

**Felipe Antonio Machado Fagundes
Gonçalves**

(Organizador)

Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
U58	Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-603-4 DOI 10.22533/at.ed.034190309 1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “Universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão sobre a Educação matemática, do Ensino Básico ao Superior. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas ao Ensino e Aprendizagem de Matemática, assim como na formação básica dos professores da disciplina.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
GEOGEBRA: FERRAMENTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DAS FIGURAS ESPACIAIS - CUBO, PARALELEPÍPEDO, CONE, CILINDRO E ESFERA	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes Aderian dos Santos Rodrigues	
DOI 10.22533/at.ed.0341903091	
CAPÍTULO 2	14
A INVESTIGAÇÃO, O DIÁLOGO E A CRITICIDADE NOS PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSOS DE LICENCIATURA EM EDUCAÇÃO DO CAMPO	
Aldinete Silvino de Lima Iranete Maria da Silva Lima	
DOI 10.22533/at.ed.0341903092	
CAPÍTULO 3	25
REVISITANDO A GEOMETRIA: SIMETRIA NO PLANO	
Leila Pessôa Da Costa Sandra Regina D'Antonio Verrengia	
DOI 10.22533/at.ed.0341903093	
CAPÍTULO 4	35
A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA E ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL DEFINIDA	
José Cirqueira Martins Júnior.	
DOI 10.22533/at.ed.0341903094	
CAPÍTULO 5	47
SABERES ESPECÍFICOS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA, UTILIZANDO O GEOGEBRA	
Sidimar Merotti Viscovini Josimar de Sousa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903095	
CAPÍTULO 6	55
APRENDIZAGEM INTERATIVA COM O SITE EDUCACIONAL KHAN ACADEMY INTERMEDIADA PELA PLATAFORMA MOODLE	
Ana Carolina Camargo Francisco Maria Angélica Calixto de Andrade Cardieri Mônica Oliveira Pinheiro da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.0341903096	
CAPÍTULO 7	61
AS ESTRUTURAS ALGÉBRICAS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: POR QUÊ?	
Nancy Lima Costa Juciely Taís Silva de Santana	
DOI 10.22533/at.ed.0341903097	

CAPÍTULO 8	71
CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS	
Givaldo da Silva Costa	
DOI 10.22533/at.ed.0341903098	
CAPÍTULO 9	82
PROJETO DE INTERVENÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA USANDO COMO FERRAMENTA DIAGNÓSTICA DADOS DAS MACROAVALIAÇÕES	
Ricardo Figueiredo Santos	
Joanil da Silva Fontes	
DOI 10.22533/at.ed.0341903099	
CAPÍTULO 10	89
CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL EM LARGA ESCALA: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA DA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA	
Alexandra Waltrick Russi	
Regina Albanese Pose	
Larissa Bueno Fernandes	
Vinícius Basseto Félix	
DOI 10.22533/at.ed.03419030910	
CAPÍTULO 11	103
UMA PROPOSTA DE ENSINO HÍBRIDO PARA ALUNOS INGRESSANTES EM CURSOS SUPERIORES COM CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA	
Ubirajara Carnevale de Moraes	
Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	
Vera Lucia Antonio Azevedo	
DOI 10.22533/at.ed.03419030911	
CAPÍTULO 12	114
APRENDIZAGEM E IDENTIDADE DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NAS PRÁTICAS DO ESTÁGIO SUPERVISIONADO INTERDISCIPLINAR DA FE/UNICAMP	
Jenny Patricia Acevedo Rincón	
DOI 10.22533/at.ed.03419030912	
CAPÍTULO 13	125
PERCEPÇÕES DE LICENCIANDOS SOBRE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGENS NOS ANOS INICIAIS	
Valéria Risuenho Marques	
Raquel Batista Corrêa	
DOI 10.22533/at.ed.03419030913	
CAPÍTULO 14	135
PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM GEOGEBRA E UMA PROPRIEDADE DOS QUADRILÁTEROS	
Vinícius Almeida Louredo Gonçalves	
Ana Carolina Silva Adolfo	
Jéssica Vieira da Silva	
Uender Barbosa de Souza	
DOI 10.22533/at.ed.03419030914	

