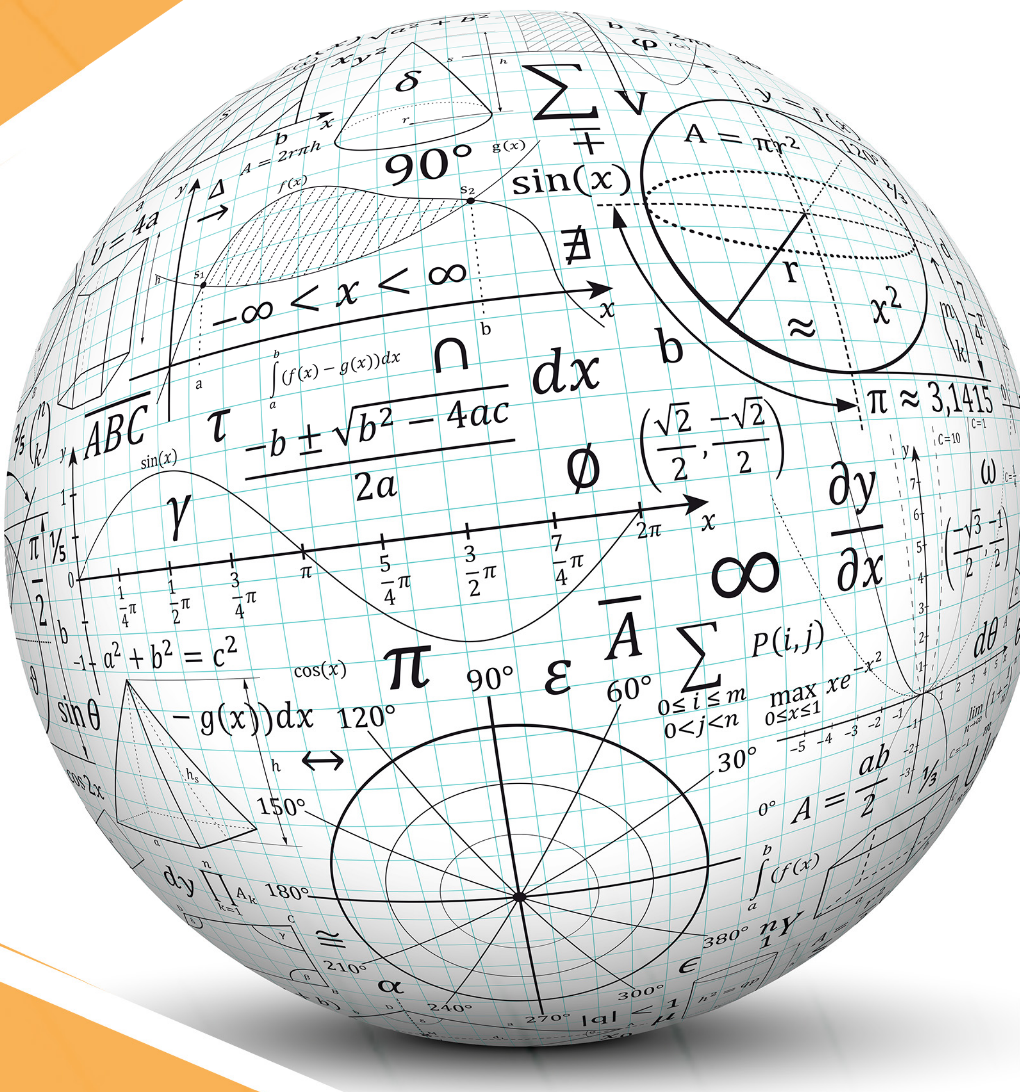
Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)



Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
2019

Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

U58 Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-603-4
DOI 10.22533/at.ed.034190309

1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “Universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão sobre a Educação matemática, do Ensino Básico ao Superior. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas ao Ensino e Aprendizagem de Matemática, assim como na formação básica dos professores da disciplina.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 17

TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÕES

Eduarda de Jesus Cardoso
Universidade Federal do Rio de Janeiro, e-mail: eduardadjc@gmail.com, orientadora: Dra. Lilian Nasser.

