

**Cleberton Correia Santos
(Organizador)**

**Estudos Interdisciplinares
nas Ciências e da Terra
e Engenharias 3**

Cleberton Correia Santos
(Organizador)

Estudos Interdisciplinares nas Ciências
Exatas e da Terra e Engenharias 3

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E82	<p>Estudos interdisciplinares nas ciências exatas e da terra e engenharias 3 [recurso eletrônico / Organizador Cleberton Correia Santos. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Estudos Interdisciplinares nas Ciências Exatas e da Terra e Engenharias; v. 3)</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-642-3 DOI 10.22533/at.ed.423192309</p> <p>1. Ciências exatas e da Terra. 2. Engenharias. 3. Tecnologia. I.Santos, Cleberton Correia. II. Série.</p> <p style="text-align: right;">CDD 016.5</p>
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

O livro “Estudos Interdisciplinares nas Ciências Exatas e da Terra e Engenharias” de publicação da Atena Editora apresenta em seu 3º volume 37 capítulos relacionados temáticas de área multidisciplinar associadas à Educação, Agronomia, Arquitetura, Matemática, Geografia, Ciências, Física, Química, Sistemas de Informação e Engenharias.

No âmbito geral, diversas áreas de atuação no mercado necessitam ser elucidadas e articuladas de modo a ampliar sua aplicabilidade aos setores econômicos e sociais por meio de inovações tecnológicas. Neste volume encontram-se estudos com temáticas variadas, dentre elas: estratégias regionais de inovação, aprendizagem significativa, caracterização fitoquímica de plantas medicinais, gestão de riscos, acessibilidade, análises sensoriais e termodinâmicas, redes neurais e computacionais, entre outras, visando agregar informações e conhecimentos para a sociedade.

Os agradecimentos do Organizador e da Atena Editora aos estimados autores que empenharam-se em desenvolver os trabalhos de qualidade e consistência, visando potencializar o progresso da ciência, tecnologia e informação a fim de estabelecer estratégias e técnicas para as dificuldades dos diversos cenários mundiais.

Espera-se com esse livro incentivar alunos de redes do ensino básico, graduação e pós-graduação, bem como outros pesquisadores de instituições de ensino, pesquisa e extensão ao desenvolvimento estudos de casos e inovações científicas, contribuindo na aprendizagem significativa e desenvolvimento socioeconômico rumo à sustentabilidade e avanços tecnológicos.

Cleberton Correia Santos

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
PREPARO E CARACTERIZAÇÃO DE FILMES BIODEGRADÁVEIS REFORÇADOS COM FIBRAS DE CANA-DE-AÇÚCAR	
Paula Consoli Ireno Franco Mary Leiva Faria Ana Paula Bilck	
DOI 10.22533/at.ed.71619103091	
CAPÍTULO 2	10
ACESSIBILIDADE AO LABORATÓRIO DIDÁTICO DE BIOLOGIA, MICROSCOPIA E ANÁLISES CLÍNICAS DA UEZO POR PESSOAS EM CADEIRA DE RODAS	
Tiago Alexandre Silva Nascimento Gabriella Oliveira Alves Moreira De Carvalho Thiago Manchester De Mello Fabio Da Silva De Azevedo Fortes	
DOI 10.22533/at.ed.71619103092	
CAPÍTULO 3	23
ANÁLISE DA ESTABILIDADE DAS ESCAVAÇÕES NO PEGMATITO ALTO DA SERRA BRANCA	
Marinésio Pinheiro de Lima Robson Ribeiro Lima Francisco Wilson Hollanda Vidal	
DOI 10.22533/at.ed.71619103093	
CAPÍTULO 4	33
ELABORAÇÃO DE MODELO COMPUTACIONAL PARA O ESTUDO DE VIBRAÇÕES LIVRES EM UMA PONTE DE CONCRETO ARMADO	
Arlindo Pires Lopes Esterfeny Guedes Pires Larissa Lázara Mesquita Cavalcante Matheus Pereira da Silva Mayk Oris Guerreiro Stefanny di Samuel da Costa Tiago de Souza Seixas	
DOI 10.22533/at.ed.71619103094	
CAPÍTULO 5	45
ANÁLISE SENSORIAL: TESTES DISCRIMINATIVOS, DESCRITIVOS E AFETIVOS	
Antônio das Graças Amaral Neto Elisa Norberto Ferreira Santos	
DOI 10.22533/at.ed.71619103095	
CAPÍTULO 6	57
APLICAÇÃO DE JOGOS E GAMIFICAÇÃO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS BÁSICOS DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL	
José Ribamar Azevedo dos Santos João Roberto Ursino da Cruz Marcos Paulo Santos Cardoso	
DOI 10.22533/at.ed.71619103096	