CAPÍTULO 15	144
REFLEXÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DE PIAGET NO TRABALHO COM A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS	
Bruna Sordi Rodrigues Camila de A. Cabral Romeiro Fernando Rodrigo Zolin Marcelo Salles Batarce	
DOI 10.22533/at.ed.03419030915	
CAPÍTULO 16	154
PRÁTICAS DE PESQUISA PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	
Simone Simionato dos Santos Laier Elisangel Dias Brugnera	
DOI 10.22533/at.ed.03419030916	
CAPÍTULO 17	168
TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÕES	
Eduarda de Jesus Cardoso	
DOI 10.22533/at.ed.03419030917	
CAPÍTULO 18	179
APRESENTANDO PESQUISAS E POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA	
João Lucas de Oliveira Frederico da Silva Reis	
DOI 10.22533/at.ed.03419030918	
CAPÍTULO 19	189
UM PONTO DE VISTA SOCIOLÓGICO DO <i>PROFMAT</i>	
José Vilani de Farias	
DOI 10.22533/at.ed.03419030919	
CAPÍTULO 20	197
EXPLORANDO A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE LÍNGUA PORTUGUESA E MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA	
Cassio Cristiano Giordano	
DOI 10.22533/at.ed.03419030920	
CAPÍTULO 21	208
A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL POR MEIO DE JOGOS	
Patrícia Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.03419030921	
CAPÍTULO 22	215
FOLHAS DE ATIVIDADES ENVOLVENDO PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E MATEMÁTICA FINANCEIRA	
Roberta Angela da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.03419030922	

SOBRE O ORGANIZADOR.....	227
ÍNDICE REMISSIVO	228

PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM GEOGEBRA E UMA PROPRIEDADE DOS QUADRILÁTEROS

Vinicius Almeida Louredo Gonçalves

Instituto Federal de Goiás, Câmpus Goiânia
Goiânia - Goiás

Ana Carolina Silva Adolfo

Instituto Federal de Goiás, Câmpus Goiânia
Goiânia - Goiás

Jéssica Vieira da Silva

Instituto Federal de Goiás, Câmpus Goiânia
Goiânia - Goiás

Uender Barbosa de Souza

Docente no Instituto Federal de Goiás, Câmpus
Goiânia
Goiânia - Goiás

RESUMO: Com o advento das novas tecnologias, as metodologias tradicionais utilizadas em sala de aula acabaram ficando obsoletas, evidenciando a necessidade de os professores reverem seus métodos de ensino. Neste artigo, é apresentada uma proposta para análise de um problema de geometria, disponível no banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) de 2016. A metodologia usada foi a Investigação Matemática com o GeoGebra, um *software* livre e de matemática dinâmica, que permite ao usuário trabalhar com elementos geométricos e algébricos. Desenvolvida em quatro etapas, a investigação se baseia em

visualizar através de experimentação com o *software* diversos casos do mesmo problema, alterando valores e elementos, buscando conjecturar e deduzir propriedades. Formalizar as conjecturas levantadas através de cálculos matemáticos e, por último, generalizar, onde o aluno consegue encontrar um padrão universal aplicável a todas as situações delimitadas pelo problema estudado. O uso do *software* como metodologia de ensino tem grande potencial, pois facilita a visualização e entendimento de problemas, colaborando para o melhor desenvolvimento educacional do aluno.

PALAVRAS-CHAVE: Investigação Matemática. GeoGebra. Geometria. **Ângulos.** Polígonos.