RESUMO: Nas últimas décadas, a Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele tem sido considerada como um guia para ensino/aprendizagem de habilidades em Geometria. Este modelo consiste em dois grandes princípios: o primeiro, da descrição da estrutura cognitiva, que se caracteriza por níveis mentais hierárquicos a serem atingidos pelos alunos e o segundo, da metodologia do ensino para que estes níveis sejam alcançados, com o intuito de orientar educadores quanto à tomada de decisão relacionada ao ensino. A validade dessa teoria foi estudada e testada por pesquisadores de diversos países nas décadas de 1970 e 1980. A partir de um estudo sobre os modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, este trabalho tem o objetivo de propor e testar um modelo de níveis de desenvolvimento para funções com base no modelo de Van Hiele para a aprendizagem de geometria. Para isso, foram aplicadas atividades a alunos do Ensino Médio, para verificar a validade da escala proposta sobre a aquisição do conceito de função, ou seja, testar as possíveis contribuições e limitações do modelo. Com base nas fases de aprendizagem de geometria propostas por van Hiele, pretendemos descrever o desenvolvimento a partir de uma sequencia didática que promova a elevação dos níveis de Van Hiele no tópico específico de funções. Por se tratar de uma dissertação ainda não concluída, a escala de níveis de desenvolvimento para funções com base no modelo de Van Hiele apresentada ainda não foi totalmente validada, podendo sofrer alterações.

PALAVRAS-CHAVE: função; Van Hiele; níveis de aprendizagem; dificuldades.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática. No entanto, o ensino/aprendizagem de funções vem se tornando sistematicamente motivo de grande preocupação para professores e pesquisadores, devido a dificuldades dos alunos em entender tal conceito. Isso se reflete em baixo rendimento escolar e em elevados índices de reprovação nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral em diversos cursos superiores, tornando-se um dos maiores desafios para os profissionais da Matemática (REZENDE, 2003).

Diversas pesquisas foram realizadas com o intuito de entender o processo ensino-aprendizagem de funções, como Bergeron & Herscovics (1982), Vinner (1989), Even (1990), Sierpinska (1992), Tall (1991), Isoda(1996). Tais pesquisas apontam que a aprendizagem de funções é um processo evolutivo, lento e gradual devido a sua complexidade, uma vez que existem vários tipos diferentes de representações para uma mesma função.

> Os estudantes têm tido problemas em fazer a ligação entre as diferentes representações de funções: fórmulas, gráficos, diagramas, descrições verbais de relações; em interpretar gráficos; em manipular símbolos relacionados a funções (SIERPINSKA, 1992)

Muitos desses aspectos relacionados às dificuldades dos alunos na aprendizagem de funções podem ser compreendidos na perspectiva dos obstáculos epistemológicos. De acordo com Sierpinska (1992), "se o obstáculo não for apenas nosso ou de algumas outras pessoas, mas for mais generalizado, ou foi generalizado em alguma época ou em alguma cultura, então ele é conhecido como um obstáculo epistemológico". A partir da perspectiva epistemológica, os obstáculos relativos à apropriação do conceito de função têm se mostrado de fundamental importância no processo de formação dos saberes dos educandos, e na elaboração de modelos de intervenção didática para o processo ensino-aprendizagem deste tópico.

Várias pesquisas em Educação Matemática apontam na direção da necessidade de uma melhor compreensão de conceitos matemáticos por parte dos alunos em tarefas que permitem a construção das definições e dos significados, por meio de procedimentos didáticos que envolvam atributos relevantes destes conceitos (TALL, 1993). Neste contexto, surge a discussão de modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções.

Autores como Dubinsky (1991), Sierpinska (1992) e Vinner (1991), propuseram tais modelos. Estes pesquisadores consideram o desenvolvimento dos alunos, não só em termos de pensamento conceitual sobre funções, mas também da linguagem dos alunos, ou seja, o problema da aprendizagem tem sua justificativa no desenvolvimento cognitivo dos alunos. Assim, o processo de elaboração mental da construção de conceitos matemáticos deve ir muito além da apresentação de sistemas dedutivos, por meio de definições, exemplos e contraexemplos.