CAPÍTULO 7	70
ASPECTOS ECONÔMICOS DA LAVRA INTEGRAL DO PEGMATITO ALTO DA SERRA BRANCA	
Marinésio Pinheiro de Lima	
Júlio Cezar de Souza	
Francisco Wilson Hollanda Vidal	
DOI 10.22533/at.ed.71619103097	
CAPÍTULO 8	78
AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO AR EM RELAÇÃO A CONCENTRAÇÃO DE MATERIAL PARTICULADO INALÁVEL NA CIDADE DE CAMBORIÚ, SC	
Beatriz Faga	
Joeci Ricardo Godoi	
Viviane Furtado Velho	
Letícia Flohr	
DOI 10.22533/at.ed.71619103098	
CAPÍTULO 9	90
DESENVOLVENDO BIOMATERIAIS DE HIDROXIAPATITA RECOBERTA COM NANOPARTÍCULAS DE PRATA (AgNPs) PARA APLICAÇÃO EM DEFEITOS CRÍTICOS ÓSSEOS	
Ingrid Russoni de Lima	
Gabrielle Cristine Lemos Duarte Freitas	
Elaine Cristina Lopes Pereira	
Lucas Furtado Loesh	
Fernanda A. Sampaio da Silva	
Heleno Souza da Silva	
Renata Antoum Simão	
José Adilson de Castro	
Gláucio Soares Fonseca	
DOI 10.22533/at.ed.71619103099	
CAPÍTULO 10	102
AVALIAÇÃO DO PRÉ-TRATAMENTO DO INOCULANTE E DA COMBINAÇÃO DE SUBSTRATOS SOBRE A PRODUÇÃO DE HIDROGÊNIO A PARTIR DE GLICEROL BRUTO, DEJETOS SUÍNOS E GLICOSE	
Fidel Alejandro Aguilar Aguilar	
Ronnie Von Dos Santos Veloso	
Luis Fernando Santis Espinosa	
Lilian de Araújo Pantoja	
Alexandre Soares dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.716191030910	
CAPÍTULO 11	114
CAPTURA DE CARBONO VOLÁTIL DO PROCESSO DE BIORREMEDIAÇÃO PARA UTILIZAÇÃO EM BIOTECNOLOGIA	
Odete Gonçalves	
Paulo Fernando de Almeida	
Cristina Maria A. L. T. M. H. Quintella	
Ana Maria Álvares Tavares da Mata	
DOI 10.22533/at.ed.716191030911	

CAPÍTULO 12 129

CARBETO DE BORO (B₄C): REVISÃO acadêmica ACERCA DAS PROPRIEDADES E PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS

Eduardo Braga Costa Santos
Denise Dantas Muniz
Eliandro Pereira Teles
Danielle Guedes de Lima Cavalcante
Ricardo Alves da Silva

DOI 10.22533/at.ed.716191030912

CAPÍTULO 13 141

CLIMATOLOGIA DA REGIÃO OESTE DO PARÁ - CENTRO DA AMAZÔNIA - E IMPACTO DOS TRÊS ÚLTIMOS EVENTOS DE SECAS SEVERAS NA TEMPERATURA DO AR E PRECIPITAÇÃO

Gabriel Brito Costa
Waldeir dos Santos Pereira
Mayara Barbosa Lima
Juliane da Silva Sampaio
Ana Caroline da Silva Macambira
Letícia Victória Santos Matias
Duany Thainara Corrêa da Silva
Natan Barbosa Almada
Rogério Favacho da Cruz
Jéssica Aline Godinho da Silva

DOI 10.22533/at.ed.716191030913

CAPÍTULO 14 153

DESIGN DE ENUNCIADOS COM O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS SOB O ENFOQUE DA (RE) FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

Fabiane Fischer Figueiredo
Claudia Lisete Oliveira Groenwald

DOI 10.22533/at.ed.716191030914

CAPÍTULO 15 164

DETERMINAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO TOTAL E BIOACESSÍVEL *in vitro* DE CÁLCIO EM DIFERENTES TIPOS DE LEITE POR FOTOMETRIA DE CHAMA

Ani Caroline Weber
Luiz Ricardo Mallmann Oliveira
Sabrina Grando Cordeiro
Eniz Conceição Oliveira
Eduardo Miranda Ethur
Lucélia Hoehne

DOI 10.22533/at.ed.716191030915

CAPÍTULO 16 175

ESPAÇO ARTE_ON: PLATAFORMA ON-LINE PARA EXPOSIÇÕES ARTÍSTICAS DOS DISCENTES DO ENSINO MÉDIO DO IFC-CAS

Leonardo Cristovam de Jesus
Lucas Pereira Elias
Marcos Henrique de Morais Golinelli
Tereza Cristina Benevenuto Lautério

DOI 10.22533/at.ed.716191030916

CAPÍTULO 17 188

ESTRATÉGIAS FOCADAS NO ENSINO DE LÓGICA DE PROGRAMAÇÃO: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA BRASILEIRA

Deborah Godoy Martins Corrêa
Tiago de Oliveira
Denise Stringhini

DOI 10.22533/at.ed.716191030917

CAPÍTULO 18 201

ESTUDO DA FRAÇÃO ÁCIDA DO ÓLEO DE COPAÍBA

Carlos Vinícius Machado Miranda
Railda Neyva Moreira Araújo Cabral
Luely Oliveira da Silva
Giselle Maria Skelding Pinheiro Guilhon
Marivaldo José Costa Corrêa
Eloisa Helena de Aguiar Andrade
Manoel Leão Lopes Junior
Lourivaldo Silva Santos

DOI 10.22533/at.ed.716191030918

CAPÍTULO 19 209

ESTUDO DE VIABILIDADE TÉCNICA DO REAPROVEITAMENTO DO ESTÉRIL DE ROCHAS ORNAMENTAIS COMO AGREGADOS PARA A CONSTRUÇÃO CIVIL