PROPOSAL OF MATHEMATICAL RESEARCH WITH GEOGEBRA AND A PROPERTY OF QUADRILATERALS

ABSTRACT: With the innovation of new technologies, the traditional methodologies used in the classroom became obsolete, evidencing the need for teachers to review their teaching methods. In this article, a proposal is presented for the analysis of a geometry problem, available at the OBMEP (Brazilian Public Mathematics Olympiad) bench of 2016. The methodology used was Mathematical Research with GeoGebra, a free dynamic mathematics software, which allows the user to work with geometric and

algebraic elements. Developed in four stages, the research is based on visualizing through of experimentation with the software several cases of the same problem, changing values and elements, seeking to conjecture and deduce properties. Formalize the conjectures raised through mathematical calculations and, finally, generalize, where the student can find a universal standard applicable to all situations delimited by the problem studied. The use of software as teaching methodology has great potential, because it facilitates the visualization and understanding of problems, collaborating for the best educational development of the student.

KEYWORDS: Mathematical Investigation. GeoGebra. Geometry. Angles. Polygons.

1 | INTRODUÇÃO

Com o advento das novas tecnologias, as metodologias tradicionais utilizadas em sala de aula acabaram ficando obsoletas, evidenciando a necessidade de os professores reverem seus métodos de ensino. Fez-se necessário tornar o aprendizado mais dinâmico pois, as novas gerações são cada vez mais conectadas as novas tecnologias, como computadores e celulares, tornando o ensino tradicional com lousa insuficiente para motivá-los a buscar conhecimento. Nesse sentido, com o auxílio da tecnologia, acreditamos ser possível oferecer aulas mais dinâmicas, que permitam ao aluno desenvolver suas habilidades, seu pensamento crítico a luz de um novo problema e não apenas memorizar aquilo que está sendo ensinado.

As tecnologias têm um papel fundamental para a promoção de ações que contribuam para o desenvolvimento de uma escola centrada na pedagogia do problema, que trabalha com questões reais e que a utiliza como um elemento no processo pedagógico. Segundo Valente (2002, p. 3): “A construção do conhecimento advém do fato de o aluno ter que buscar novos conteúdos e estratégias para incrementar o nível de conhecimento que já dispõe sobre o assunto que está sendo tratado via computador”.

O professor deve planejar de maneira clara e consciente a utilização das tecnologias como um suporte, fazendo a associação das mesmas com o conteúdo trabalhado, sendo sua aplicação com fins pedagógicos.

Se tratando do ensino de matemática, é notável como os *softwares* vêm ganhando grande espaço por possibilitarem maior interação dos alunos com o conteúdo, facilitando a investigação de problemas diversos de forma dinâmica. Claro que, para o bom desenvolvimento de aulas usando *softwares*, os professores devem estar familiarizados com os mesmos, e, além do conhecimento de como usá-los, ter uma metodologia para seu uso adequado, dando sentido à relação entre o conteúdo trabalhado e o *software*.

No Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação e Tecnologias de Goiás são apresentados e trabalhados diversos *softwares* matemáticos bem como metodologias para o uso dos mesmos através das Práticas

como Componentes Curriculares (PCC). Como citado por Assunção et al. (2017), a resolução CNE/CP2 de 19/02/2002 em seu Art. 1º inciso I determinou a carga horária da PCC, que se diferencia do Estágio Curricular e se estabelece como objeto de reflexão-ação-reflexão permanente, possibilitando uma formação ampla e qualificada de professores.

Desse modo, apresentamos uma proposta didática para uma investigação matemática utilizando o GeoGebra, um *software* livre e de matemática dinâmica, que permite ao usuário trabalhar com elementos geométricos e algébricos. A proposta surgiu a partir das ideias apresentadas pelo professor Uender B. Souza em suas aulas de PCC no IFG Câmpus Goiânia.