Esta pesquisa pretende adaptar os níveis de van Hiele na aprendizagem de funções, com o objetivo de sugerir uma sequência didática baseada na teoria de van Hiele, que afirma que o progresso nos níveis depende do ensino, e não apenas da maturidade.

Teoria de Van Hiele

Nas últimas décadas, o Modelo do Pensamento Geométrico de van Hiele tem sido considerado como um guia para ensino/aprendizagem de habilidades em Geometria.

Ainda na década de 1960, a extinta União Soviética alterou o currículo escolar para se adequar a este modelo, muito embora tenha demorado a chamar a atenção internacional. Somente nas décadas de 1970 e 1980 o interesse pelo desenvolvimento de pesquisas sobre o modelo de van Hiele cresceu nos Estados Unidos.

Este modelo consiste em dois grandes princípios: o primeiro, da descrição da estrutura cognitiva, que se caracteriza por níveis mentais a serem atingidos pelos alunos; e o segundo, da metodologia do ensino para que estes níveis sejam alcançados, com o intuito de orientar educadores quanto à tomada de decisão relacionada ao ensino.

Os educadores holandeses Dina van Hiele-Geldof e seu marido Pierre Marie van Hiele desenvolveram tal estudo de pensamento geométrico que resultou nas teses de doutorado do casal na Universidade de Utrecht. Esses estudos apontaram que:

- a aprendizagem de geometria ocorre em níveis hierárquicos de conhecimento;
- quando o ensinamento ocorre em um nível cognitivo acima do que o aluno se encontra, os conceitos não são compreendidos e fixados;
- o crescimento relativo à idade não produz automaticamente um crescimento no nível do pensamento geométrico.

A teoria proposta consiste em cinco níveis de compreensão de ideias geométricas, onde o aluno avança de nível a partir de sua maturidade geométrica.

Níveis de Compreensão Geométrica

O casal van Hiele sugeriu cinco níveis de desenvolvimento da compreensão em geometria descritos por Shaughnessy e Burger (1985, p.420) como: Nível 0 - Visualização; Nível 1 - Análise; Nível 2 - Dedução Informal; Nível 3 - Dedução Formal; e Nível 4 – Rigor.

Estes níveis explicam como se produz o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes. De acordo com Nasser(1992), a divisão de tópicos sugerida pelo casal tem como objetivo ajudar o estudante a ter um ‘’insight” ao se deparar com uma situação não usual:

> A teoria sugere que os alunos progridem através de uma sequência hierárquica de níveis de compreensão enquanto aprendem Geometria, e que a linguagem, o *insight* e o tipo de experiências vivenciadas desempenham papeis essenciais nesse desenvolvimento (NASSER, 1992).

De acordo com Sant’anna (2001), os níveis sucessivos de compreensão se caracterizam, essencialmente, por diferenças nos objetos de pensamento, que vão se tornando gradativamente mais complexos.

A seguir, descrevemos os níveis de van Hiele, de acordo com os trabalhos de CROWLEY (1994) e VAN DE WALLE, KARP & WILLIAMS (2004).

Nível 0 - Visualização: Os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais, os conceitos de geometria são vistos como um todo, não sendo levadas em conta considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Com isso, as figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global e pela forma e não pelas partes ou propriedades. Um aluno neste nível pode aprender o vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir uma figura dada.

Exemplo: Com a turma dividida em grupos de quatro alunos, cada grupo deve receber um cartão com diversas figuras. Cada criança seleciona uma forma, e, um de cada vez, os alunos devem citar características que chamaram sua atenção na figura. Não existem respostas certas ou erradas.

Nível 1 - Análise: Neste nível inicia-se uma análise informal dos conceitos geométricos através de observação e experimentação. Com isso os alunos começam a discernir características das figuras geométricas, surgindo propriedades que são usadas para conceituar classes e formas. Alunos neste nível ainda não são capazes de explicitar relações entre propriedades, interrelações entre figuras e não entendem definições.