Weverton Pereira do Sacramento
Maria de Lourdes de Oliveira
Luana Leite Ferreira
Robson Wotikowski Guedes

DOI 10.22533/at.ed.716191030919

CAPÍTULO 20 218

EXPLORANDO CONCEITOS GEOMÉTRICOS NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Leila Pessôa Da Costa
Sandra Regina D'Antonio Verrengia

DOI 10.22533/at.ed.716191030920

CAPÍTULO 21 226

GESTÃO DE INFORMAÇÕES CLÍNICAS DE ANIMAIS DE GRANDE PORTE: UMA PROPOSTA DE SOLUÇÃO BASEADA EM COMUNIDADE DE PRÁTICA

Gersica Agripino Alencar
Rafael Santos Barbosa
Ricardo André Cavalcante de Souza

DOI 10.22533/at.ed.716191030921

CAPÍTULO 22 239

GRUPOS DE HOMOLOGIA SIMPLICIAL

Wendy Díaz Valdés
Lígia Laís Fêmina
Gisele Andrade Lemos
Jorge Vicente Barbosa Júnior

DOI 10.22533/at.ed.716191030922

CAPÍTULO 23 246

LAMINADOS DE MATRIZ POLIÉSTER REFORÇADOS COM FIOS DE JUTA NA FORMA DE TECIDO E ORIENTADOS A 0°, 45° E 90°

José Emílio Medeiros dos Santos
Douglas Santos Silva
Igor dos Santos Gomes
Maurício Maia Ribeiro
Roberto Tetsuo Fujiyama

DOI 10.22533/at.ed.716191030923

CAPÍTULO 24 263

MAGONIA PUBESCENS A.ST.-HIL: UMA REVISÃO DA LITERATURA

Ana Mayra Pereira da Silva
Amanda Ribeiro Correa
Cárita Rodrigues de Aquino Arantes
Rosiane Alexandre Pena Guimarães
Monica Franco Nunes
Dielle Carmo de Carvalho Neres
Elisangela Clarete Camili
Carla Spiller

DOI 10.22533/at.ed.716191030924

CAPÍTULO 25 270

O CURSO DE PRÉ-CÁLCULO E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Erasmus Tales Fonseca
Leandro Teles Antunes dos Santos
Patrícia Milagre de Freitas
Dayane Andrade Queiroz

DOI 10.22533/at.ed.716191030925

CAPÍTULO 26 279

OS DESAFIOS DA EDUCAÇÃO EM REDE NO CONTEXTO DA INDÚSTRIA 4.0

Dafne Fonseca Alarcon
Luziana Quadros da Rosa
Robson Santos da Silva
Felipe de Matos Müller
Márcio Vieira de Souza

DOI 10.22533/at.ed.716191030926

CAPÍTULO 27 294

PRÁTICAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA COM VISTAS À EDUCAÇÃO AMBIENTAL NO CONTEXTO DA TRANSVERSALIDADE

Daniana de Costa
Edilson Pontarolo

DOI 10.22533/at.ed.716191030927

CAPÍTULO 28 304

RESULTADOS PRELIMINARES DA UTILIZAÇÃO DO WRF NO INPE/EUSÉBIO - UM ESTUDO DE CASO

Vanessa de Almeida Dantas
Vicente de Paulo Silva
Adilson Gandu

DOI 10.22533/at.ed.716191030928

CAPÍTULO 29	313
A MODELAGEM MATEMÁTICA NA PRODUÇÃO DE MILHO INFLUENCIADO PELA SUCESSÃO DE CULTURAS E ADUBAÇÃO NITROGENADA	
Lilian Fátima Ancerowicz Rubia Diana Mantai	
DOI 10.22533/at.ed.716191030929	
CAPÍTULO 30	326
SISTEMA PARA PREVENÇÃO DE QUEDAS E PENSAMENTO DO PASSAGEIRO NA PORTA DO TRANSPORTE COLETIVO BASEADO NA PLATAFORMA ARDUINO	
Lucas Goiabeira Farias Francisco da Conceição Silva Wellington Luis Mineiro França	
DOI 10.22533/at.ed.716191030930	
CAPÍTULO 31	332
TEATRO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE FRAÇÕES	
Fabiana Gerusa Leindeker da Silva Jenifer Cassandra da Silva Oliveira Bruno Ferreira da Luz Tamires Bon Vieira	
DOI 10.22533/at.ed.716191030931	
CAPÍTULO 32	342
UM ESTUDO SOBRE O DESEMPENHO DE VIRTUALIZAÇÃO NOS HYPERVISORS VMWARE E KVM	
Lúcio Flávio de Jesus Silva Marco Antônio Castro Martins	
DOI 10.22533/at.ed.716191030932	
CAPÍTULO 33	349
CONTRIBUIÇÃO DO PIBID/QUÍMICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA): UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NO MUNICÍPIO DE COARI-AMAZONAS	
Klenicy Kazumy de Lima Yamaguchi Cristiana Nunes Rodrigues Carlos Victor Lamarão Maria Aparecida Silva Furtado	
DOI 10.22533/at.ed.716191030933	
CAPÍTULO 34	358
OCORRÊNCIA DE PARALISIA FACIAL PERIFÉRICA E CONDIÇÕES CLIMÁTICAS NA CIDADE DE PRESIDENTE PRUDENTE/SP: ANÁLISE DE CASOS ATENDIDOS EM UMA CLÍNICA/ESCOLA NO PERÍODO DE 2012 A 2014	
Marcos Barros de Souza Daiane de Oliveira Portella Miriam Rodrigues Silvestre Lúcia Martins Barbatto	
DOI 10.22533/at.ed.716191030934	