Em suas aulas, o professor apresenta e analisa as possibilidades e potencial que o GeoGebra pode oferecer e reforça que os *softwares* não devem ser utilizados sem um motivo específico, um método que dê base e sustente sua importância para o conteúdo ao qual será trabalhado. Dentre algumas metodologias apresentadas em suas aulas, o professor destaca a proposta de Vaz (2012), que inspirou a proposta deste trabalho.

De acordo com Vaz (2012) o GeoGebra “se enquadra na categoria da geometria dinâmica, livre, permitindo uma boa interatividade, possibilitando trabalhar teoremas, construção de conceitos, testar hipóteses e fazer releituras importantes de conteúdos matemáticos”. Segundo o autor:

No GeoGebra podemos contemplar geometria e álgebra dinamicamente, interagindo entre si na mesma tela, possibilitando o usuário relacionar as várias faces de um mesmo objeto matemático. Permite trabalhar conceitos matemáticos do ensino fundamental, médio e superior e realizar construções matemáticas diversificadas e alterá-las após a construção ser finalizada. Esse dinamismo possibilita que o aluno perceba diversas relações entre os objetos matemáticos, faça conjecturas e até mesmo formalize os resultados, de forma visual, no próprio *software*. (VAZ, 2012, p.40).

O objeto de estudo será o problema de número 7 do nível 2, proposto por Barbosa e Feitosa (2016), disponível no banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) de 2016. O problema aborda conteúdos relacionados a quadriláteros e ângulos, segue seu enunciado:

Dado um quadrilátero convexo, se as quatro bissetrizes de seus ângulos formam um novo quadrilátero, calcule a soma dos ângulos opostos.

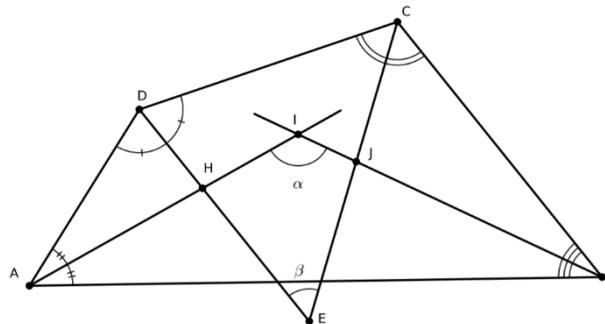


Figura 1 - Quadrilátero convexo descrito no problema

Fonte: BARBOSA & FEITOSA (2016, p. 27)

A metodologia será, como já citada, a Investigação Matemática com o *GeoGebra*, proposta por Vaz, desenvolvida em quatro etapas. A primeira etapa é *experimental*, onde teorias e buscas por padrões podem ser testadas pelos alunos. A segunda é *conjecturar*, após investigar, o aluno pode levantar hipóteses e deduzir propriedades. A terceira é *formalizar* as conjecturas levantadas, tal etapa consiste em mostrar através de cálculos matemáticos que as conjecturas são verdadeiras ou não. E por último, a quarta etapa é a da *generalização*, onde o aluno consegue encontrar um padrão universal aplicável a todas as situações delimitadas pelo problema estudado.

2 | CONSTRUÇÃO E INVESTIGAÇÃO NO SOFTWARE GEOGEBRA

Para suporte ao *software*, indicamos Hohenwarter (2009) e Souza (2018). O primeiro, apesar de ser o manual de uma versão antiga do *software*, não deixa a desejar, ainda que usado como referência para versões mais recentes. O segundo é fruto de um projeto do Instituto GeoGebra de Goiás, se trata de um guia de comandos do *software*, vale ressaltar que o projeto ainda está em desenvolvimento.

Como citamos anteriormente, o *software* deve ser usado de maneira adequada como suporte no processo educacional, e cabe ao professor elaborar estratégias e aplicar metodologias bem fundamentadas. Neste sentido, mostramos nesta seção como desenvolver as quatro etapas propostas por Vaz na investigação do problema proposto.

Começamos a investigação pela *experimentação*. Seguem os passos para a construção do problema no *GeoGebra*.