Exemplo: Atividades para os quadriláteros: paralelogramos, losangos, retângulos e quadrados, em que os alunos devem listar propriedades para cada tipo de quadriláteros.

Nível 2 – Dedução Informal: Os alunos conseguem estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras, formam definições abstratas, deduzem propriedades de uma figura, reconhecem classes de figuras, as definições passam a ter significado, conseguem acompanhar e formular argumentos informais. Neste nível, acompanham provas formais, mas não percebem como construir uma prova a partir de premissas diferentes, não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas.

Exemplo: Uma vez feita a lista de propriedades para paralelogramos, losangos, quadrados e retângulos acordadas pela classe, têm-se estas listas afixadas. A partir daí, os alunos trabalham em grupos para encontrar uma “lista de definição mínima” para cada forma. Uma lista de definição mínima é um subconjunto das propriedades de uma forma que é a definição e “mínima”. Definição nesta atividade significa que cada forma que tem todas as propriedades na lista de definição mínima deve ser essa forma.

Nível 3 - Dedução Formal: Os alunos desenvolvem sequências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de outra ou de outras, percebem a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, demonstrações, raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, constroem demonstrações e não apenas memorizam, percebem a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira, distinguem afirmação e recíproca.

Exemplo: Os alunos irão construir uma lista de axiomas e definições para a criação de teoremas. Eles também demonstram teoremas usando o raciocínio lógico, enquanto o raciocínio no nível 2 pode ser bastante informal. Os alunos devem descobrir as relações que provarão no nível 4.

Nível 4 - Rigor: Os alunos entendem a estrutura de vários sistemas dedutivos com alto grau de rigor, sendo capazes de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, estudando várias geometrias na ausência de modelos concretos e comparam sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato. Alunos neste nível são capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.

Exemplo: Estudo formal de sistemas axiomáticos de Geometrias não-euclidianas como, por exemplo, a Geometria esférica.

Em resumo, os objetos (ideias) devem ser criados em um nível para que as relações entre esses objetos possam se tornar o foco do próximo nível. Desta forma, o modelo afirma que o aluno move-se sequencialmente a partir do nível inicial até o nível mais elevado, não havendo como "pular" de nível.

Além de fornecerem uma compreensão daquilo que há de específico em cada nível de pensamento geométrico, os Van Hiele identificaram algumas propriedades que caracterizam o modelo. Crowley (1994) resume as propriedades do modelo sugerido pelo casal, que devem ser adotadas no ensino de geometria:

Sequencial: O modelo é parte de uma teoria construtivista. O aluno deve passar sucessivamente pelos níveis de aprendizagem, e para atuar com sucesso em um determinado nível é preciso ter adquirido as estratégias mentais dos níveis anteriores, não sendo permitido saltar de níveis.

Avanço: O progresso ou não de um nível para outro depende mais dos conteúdos estudados e dos métodos de instrução recebidos do que da idade do aluno. Como não é possível pular de nível, alguns métodos de ensino acentuam o progresso, enquanto outros retardam ou impedem o desenvolvimento do aluno.

Intrínseco e extrínseco: Os objetos inerentes a um nível tornam-se os objetos de ensino no nível seguinte.

Linguística: Cada nível tem seus próprios símbolos e seu próprio sistema de relações conectados a esses símbolos. Assim, uma relação que é aceita como correta em um nível pode ser modificada em outro nível. Por exemplo, nos níveis 0 e 1 é considerado correto quando o aluno diz que o quadrado pode ser diferente do retângulo, no entanto no nível 2 essa afirmação é modificada para todo quadrado é um retângulo.

Combinação inadequada: Tanto o aluno como o curso devem estar no mesmo nível, caso contrário o aprendizado e o progresso desejado podem não acontecer.

Ainda segundo Crowley (1994), "essas propriedades são particularmente significativas para educadores, pois podem orientar a tomada de decisões quanto ao ensino."