CAPÍTULO 35	368
APLICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES EM CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE CONTÍNUA	
Robson Cabral Severo	
Leonardo Vale de Araujo	
Rafael The Bonifácio de Andrade	
DOI 10.22533/at.ed.716191030935	
CAPÍTULO 36	378
DIAGNÓSTICO SOBRE OS CONDICIONANTES GEOLÓGICOS E AS FALHAS QUE OCASIONARAM OS DESABAMENTOS NA CICLOVIA TIM MAIA	
Vinicius da Silva Freitas	
Rafael Alves da Rocha	
Marcelo Augusto da Silva Cunha	
Bruno Matos de Faria	
DOI 10.22533/at.ed.716191030936	
CAPÍTULO 37	388
RECICLAGEM DE VIDRO DE PARA-BRISAS PARA PRODUÇÃO DE VITROCERÂMICA COM 15% DE ÓXIDO DE NIÓBIO	
Hiasmim Rohem Gualberto	
Iury Almeida Moraes	
Mônica Calixto de Andrade	
Edgard Poiate Junior	
Fernanda Arruda Nogueira Gomes da Silva	
Isis Andrea Venturini Pola Poiate	
DOI 10.22533/at.ed.716191030937	
SOBRE O ORGANIZADOR.....	401
ÍNDICE REMISSIVO	402

GRUPOS DE HOMOLOGIA SIMPLICIAL

Wendy Díaz Valdés

FAMAT-Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – MG

Lígia Laís Fêmina

FAMAT-Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – MG

Gisele Andrade Lemos

FAMAT-Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – MG

Jorge Vicente Barbosa Júnior

FAMAT-Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – MG

RESUMO: Nesse trabalho, apresentamos a definição de grupos de homologia simplicial e os cálculos desses grupos para alguns espaços trianguláveis, isto é, homeomorfos a um poliedro.

PALAVRAS-CHAVE: Poliedro. Simplexo. Homologia Simplicial

SIMPLICIAL HOMOLOGY GROUPS

ABSTRACT: In this work, we present the definition of simplicial homology groups and the calculations of these groups for some triangulable spaces, that is, homeomorphs to a polyhedron.

KEYWORDS: Polyhedron. Simplexo. Simplicial

Homology

1 | INTRODUÇÃO

Na topologia algébrica, a homologia simplicial na dimensão zero formaliza a ideia do número de componentes conexas e para dimensões maiores representa o número de “buracos” n -dimensionais.

A homologia simplicial surge como uma maneira de estudar os espaços topológicos cujos componentes estruturais são n -simplexos. Esta ferramenta é calculada em espaços homeomorfos a um poliedro, tal homeomorfismo se refere a uma triangularização do espaço dado. Muitos espaços topológicos de interesse podem ser triangularizados. A homologia simplicial só depende do espaço topológico associado. Dessa forma, esta oferece uma maneira de distinguir um espaço de outro.

2 | COMPLEXO SIMPLICIAL E HOMOLOGIA SIMPLICIAL

Definição 1. Um conjunto $A = \{a_0, a_1, \dots, a_k\}$ de $k + 1$ pontos em \mathbb{R}^n é geometricamente independente quando

apenas os vetores $\alpha_1 - \alpha_0, \alpha_2 - \alpha_0, \dots, \alpha_k - \alpha_0$ são independentes.

Definição 2. Seja $\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_k\}$ um conjunto de pontos geometricamente independentes em \mathbb{R}^n . O k -simplexo, σ^k , é o conjunto de todos os pontos $x \in \mathbb{R}^n$, que são gerados por $\{\alpha_0, \dots, \alpha_k\}$ para os quais não existem números reais negativos $\{\lambda_0, \dots, \lambda_k\}$ tal que $x = \sum_{t=0}^k \lambda_t \alpha_t$ e $\sum_{t=0}^k \lambda_t = 1$.

O **0-simplexo** é simplesmente um conjunto unitário, **1-simplexo** é um segmento de linha fechado, **2-simplexo** é um triângulo (interior e arestas), **3-simplexo** é um tetraedro (interior e arestas). Um **0-simplexo aberto** é o conjunto unitário, **1-simplexo aberto** é um segmento de linha com os pontos finais removidos, **2-simplexo aberto** é o interior de um triângulo, **3-simplexo aberto** é o interior de um tetraedro.

Definição 3. Dizer que um simplexo σ^k é uma face de um simplexo σ^n , $k \leq n$, significa que cada vértice de σ^k é um vértice de σ^n . Se σ^n é o simplexo com vértices $\alpha_0, \dots, \alpha_n$, escrevemos $\sigma^n = \langle \alpha_0 \dots \alpha_n \rangle$.

Definição 4. Dois simplexos σ^m e σ^n são **propriamente unidos**, contanto que eles não tenham intersecção. Ou a intersecção $\sigma^m \cap \sigma^n$ é uma face de ambos.

Definição 5. Um complexo simplicial é uma família finita K de simplexos geométricos os quais são **propriamente unidos** e tem a propriedade de que cada face de um elemento de K é também um elemento de K . A dimensão de K é o maior índice positivo r tal que K tenha um r -simplexo. A união de elementos de K com o subespaço topológico Euclidiano é denotado por $|K|$ e é chamado de **poliedro** associado a K .