1. Usando a ferramenta *Polígono*, crie um quadrilátero ;
2. Crie as bissetrizes inserindo os comandos:

r : Bissetriz(D, A, B);

s : Bissetriz(A, B, C);

t : Bissetriz(C, D, A);

u : Bissetriz(D, C, B),

no *Campo de Entrada* ou usando a ferramenta *Bissetriz* e clicando nos três pontos que formam o ângulo, até construir as quatro retas;

3. Crie as interseções das retas:

$E = \text{Interseção}(t, u)$;

$H = \text{Interseção}(r, t)$;

$I = \text{Interseção}(r, s)$;

$J = \text{Interseção}(s, u)$.

4. Crie os ângulos α e β :

$\alpha = \hat{\text{Ângulo}}(H, I, J)$;

$\beta = \hat{\text{Ângulo}}(J, E, H)$.

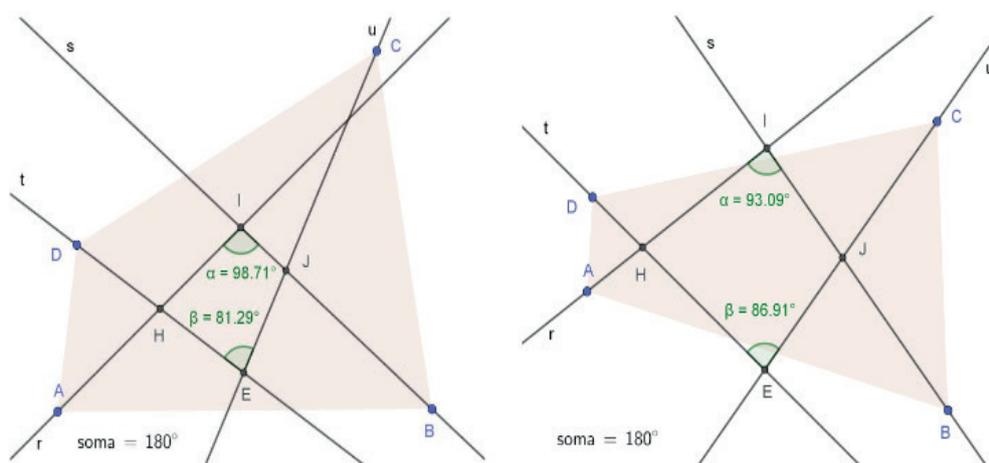


Figura 2 - Disposições distintas dos vértices e soma dos ângulos.

Fonte: Os autores.

5. Determine a soma dos ângulos com:

$$\text{soma} = \alpha + \beta.$$

Ao variar as posições dos vértices A, B, C e D, notamos que a soma se mantém constante e igual a $\alpha + \beta = 180^\circ$, veja a Figura 2. *Conjecturamos* então que $\alpha + \beta = 180^\circ$.

Nos resta verificar formalmente que o resultado é realmente o que conjecturamos. Como a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360° , segue que:

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 360^\circ - \angle IJE - \angle IHE \\ &= 360^\circ - (180^\circ - \angle DAH - \angle ADH) - (180^\circ - \angle JCB \\ &\quad - \angle JBC) \\ &= \frac{\angle ADC}{2} + \frac{\angle DAB}{2} + \frac{\angle DCB}{2} + \frac{\angle CBA}{2} \\ &= \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ. \end{aligned}$$

Finalizamos assim a etapa de *formalização* confirmando nossa conjectura. A última etapa da investigação é a *generalização*, e a faremos analisando o resultado obtido através das 3 etapas já desenvolvidas.

Note que se cada ângulo do quadrilátero ABCD for dividido em 2 e seguindo os passos para a construção do novo quadrilátero HIJE como descrito no enunciado do problema, obtemos a soma $\alpha + \beta = \frac{360^\circ}{2}$. Levantamos a seguinte questão: ao dividir cada ângulo do quadrilátero inicial em n partes (n -seção do ângulo) e seguindo os passos para a construção do novo quadrilátero HIJE, a soma dos ângulos será $\alpha + \beta = \frac{360^\circ}{n}$?