Fases do Aprendizado

Ao contrário de Piaget, o casal Van Hiele afirmou que o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade do aluno. Por isso, o método, a organização do curso, do conteúdo e o material utilizado são extremamente importantes.

Como a passagem de níveis depende de outros fatores que não a idade, Dina e Pierre propuseram cinco fases sequenciais de aprendizagem: Questionamento / Informação; Orientação Direta; Explicação; Orientação Livre; e Fechamento/Integração.

Ao concluírem a quinta fase os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento. O modelo não especifica conteúdos ou currículo, mas pode ser aplicado à maioria dos conteúdos de geometria.

Modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática, uma vez que este tópico se relaciona tanto com temas e conteúdos dentro da matemática como com outras disciplinas. Devido à grande abrangência do conceito, o tópico envolve múltiplas concepções e representações, portanto, faz-se necessário compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma melhor compreensão.

Visando auxiliar os alunos na aquisição deste tópico surgem modelos construtivistas que visam construir o conceito de função de forma gradativa e abrangente, tais modelos foram desenvolvidos com o objetivo de superar alguns obstáculos epistemológicos. A seguir, descrevemos duas propostas de níveis de desenvolvimento de funções.

A pesquisa de Isoda (1996)

Este modelo de desenvolvimento de linguagem de funções foi criado comparando as práticas de ensino japonês e currículos nacionais com formas generalizadas dos Níveis de van Hiele. O estudo de Isoda utiliza a estrutura dos níveis de compreensão geométrica e mostra que eles também podem indicar características para a linguagem de funções.

Estas características incluem: hierarquia da linguagem, dualidade de objeto e método, linguagem matemática e contextualização do pensamento dos alunos (ISODA, 1996 p.105) .

Níveis de Compreensão de Funções por Isoda

Através de investigações sobre o desenvolvimento da linguagem dos alunos para descrever funções e sua origem histórica, os níveis de compreensão foram elaborados tomando como base os níveis de compreensão geométrica.

Nível 1 - Linguagem Cotidiana: Os alunos raciocinam basicamente por meio de especulações, através da linguagem cotidiana, os conceitos de funções são vistos como um todo, não sendo levadas em conta considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Com isso, discutem alterações numéricas através de resultados observados em cálculos simples e/ou calculadoras, normalmente suas descrições são feitas com base em uma variável fisicamente evidente, a variável dependente. Mesmo estando conscientes das diferenças numéricas, é difícil explicá-las adequadamente usando duas variáveis, uma vez que suas observações são feitas verbalmente, usando uma linguagem cotidiana.

Nível 2 – Aritmética: Neste nível inicia-se uma análise informal dos estudos de funções através do uso de aritmética e tabelas. Ao explorarem as tabelas, os alunos descrevem as regras de relações, suas conclusões sobre as relações dos fenômenos são mais precisas com as tabelas do que com a única linguagem cotidiana do Nível 1. Apesar de conseguirem descrever as relações, não é fácil traduzir para notações.

*N*ível 3 - Álgebra e Geometria: Os alunos conseguem estabelecer interrelações entre a lei de formação das funções e seus gráficos, convertem as notações de tabelas, equações e gráficos através de álgebra e geometria. Neste nível, sua noção de função está bem evoluída, envolve a representação em diferentes notações.

Nível 4 – Cálculo: Os alunos desenvolvem o estudo das funções a partir de conhecimentos de cálculo, como limite, derivada e integral.

Nível 5 – Análise: Um exemplo de linguagem para a descrição é a análise funcional, que é uma metateoria do cálculo. A justificação deste nível é baseada no desenvolvimento histórico e ainda não foi investigada.

Modelo proposto por Bergeron & Herscovics (1982)

Os pesquisadores Jacques C. Bergeron e Nicolas Herscovics desenvolveram um esquema para o ensino de funções. Neste modelo, os pesquisadores basearam-se nos obstáculos cognitivos estudados anteriormente. Bergeron & Herscovics(1982) usaram uma abordagem construtivista, partindo da intuição dos alunos para a formalização, onde cada nível foi construído sobre o anterior.