Definição 6. (ARMSTRONG, 1983) A triangularização de um espaço topológico consiste num complexo simplicial K e um homeomorfismo $h: |K| \rightarrow X$.

Geometricamente, triangularizar uma superfície é cobri-la de formas triangulares, as quais ou tem uma face toda em comum um vértice ou uma aresta. Além disso, a triangularização de uma superfície não é única.

A figura 1 mostra um exemplo de uma superfície triangularizada, a faixa de Möbis:

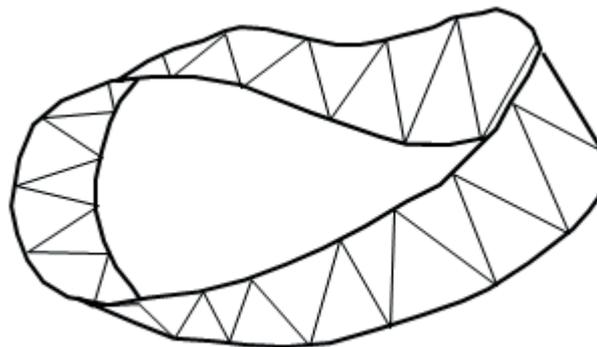


Figura 1. Triangularização da faixa de Möbis.

Definição 7. Um n -simplexo orientado, $n \geq 1$ é obtido de um n -simplexo

$\sigma^n = \langle \alpha_0 \dots \alpha_n \rangle$ escolhendo a ordem para esses vértices. A classe equivalente de permutações pares para escolha da ordem determina o simplexo orientado positivamente $+\sigma^n$, enquanto a classe equivalente das permutações ímpares determina o simplexo orientado negativamente. Um complexo simplicial orientado é obtido de um complexo simplicial atribuído uma orientação para cada simplexo. Se os vértices $\alpha_0, \dots, \alpha_p$ de um complexo K são os vértices de um p -simplexo σ^p , então o símbolo $+\langle \alpha_0 \dots \alpha_p \rangle$ denota a classe de permutações pares para indicar a ordem de $\alpha_0, \dots, \alpha_p$ e $-\langle \alpha_0, \dots, \alpha_p \rangle$ denota a classe de permutações ímpares.

Definição 8. Seja K um complexo geométrico orientado com simplexos σ^{p+1} e σ^p cujas dimensões diferem por 1. Nós associamos em cada par (σ^{p+1}, σ^p) um número de incidência $[\sigma^{p+1}, \sigma^p]$ definido como:

Se σ^p não é uma face de σ^{p+1} , $[\sigma^{p+1}, \sigma^p] = 0$. Suponha que σ^p é uma face de σ^{p+1} . Ordene os vértices $\alpha_0, \dots, \alpha_p$ de σ^p tal que $+\sigma^p = +\langle \alpha_0 \dots \alpha_p \rangle$. Seja ν o vértice de σ^{p+1} , o qual não é vértice de σ^p . Então $+\sigma^p = \pm \langle \nu \alpha_0 \dots \alpha_p \rangle$. Se $+\sigma^p = +\langle \nu \alpha_0 \dots \alpha_p \rangle$. Se $+\sigma^p = +\langle \nu \alpha_0 \dots \alpha_p \rangle$, então $[\sigma^{p+1}, \sigma^p] = 1$ Se $+\sigma^p = -\langle \nu \alpha_0 \dots \alpha_p \rangle$, então $[\sigma^{p+1}, \sigma^p] = -1$.

Exemplo 1: Se $+2 = +\langle \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \rangle$, $+1 = +\langle \alpha_0 \alpha_1 \rangle$ e $+1 = \langle \alpha_0 \alpha_2 \rangle$, então $[\sigma^2, \sigma^2] = 1$ e $[\sigma^2, \tau^1] = -1$.

Definição 9. Seja K um complexo simplicial orientado. Se p é um número inteiro positivo, a p -dimensional cadeia, ou p -cadeia, é uma função c_p que leva a família de p -simplexos orientado de K para inteiros tal que, para cada p -simplexo σ^p , $c_p(-\sigma^p) = -c_p(+\sigma^p)$.

Com a operação adição ponto a ponto induzida pelos inteiros, a família de p -cadeias forma um grupo chamado de grupo p -dimensional cadeia de K . Esse grupo é denotado por $C_p(K)$.

O grupo cadeia $C_p(K)$ é isomórfico à soma direta de grupos \mathbb{Z} . Assim se K tem α_p p -simplexos, então $C_p(K)$ é isomórfico a soma direta de α_p cópias de \mathbb{Z} . Um isomorfismo é dado pela correspondência $\sum_{i=1}^{\alpha_p} g_i \sigma_i^p \leftrightarrow (g_1, \dots, g_{\alpha_p})$.

Definição 10. Se $g \cdot \sigma_p$ é uma p -cadeia elementar com $p \geq 1$, o **bordo** de $\partial(g \cdot \sigma_p)$ denotado por $\partial(g \cdot \sigma^p)$ é definido por $\partial(g \cdot \sigma^p) = \sum [\sigma^p, \sigma_i^{p-1}] g \cdot \sigma_i^{p-1}$, $\sigma_i^{p-1} \in K$.