Seguimos com a tentativa de *generalização* do problema. Para a nova construção no *GeoGebra*, basta substituímos as retas r e s no passo 2 da etapa de experimentação pelas retas:

$$\begin{aligned} r: & \text{Girar}(\text{Reta}(A, D), (-\hat{\text{Ângulo}}(B, A, D))/n, A); \\ s: & \text{Girar}(\text{Reta}(B, C), \hat{\text{Ângulo}}(C, B, A)/n, B); \\ t: & \text{Girar}(\text{Reta}(A, D), \hat{\text{Ângulo}}(A, D, C)/n, D); \\ t: & \text{Girar}(\text{Reta}(A, D), \hat{\text{Ângulo}}(A, D, C) / n, D), \end{aligned}$$

sendo n um *controle deslizante* com valor inicial maior ou igual a 2 e incremento 1. Os demais passos são idênticos.

Analisando a construção, alterando os vértices de posição e variando os valores de n , percebemos que $\alpha + \beta$ é $\frac{360^\circ}{n}$ como esperado, veja a Figura 3.

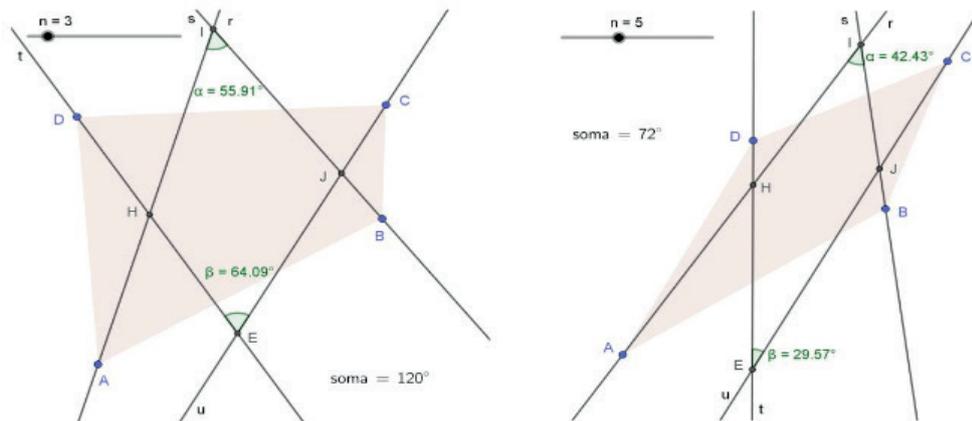


Figura 3 - Representação da etapa da generalização do problema no GeoGebra.

Fonte: Os autores.

Devemos *formalizar* o resultado com a demonstração, que é semelhante a que fizemos na etapa de experimentação.

$$\begin{aligned}
 \alpha + \beta &= 360^\circ - \angle IJE - \angle IHE \\
 &= 360^\circ - (180^\circ - \angle DAH - \angle ADH) - (180^\circ - \angle JCB \\
 &\quad - \angle JBC) \\
 &= \frac{\angle ADC}{n} + \frac{\angle DAB}{n} + \frac{\angle DCB}{n} + \frac{\angle CBA}{n} \\
 &= \frac{360^\circ}{n}.
 \end{aligned}$$

Percebemos que a tentativa de generalização do problema também é composta pelas 3 primeiras etapas, e reforça a eficiência da investigação matemática com o *GeoGebra*.

3 | RESULTADOS

A proposta foi desenvolvida com outros alunos da disciplina de PCC e observou-se que algumas situações imprevisíveis podem ocorrer, como a falta de familiarização dos alunos em relação às tecnologias. O professor deve estar preparado para perceber que isto pode acontecer.