Compreensão Intuitiva: pensamento com base na percepção visual e ações primitivas não quantificadas, resultando em aproximações.

Matematização Inicial: organização e quantificação das primeiras noções intuitivas para a construção de um conceito.

Abstração: o conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria, com generalizações.

Formalização: uso da linguagem simbólica, justificação lógica das operações, descontextualização e descoberta dos axiomas.

Proposta de modelo de níveis de desenvolvimento para funções baseado em van Hiele

Com base nos níveis de van Hiele e nas outras referências estudadas, estou desenvolvendo meu próprio modelo de pensamento de funções. Propomos, inicialmente, a seguinte classificação voltada para o ensino brasileiro:

Nível 1: É um pré-conceito de função. Reconhecimento da dependência de uma variável, estabelecimento de esquemas visuais (gráfico ponto a ponto) e tabelas. Noções não formais de variação (temperatura, dependência...)

Nível 2: Reconhecimento do domínio e contradomínio, identificação e representação de pares ordenados a partir da expressão algébrica de uma função. Uso da notação y = f(x).

Nível 3: Estabelecimento de uma expressão analítica da relação entre duas grandezas,

distinção entre equação e função, construção e interpretação de gráficos

Nível 4: Distinção entre contradomínio e imagem, operações com funções, classificação (injetora, sobrejetora, par e ímpar).

Após essa primeira classificação dos níveis foi aplicado um teste de validação da teoria. Esse teste tinha como objetivo verificar a validade da escala proposta e classificar os alunos em um dos níveis, para que posteriormente, fossem aplicadas mais atividades. A atividade foi realizada em uma escola particular da Freguesia – Jacarepaguá – Rio de Janeiro, com seis alunos do 3º ano do ensino médio que se voluntariam a participar.

Análise dos Resultados

Primeiro teste: O primeiro teste tinha como objetivo verificar a validade da escala inicialmente proposta para os níveis de desenvolvimentos de funções.

1) O que você entende por função?

Todos os alunos deram respostas genéricas, com características abaixo do nível 1. Por exemplo: determinar o valor de f(x), uso de gráficos, função é usada em outras áreas e confusão com o conceito de equação.

2) Dê um exemplo de função.

Todos deram o exemplo f(x) = ax+b, exemplo genérico. Nenhum aluno substituiu os valores de a e b.

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

Nem todos os alunos responderam essa questão, os que o fizeram deram respostas genéricas, como valores de x e y; +, -, *, x e y, elementos variáveis e invariáveis, respostas abaixo do nível 1.

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

De acordo com a análise das respostas concluímos que os alunos não sabem identificar uma função através do teste da reta vertical.

5) Considere a função que define o custo de ***n*** cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

Apenas um aluno conseguiu representar corretamente a função (nível 3), entretanto, interpretou de maneira equivocada o enunciado, fornecendo como resposta duas maneiras diferentes de escrever a expressão analítica da função $f(n) = 3n$ e $f(n)= (n+1)3 - 3$. Nenhum aluno pensou em uma representação diferente da expressão analítica. Já a letra (b) todos os alunos souberam identificar (nível 1).

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

Todos os alunos responderam que a situação representava uma função, mas nenhum soube justificar, já no item (b) todos os alunos acertaram a questão, de acordo com o nível 1.

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

Apenas dois alunos acertam o domínio e a imagem (nível 2), um aluno tentou determinar o domínio e a imagem, mas chegou na igualdade $x = 7{,}5$; não percebendo que x é o número de livros da primeira prateleira e que o mesmo deveria ser um número inteiro, no caso 7.

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

Metade dos alunos deixou em branco, a outra forneceu respostas coerentes com o nível 3.

e) Esboce um gráfico que represente essa situação.

Metade dos alunos deixou em branco, a outra metade errou, os que tentaram deram como resposta: duas retas decrescentes e uma passando pela origem. Isso significa que nenhum aluno atingiu o nível 4.