O operador bordo ∂ é estendido por linearidade para um homomorfismo

$$\partial_p(g \cdot \sigma^p) : C_p(K) \rightarrow C_{p-1}(K).$$

Em outras palavras, se $c_p = \sum g_i \cdot \sigma_i^p$ é uma p -cadeia arbitrária, então nós definimos

$$\partial_p(c_p) = \sum \partial_p(g_i \cdot \sigma_i^p).$$

O bordo de uma 0-cadeia é definido como sendo zero.

Teorema 11. ((CROOM, 1978), Teorema 2.1). Se K é um complexo orientado e $p \geq 2$, então $\partial_{p-1} \circ \partial_p : C_p(K) \rightarrow C_{p-2}(K)$ no diagrama $C_p(K) \xrightarrow{\partial_p} C_{p-1}(K) \xrightarrow{\partial_{p-1}} C_{p-2}(K)$ é um homomorfismo trivial.

Definição 12. Seja K um complexo orientado. Se p é um inteiro positivo, um

p -dimensional ciclo em K , ou p -ciclo, é uma p -cadeia z_p tal que $\partial(z_p) = 0$. A família de p -ciclos é o núcleo do homomorfismo $\partial_p : C_p(K) \rightarrow C_{p-1}(K)$. e é um subgrupo de $C_p(K)$. Esse subgrupo, denotado por $Z_p(K)$, e é chamado de grupo ciclo p -dimensional de K . Desde que definimos o bordo de uma 0 -cadeia como sendo 0 , nós agora definimos 0 -ciclo como sendo sinônimo de 0 -cadeia. Assim, o grupo $Z_p(K)$ de 0 -ciclos é o grupo $C_p(K)$ de 0 -cadeias.

Se $p \geq 0$, a p -cadeia b_p é um p -dimensional bordo em K , ou p -bordo, se há uma $(p+1)$ -cadeia tal que $\partial(c_{p+1}) = b_p$. A família de p -bordos é a imagem $\partial_{p+1}(C_{p+1}(K))$. e é um subgrupo de $C_p(K)$. Esse subgrupo é chamado de p -dimensional grupo-bordo de K e é denotado por $B_p(K)$.

Se n é a dimensão de K , então não existe p -cadeias em K para $p > n$. Nesse caso nós dizemos que $C_p(K)$ é o grupo trivial $\{0\}$. Em particular, não existe $(n+1)$ -cadeias em K tal que $C_{n+1}(K) = \{0\}$ e, portanto $B_n(K) = \{0\}$.

Teorema 13 ((CROOM, 1978), teorema 2.2). Se K é um complexo orientado, então $B_p(K) \subset Z_p(K)$ para cada inteiro p tal que $0 \leq p \leq n$, onde n é a dimensão de K .

Definição 14. Dois p -ciclos w_p e z_p num complexo K são homólogos, se existe uma $(p+1)$ -cadeia c_{p+1} tal que $\partial(c_{p+1}) = w_p - z_p$. Escrevemos $w_p \sim z_p$. Se um p -ciclo t_p é bordo de uma $(p+1)$ -cadeia, nós dizemos que t_p é homólogo a zero e escrevemos $t_p \sim 0$.

Essa relação de homologia para p -ciclos é uma relação de equivalência, então temos as classes de homologia de $Z_p(K)$, dada por

$$[z_p] = \{w_p \in Z_p(K) : w_p \sim z_p\}.$$

As classes laterais são: $z_p + B_p(K) = \{z_p + \partial_{p+1}(c_{p+1}) : \partial_{p+1}(c_{p+1}) \in B_p(K)\}$. Portanto as classes homólogas são membros do grupo quociente $\frac{Z_p}{B_p}$. Nós podemos usar a estrutura do grupo quociente para adicionar as classes de homologia $B_p(K)$.

Definição 15. Se K é um complexo orientado e p um inteiro não-negativo, o grupo homologia p -dimensional de K é $H_p(K) = \frac{Z_p}{B_p}$.

3 | EXEMPLOS DE GRUPOS DE HOMOLOGIA SIMPLICIAL

Exemplo 1: Considere a configuração mostrada na figura abaixo. O interior do tetraedro e o interior do triângulo $\langle def \rangle$ não são incluídos. Esse espaço é um poliedro K .

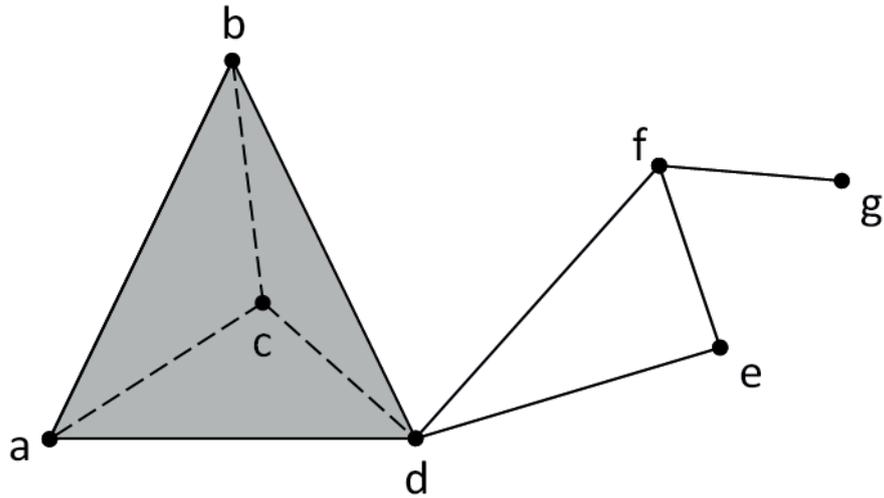


Figura 2. Complexo simplicial (CROOM, 1978).

