constante antes do valor limite na distância $x = 5$, sendo $\alpha = 5$ o melhor valor. Depois desse limite, as ondas de Podolsky praticamente se propagam de forma semelhante a de Coulomb.

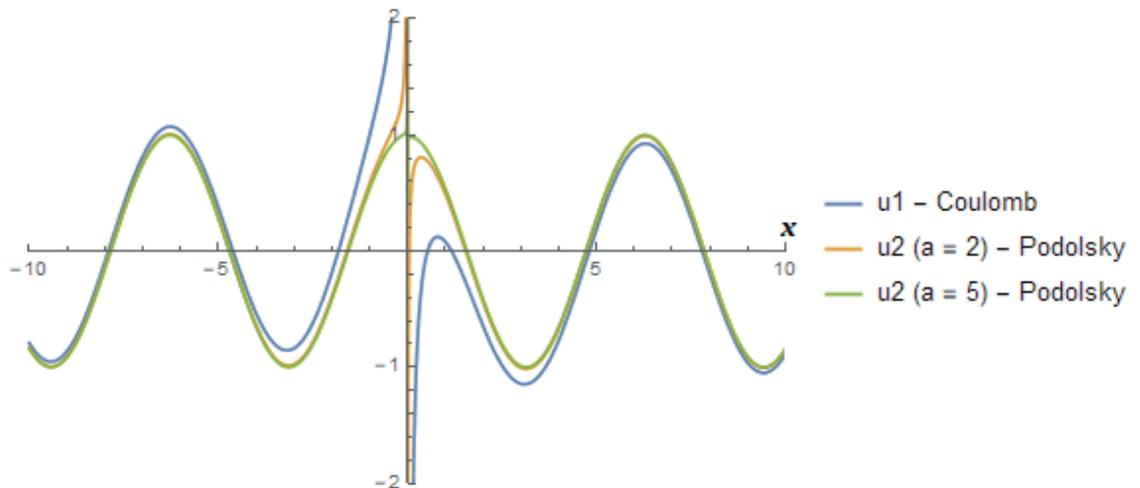


Figura 3- Funções de ondas espalhadas por Coulomb e Podolsky

A Fig. 4 mostra um gráfico para valores de x e a variando. Esse gráfico evidencia a importância da constante a de Podolsky. Ela de fato promove um bom comportamento da função de onda com valores maiores que zero. Como essa constante a está conectada a dimensão de distância (Podolsky, 1948), isso explica porque a função de onda de Podolsky tem bom comportamento próximo de $x = 0$

para valores $\alpha > 0$.

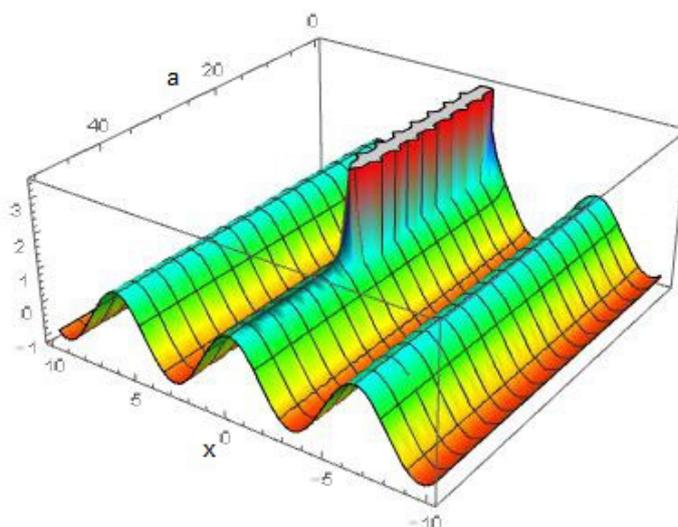


Figura 4- Função de onda espalhada por potencial de Podolsky

5 | CONCLUSÃO

Nesta trabalho foi investigado o efeito da interação no centro do espalhamento de uma partícula na função de onda estacionário. A equação de Schrödinger é foi usado para dois tipos de potencial, um coulombiano e outro de Podolsky.

A técnica usada são as soluções de kernéis arbitrários via equação integral de Fredholm. O resultado deste trabalho mostra que na Fig. 3 a constante de Podolsky $\alpha = 0$ reproduz a função de onda para o potencial de Coulomb e uma amplitude não definida em $x = 0$. Para valores $\alpha = 1$ e 5 a função de onda para o potencial de Podolsky mantém uma amplitude constante em $x = 0$. Na Fig. 4 observa-se no gráfico que para valores de $\alpha > 40$ não temos o problema da singularidade na função de onda em $x = 0$.

REFERÊNCIAS

Bassalo, J. M. F. e Cattani, M. S. D. **Elementos de Física Matemática - Vol. 3 - Equações Integrais e Integrais**, Livraria da Física, São Paulo, 2012.

Fredholm, I. **Sur une nouvelle méthode pour la résolution du problème de Dirichlet**, Öfversigt Kongl. Vetenskaps-Akad. Förhandlingar, 1900.

Krasnov, M. I.; Kisseliov, A. I.; Makarenko, G. I. **Equações Integrais**, Editora Mir, Mscow, 1981.

Nguyen, D. C. et. al. **End-point energy measurements of field emission current in a continuous-wave normal-conducting rf injector**, Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams, 2011.

Podolsky, B. e Schwed, P. (1948), **Review of a Generalized Eletrodynamics**, Rev. Mod. Phys. 20, 40, 1948.

Sakurai, J. J. **Mecânica Quântica moderna**, 2 ed., Bookman, Porto Alegre., 2013.

SOBRE O ORGANIZADOR

CLEBERTON CORREIA SANTOS- Graduado em Tecnologia em Agroecologia, mestre e doutor em Agronomia (Produção Vegetal). Tem experiência nas seguintes áreas: agricultura familiar, indicadores de sustentabilidade de agroecossistemas, uso e manejo de resíduos orgânicos, propagação de plantas, manejo e tratos culturais em horticultura geral, plantas medicinais exóticas e nativas, respostas morfofisiológicas de plantas ao estresse ambiental, nutrição de plantas e planejamento e análises de experimentos agropecuários.

(E-mail: cleber_frs@yahoo.com.br) – ORCID: 0000-0001-6741-2622

ÍNDICE REMISSIVO

A

Acompanhante de parto 103
Álgebra linear 47, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 56
Aminas benzílicas 388, 389

B

Biodiesel 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148

C

Capacidade antioxidante 126
Construção Civil 86, 87, 88, 98, 155, 157, 158, 163, 236, 237, 255

E

Energia solar 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46
Estatística 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 46, 89, 95, 149, 153, 173, 215, 278, 360

F

Formação docente 22, 24, 358, 364, 402, 403

G

Gestão do Conhecimento 248, 260, 366, 368, 370, 372, 373, 374

L

Letramento matemático 71, 72, 73, 74, 75, 77, 78
Líquido celomático 175, 176, 177, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186

M

Metátese 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33
Múltiplas escalas 79, 80, 81, 82, 84

O

Ontologias biomédicas 113, 115, 120, 122

P

Perdas 3, 8, 9, 46, 141, 142, 146, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163

R

Redes Neurais 262, 264, 273

S

Secagem 35, 36, 37, 38, 39, 45, 46, 144, 289, 296

Sistemas lineares 50, 53, 188, 190, 192, 193

T

Teor de fibras 149, 150, 151, 153

V

Vermicompostagem 175, 176, 187

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-623-2