Outra dificuldade que pode ser enfrentada ao empregar a metodologia sugerida é o tempo, pois os alunos devem antes estar familiarizados com *software* e possuir conhecimento, mesmo que básico, de como trabalhar com o mesmo. Em nossas experiências de estágio notamos que é difícil conciliar uma atividade deste tipo com o tempo escolar, já que a mesma necessita de uma preparação prévia da turma em que

será aplicada.

Apesar das possíveis dificuldades, a aplicação da Investigação possibilitou a transmissão de ideias significativa, pois conseguimos através da experimentação com o *software* que os alunos envolvidos levantassem questionamentos relevantes sobre o problema. Notamos que alguns alunos podem fazer colocações que nem sempre possuem significância para a investigação, ou mesmo, não possuem respostas imediatas. Cabe assim ao professor, nortear através de diálogo e exemplos como as colocações e questionamentos devem ser elaborados.

Na fase de formalização é o momento em que o conhecimento matemático é colocado em prática, e como mostramos em nossa proposta, é a etapa que prepara o aluno para a generalização das ideias levantadas. Notamos que o professor deve guiar o aluno dando autonomia para que o mesmo possa desenvolver a intuição matemática e se preparar para a próxima etapa, a generalização.

Observamos que, a introdução de atividades investigativas na sala de aula é uma poderosa ferramenta e pode inspirar não só os alunos, mas também nossos professores.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

É notória a contribuição das tecnologias para o ensino de matemática, visto que possibilita ao aluno uma melhor compreensão dos problemas propostos, fazendo com que este possa visualizar suas aplicabilidades no cotidiano.

A investigação matemática com o *software* GeoGebra proporciona aos alunos experiências dinâmicas ao facilitar a visualização de propriedades e relações matemáticas, abrindo um novo horizonte de possibilidades. Além disso, outra vantagem do *software* é o fato de ser livre e gratuito sendo acessível a todos.

Ao utilizar o *software* para resolver um exercício da OBMEP, percebeu-se que este facilitou muito o entendimento do que era proposto no exercício, tornando a compreensão do mesmo mais dinâmica, entendível e inteligível.

Percebe-se que a utilização de diferentes metodologias e estratégias comprovaram a motivação e o aumento de interesse por parte dos alunos envolvidos, nos levando a concluir dessa experiência que o desenvolvimento de atividades investigativas de fato, proporciona um ambiente favorável à aprendizagem.

Nesse sentido, acreditamos que o uso do *software* como metodologia de ensino tem grande potencial, pois facilita a visualização e entendimento de problemas, colaborando para o melhor desenvolvimento educacional do aluno.

Finalizamos citando os trabalhos de Assunção et al. (2017) e Filho, Gonçalves e Souza (2017) por abordarem de forma semelhante à exposta neste a Investigação Matemática com o GeoGebra. Trabalhos que, assim como este, são frutos da disciplina de PCC ministrada pelo professor Uender.

REFERÊNCIAS

ASSUNÇÃO, Amanda de Brito R. et al. **Investigação da Razão Entre as Áreas de um Polígono Regular eum Polígono Estrelado Inscrito Usando o Software GeoGebra**. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO, 3., 2017, Goiânia. 2017. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/resource/ej4cDPjM/GZdAudRUV3GyEjf4/material-ej4cDPjM.pdf>>. Acesso em 14 de maio de 2018.

BARBOSA, Régis; FEITOSA, Samuel. **OBMEP - Banco de Questões 2016**. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/bq/bq2016.pdf>>. Acesso em 05 dez. 2017.

FILHO, Ricardo V. N., GONÇALVES, Vinícius A. L., SOUZA, Uender B. **Investigação Matemática com GeoGebra no Estudo de Máximos de uma Função**. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO, 3., 2017, Goiânia. 2017. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/resource/MWAbzkZT/qzQfHAYqhS6dpdXY/material-MWAbzkZT.pdf>>. Acesso em 14 de maio de 2018.

HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER, Judith. **Ajuda GeoGebra, Manual Oficial da Versão 3.2**. Tradução e adaptação para português de Portugal: António Ribeiro. 2009. Disponível em <https://app.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em 14 de maio de 2018.

SOUZA, Uender B. **Guia de Comandos do GeoGebra: Exemplos e desafios**. Projeto do Instituto GeoGebra de Goiás. Goiânia, 2018. Disponível em <<https://www.geogebra.org/m/EeedVvbU>>. Acesso em 14 maio de 2018.

VALENTE, J. A. A Espiral da Aprendizagem e as Tecnologias da Informação e Comunicação: Repensando Conceitos. In: Maria Cristina R. Azevedo Joly (Org.). **A Tecnologia no Ensino: Implicações para a Aprendizagem**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002, p. 1-14.

VAZ, D. A. F. **Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o GeoGebra**. Revista Educativa. Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan./jun. 2012.

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Algébricas 41, 42, 48, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 69, 84, 181, 183

Ângulos 27, 29, 49, 50, 51, 52, 135, 137, 139, 140

Anos Iniciais 25, 29, 33, 54, 71, 72, 75, 125, 126, 127, 130, 144, 146, 149, 152, 153, 214

Aprendizagem Virtual 55

Aula Invertida 103, 109, 110, 111, 112

C

Comunidades de Prática 114, 115, 117, 118, 120, 121, 122, 123

Conceito 6, 20, 26, 29, 35, 36, 39, 41, 44, 45, 51, 66, 71, 75, 76, 79, 85, 86, 105, 151, 168, 169, 173, 174, 175, 180, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 191, 193, 209

Conhecimento técnico-instrumental 154

D

Didática para Geometria 47

E

Educação Matemática Crítica 14, 16, 17, 18, 19, 21, 24

Ensino de análise 179, 180, 188

Ensino Híbrido 103, 104, 105, 106, 108, 109, 112

Estágio supervisionado interdisciplinar 115

F

Figuras Espaciais 1, 2, 3, 7, 12

G

Geometria 2, 3, 4, 6, 7, 12, 13, 25, 26, 28, 29, 33, 34, 41, 45, 47, 48, 97, 135, 137, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 178

Graduandos 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 165

I

Instrumentalização 71, 72, 155, 199

Integral definida 35, 36, 41, 44, 45, 184, 185

Investigação Matemática 135, 137, 138, 141, 142, 143

J

Jean Piaget 144, 145, 147, 149, 150, 153

Jogo de Sinais 61, 69

Jogos 61, 67, 164, 196, 208, 209, 210, 213, 214

K

Khan Academy 55, 56, 57, 58, 59

L

Licenciatura em educação do campo 14, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23

M

Macroavaliações 82, 83, 84, 85, 87

Matemática acadêmica e escolar 189

Mestrado profissional 189, 190

Moodle 55, 56, 57, 58, 59, 60, 103, 107, 110, 112

N

Níveis de aprendizagem 168, 172

P

Percepções 40, 125, 126, 129

Prática docente 21, 23, 44, 89, 93, 111, 123, 145, 155, 166, 190

Projeto de Intervenção 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 82, 83

Projetos Interdisciplinares 29, 197, 202, 206

S

Saberes da experiência 47, 49, 54

Saberes específicos 47

Significado 19, 71, 75, 79, 114, 116, 117, 118, 171, 181, 182, 186, 202, 216

Simetria de figuras no plano 25

Software Geogebra 1, 2, 4, 5, 6, 13, 48, 50

T

Tecnologias da Informação e Comunicação 179, 180

Teoria de resposta ao item 87, 89, 90, 91, 99

TSD 197, 200, 202, 206

V

Van Hiele 26, 27, 29, 34, 168, 169, 172, 178

Visualização 3, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 135, 142, 170, 171, 183, 184, 186, 187

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-603-4