Observe que

$$\begin{aligned}\partial_2(\langle abc \rangle + \langle acd \rangle) &= \langle ab \rangle + \langle bc \rangle + \langle ca \rangle + \langle ac \rangle + \langle cd \rangle + \langle da \rangle \\ &= \langle ab \rangle + \langle bc \rangle + \langle cd \rangle + \langle da \rangle\end{aligned}$$

Vamos verificar que δ_1 o δ_2 é um operador trivial

$$\partial_1(\langle ab \rangle + \langle bc \rangle + \langle cd \rangle + \langle da \rangle) = \langle b \rangle - \langle a \rangle + \langle c \rangle - \langle b \rangle + \langle d \rangle - \langle c \rangle + \langle a \rangle - \langle d \rangle = 0$$

Assim, todo bordo é um ciclo.

Intuitivamente, um ciclo é uma cadeia cujos termos fecham um buraco ou formam um bordo de uma cadeia de dimensão maior. Nós investigamos os “buracos” no poliedro para determinar os ciclos que não são bordos.

Considere a 2-cadeia $\langle abc \rangle + \langle bcd \rangle + \langle acd \rangle + \langle abd \rangle$, o bordo da 2-cadeia é:

$$\partial_2(\langle abc \rangle + \langle bcd \rangle + \langle acd \rangle + \langle abd \rangle) = 0$$

Logo, é um 2-ciclo e não é um bordo desde que o interior do tetraedro não está incluído. Considere $z = \langle df \rangle + \langle fe \rangle + \langle de \rangle$

$$\partial_1(z) = \langle f \rangle - \langle d \rangle + \langle e \rangle - \langle f \rangle + \langle e \rangle - \langle d \rangle = 0$$

Portanto, z é 1-ciclo e não é bordo.

E qualquer outro 1-ciclo é um bordo ou a soma de z e um bordo. Assim qualquer 1-ciclo é homólogo a zero ou homólogo ao ciclo fundamental 1-ciclo z . Isso indica a presença de 2 buracos no poliedro, um limitado por 2-ciclo e outro pelo 1-ciclo z . Além disso, K possui uma única componente conexa. Portanto, $H_i(K) = \mathbb{Z}$, $i = 0, 1, 2$.

Exemplo 2: Seja a triangulação da faixa de Möbius mostrada na figura abaixo com a orientação $\alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_5$

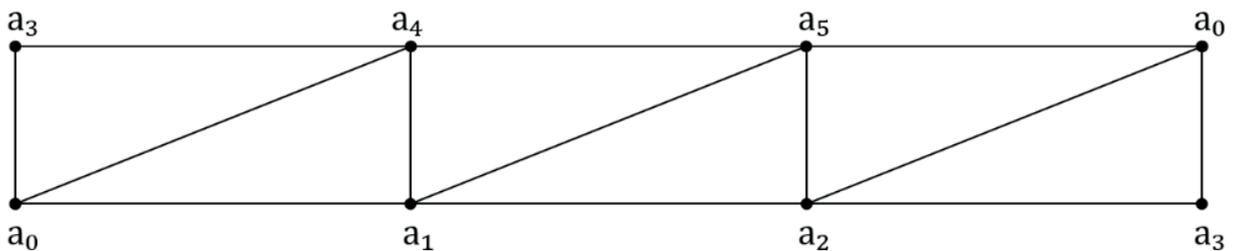


Figura 3. Outra triangulação da faixa de Möbius (CROOM, 1978)

Não há 3-simplexos em M , $B_2(M) = \{0\}$ então. Suponha que

$$w = g_0 \langle a_0 a_3 a_4 \rangle + g_1 \langle a_0 a_1 a_4 \rangle + g_2 \langle a_1 a_4 a_5 \rangle + g_3 \langle a_1 a_2 a_5 \rangle + g_4 \langle a_0 a_2 a_5 \rangle + g_5 \langle a_0 a_2 a_3 \rangle$$

é um 2-ciclo.

Calculando o bordo de w temos

$$\begin{aligned} \partial_2(w) = & (g_0 + g_5) \langle a_0 a_3 \rangle + g_0 \langle a_3 a_4 \rangle + (-g_0 - g_1) \langle a_4 a_0 \rangle + g_1 \langle a_0 a_1 \rangle \\ & + (g_1 + g_2) \langle a_1 a_4 \rangle + (-g_2 - g_3) \langle a_1 a_5 \rangle + g_2 \langle a_4 a_5 \rangle + g_3 \langle a_1 a_2 \rangle \\ & + (g_3 + g_4) \langle a_2 a_5 \rangle + (g_4 + g_5) \langle a_0 a_2 \rangle + g_4 \langle a_0 a_5 \rangle - g_5 \langle a_3 a_0 \rangle \end{aligned}$$

Para w ser 2-ciclo, temos que $\partial(w) = 0$ se, $g_0 = g_1 = g_2 = g_3 = g_4 = g_5 = 0$ e somente se.