Com os resultados deste primeiro teste verificamos que era preciso reformular os níveis de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, uma vez que os alunos apresentaram respostas com características tanto abaixo do nível 1, como no nível 2. Antes, porém, de reformular os níveis, foi aplicada uma segunda atividade de validação, uma vez que os resultados da primeira foram imprecisos.

Segundo teste: O segundo teste tinha como objetivo verificar o desempenho dos alunos diante de um problema prático. Junto às questões do teste, foi anexada uma conta de luz da fornecedora de energia Light.

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

Com estas perguntas pretendíamos verificar se o aluno identificava as variáveis envolvidas na situação. A maioria dos alunos deu respostas características de acordo com o nível 1, pois identificaram corretamente o número de kWh e, no item (b), apesar de acertarem, alguns fizeram um arredondamento equivocado.

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

Metade da amostra conseguiu determinar corretamente a expressão analítica do preço da conta, indicando um raciocínio no nível 2.

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

Neste caso, cinco dos seis alunos demonstraram saber encontrar o número do domínio correspondente ao valor estipulado, apesar de alguns deles terem cometido um erro de arredondamento e esquecido de acrescentar o valor da bandeira vermelha. Este comportamento é característico do nível 2.

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

Apenas um aluno respondeu de acordo com o nível 3, estabelecendo corretamente a função pedida, outro aluno cometeu um erro de arredondamento na letra (e) e esqueceu de adicionar a bandeira vermelha na letra (f), os demais não fizeram e/ou erraram.

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.

Nenhum aluno conseguiu traçar o gráfico corretamente, o que indica que não atingiram o nível 4.

De acordo com os resultados obtidos nos dois testes preliminares, concluímos que os alunos envolvidos nesta pesquisa têm dificuldade em expressar conceitualmente as características de função, entretanto, quando apresentada uma situação prática conseguem desenvolver cálculos e identificar propriedades. Além disso, temos uma primeira classificação da amostra com dois alunos no nível 3, três alunos no nível 2 e um aluno no nível 1. Continuaremos aplicando atividades para melhor verificar o nível destes alunos e promover a elevação destes a níveis superiores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que o trabalho tem potencial para produzir contribuições relevantes para a pesquisa na área. O modelo proposto certamente poderá contribuir para descrever o desenvolvimento da aprendizagem de funções. Para alcançar os resultados esperados, continuaremos aplicando atividades e testando o modelo. Esperamos que até o evento tenhamos resultados mais precisos sobre a escala proposta.

REFERÊNCIAS

BERGERON, J. e HERCOVICS, N. *Levels in the understanding of functions concept. Proceedings of the Workshop of Functions*. Enschede, The Netherlands, 1982.

CROWLEY, Mary L. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.* Em: Mary M. Lindquist & Albert P. Shulte: Aprendendo e ensinando geometria. Atual, São Paulo: 1994.

DUBINSKY, E. *Reflective abstraction in advanced Mathematical Thinking*. Em: TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

ISODA, M., *The Development of Language about Function: An Application of Van Hiele's Levels*. PME 20, Valencia, Espanha, vol.3, p.105-112, 1996.

NASSER, L. Using the van Hiele Theory to Improve Secondary School Geometry in Brazil. Tese de doutorado apresentada na Universidade de Londres, 1992

REZENDE, W. M. *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*, Tese de Doutorado, São Paulo: FE-USP, 2003.

SANT´ANNA, N. F. P, *Aplicação da teoria de Van Hiele no acompanhamento da mudança curricular no ensino médio no colégio Pedro II*, dissertação de mestrado, PUC- Rio, 2001.

SHAUGHNESSY, J. M. & BURGER, W. F. *Spadework Prior to Deduction in Geometry.* Mathematics Teach, 78, 1985, p.411-418.

SIERPINSKA, A. *On understanding the notion of function.* In: DUBINSKY, E; HAREL, G (Ed.) The Concept of Function: aspects of epistemology and Pedagogy. MAA Notes, 1992, p.25-58.

TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

VINNER, S. The hole of definitions in the teaching and learning of Mathematics. Em:

TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-603-4
9 788572 476034