Assim, $Z_2(M) = \{0\}$. Portanto $H_2(M) = \frac{Z_2}{B_2} = \{0\}$.

Considere as seguintes 1-cadeias: $z = 1 \langle a_0 a_1 \rangle + 1 \langle a_1 a_2 \rangle + 1 \langle a_2 a_3 \rangle - 1 \langle a_2 a_3 \rangle$ e $z' = 1 \langle a_0 a_3 \rangle + 1 \langle a_3 a_4 \rangle + 1 \langle a_4 a_5 \rangle - 1 \langle a_0 a_5 \rangle$. Calculando os bordos, temos que z e z' são 1-ciclos. (Usando a intuição também vemos que são 1-ciclos, pois z e z' fazem um ciclo completo começando e terminando em a_0). Entretanto, $z - z'$ deve ser fronteira de alguma 2-cadeia.

Com um pouco de cálculo, descobrimos que

$$z - z' = \partial_2(1\langle a_0 a_1 a_4 \rangle + 1\langle a_1 a_2 a_5 \rangle + 1\langle a_0 a_2 a_3 \rangle - 1\langle a_0 a_2 a_5 \rangle - 1\langle a_1 a_4 a_5 \rangle - 1\langle a_0 a_3 a_4 \rangle)$$

Logo, $z \sim z'$.

Com um cálculo similar verificamos que qualquer 1-ciclo é homólogo a um múltiplo de z .

Portanto, $H_1(M) = \{[gz] : g \in \mathbb{Z}\}$, então $H_1(M) \cong \mathbb{Z}$. Isso indica que o poliedro IMI tem um buraco limitado por 1-simplexo.

Para determinar $H_0(M)$, observe que qualquer 0-cadeia $1\langle a_i \rangle$ e $1\langle a_j \rangle$ (i, j variando de 0 a 5) são homólogos.

Por exemplo, $\partial_1(1\langle a_0 a_4 \rangle + 1\langle a_4 a_5 \rangle) = +1\langle a_5 \rangle - 1\langle a_0 \rangle$. Logo, $H_0(M) = \{[g\langle a_0 \rangle] : g \in \mathbb{Z}\}$, então $H_0(M) \cong \mathbb{Z}$. Note que no nível zero a homologia indica que tem apenas uma componente conexa.

4 | CONCLUSÃO

Intuitivamente, o grupo de homologia de um complexo é descrito como um arranjo dos simplexos no complexo de tal modo que nos dirá os buracos associados ao poliedro e o número de componentes conexas.

REFERENCIAS

ARMSTRONG, M. A. Basic Topology. New York: [s.n.].

CROOM, H. F. **Basic concepts of algebraic topology**. 1th. ed. New York: Springer-Verlag, 1978.

SOBRE O ORGANIZADOR

CLEBERTON CORREIA SANTOS- Graduado em Tecnologia em Agroecologia, mestre e doutor em Agronomia (Produção Vegetal). Tem experiência nas seguintes áreas: agricultura familiar, indicadores de sustentabilidade de agroecossistemas, uso e manejo de resíduos orgânicos, propagação de plantas, manejo e tratamentos culturais em horticultura geral, plantas medicinais exóticas e nativas, respostas morfofisiológicas de plantas ao estresse ambiental, nutrição de plantas e planejamento e análises de experimentos agropecuários.

(E-mail: cleber_frs@yahoo.com.br) – ORCID: 0000-0001-6741-2622

ÍNDICE REMISSIVO

A

Acessibilidade 10, 11, 20, 21, 22, 186
Amazônia 141, 142, 143, 150, 207, 208, 246, 261
Amido de mandioca 1, 2, 3, 4, 9
Análise sensorial 45, 46, 56

B

Bioacessibilidade 164, 165, 166, 168, 172, 173
Biofilmes 4
Biomateriais 92
Biorremediação 114, 116, 117, 123, 125, 126, 128

C

Carbeto de boro 129, 130, 131, 132, 140
Carbono cristalizado 114

D

Dejetos de suínos 112

G

Gamificação 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 66, 67, 68, 69, 191, 194, 195
Geometria 34, 118, 134, 218, 219, 220, 221, 222, 224, 225, 248, 259, 271, 390

H

Homologia simplicial 239

I

Inteligências múltiplas 188, 190, 191, 192, 193, 197, 198, 199, 200

M

Matrizes 2, 129, 136, 138, 139, 247, 369
Mineração 76, 80, 125, 197, 209, 211, 216, 217

N

Nanopartículas 90, 91, 92, 93, 95, 98, 99, 100, 114, 116, 123, 125, 126

O

Óleo de copaíba 201, 203, 204, 207

P

Paralisia facial 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367

Pegmatito 23, 24, 25, 31, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77

Pensamento computacional 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 68, 195

Q

Qualidade do ar 78, 79, 80, 81, 87, 88

R

Reciclagem 3, 52, 294, 297, 298, 300, 302, 388, 389, 399

Robótica 188, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 199, 279, 282, 284, 285, 287, 288, 289, 291

S

SAP 2000 33, 34, 40

Sistemas lineares 368, 369, 373, 374, 377

T

Tecnologias Digitais 153, 154, 155, 156, 157, 161, 162, 163, 195, 287

V

Variabilidade climática 142

W

Website 175, 176, 181, 183

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-642-3

