

Ensino Aprendizagem de Matemática

Eliel Constantino da Silva
(Organizador)



Eliei Constantino da Silva
(Organizador)

Ensino Aprendizagem de Matemática

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E59	Ensino aprendizagem de matemática [recurso eletrônico] / Organizador Eliel Constantino da Silva. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-545-7 DOI 10.22533/at.ed.457192008 1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Formação. I. Silva, Eliel Constantino da. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

Os trabalhos abordam temas atuais e relevantes ao ensino e aprendizagem da Matemática, tais como: a relação da Matemática com a música no ensino de frações, livros didáticos e livros literários no ensino de Matemática, uso de instrumentos de desenho geométrico, jogos, animes e mangá como contribuições para o desenvolvimento da Matemática em sala de aula, análise dos problemas que envolvem o ensino de Trigonometria no Ensino Médio, a ausência do pensamento matemático e argumento dedutivo na Educação Matemática, investigação e modelagem matemática, tendências em Educação Matemática, formação inicial de professores de Matemática e apresentam um aprofundamento da Matemática através dos dígitos verificadores do cadastro de pessoas físicas (CPF), simetria molecular, análise numérica e o Teorema de Sinkhorn e Knopp.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca do ensino e aprendizagem da Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas.

O livro inicia-se com seis capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Em seguida há 9 capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, seguidos de 4 capítulos que abordam a temática do livro no Ensino Superior. E por fim, encontram-se 10 capítulos que trazem em seu cerne a Matemática enquanto área do conhecimento, sem a apresentação de uma discussão acerca do seu ensino e do processo de aprendizagem.

Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Elie Constantino da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA: UMA FORMA DE TRABALHAR COM FRAÇÕES	
<i>Enoque da Silva Reis</i> <i>Hemerson Milani Mendes</i> <i>Samanta Margarida Milani</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920081	
CAPÍTULO 2	14
POSSIBILIDADES DIDÁTICAS E PEDAGÓGICAS DO USO DA IMAGEM VIRTUAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO ENVOLVENDO SEMIÓTICA EM UMA FANPAGE E LIVROS DIDÁTICOS	
<i>Luciano Gomes Soares</i> <i>José Joelson Pimentel de Almeida</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920082	
CAPÍTULO 3	26
PIFE DA POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO – UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA	
<i>Ítalo Andrew Rodrigues Santos</i> <i>João Paulo Antunes Carvalho</i> <i>Josué Antunes de Macêdo</i> <i>Lílian Isabel Ferreira Amorim</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920083	
CAPÍTULO 4	35
O ENSINO DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DE LIVROS LITERÁRIOS EM TURMAS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<i>Karine Maria da Cruz</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920084	
CAPÍTULO 5	46
RELATO DA UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS DE DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS	
<i>Luana Cardoso da Silva</i> <i>Washington Leonardo Quirino dos Santos</i> <i>Leonardo Cinésio Gomes</i> <i>Cristiane Fernandes de Souza</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920085	
CAPÍTULO 6	55
ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO VAI E VEM DAS EQUAÇÕES NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU	
<i>Anderson Dias da Silva</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920086	

CAPÍTULO 7	68
TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DOS PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O SEU ENSINO NO IFPB CAMPUS CAJAZEIRAS-PB	
<i>Francisco Aureliano Vidal</i>	
<i>Carlos Lisboa Duarte</i>	
<i>Adriana Mary de Carvalho Azevedo</i>	
<i>Kíssia Carvalho</i>	
<i>Geraldo Herbetet de Lacerda</i>	
<i>Uelison Menezes da Silva</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920087	
CAPÍTULO 8	81
OS JOGOS MATEMÁTICOS PARA MINIMIZAR A MATEMATOFOBIA DOS ALUNOS: UM ENCONTRO NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA	
<i>Hellen Emanuele Vasconcelos Albino</i>	
<i>Yalorisa Andrade Santos</i>	
<i>Kátia Maria de Medeiros</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920088	
CAPÍTULO 9	90
O ESTUDO DA PARÁBOLA NA FORMA CANÔNICA E COMO LUGAR GEOMÉTRICO	
<i>Micheli Cristina Starosky Roloff</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920089	
CAPÍTULO 10	98
LEONHARD EULER (1707-1783) E ESTUDO DA FÓRMULA DE POLIEDROS NO ENSINO MÉDIO	
<i>Julimar da Silva Aguiar</i>	
<i>Eliane Leal Vasquez</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200810	
CAPÍTULO 11	116
AUSÊNCIA DE PENSAMENTO MATEMÁTICO E ARGUMENTO DEDUTIVO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: RESULTADOS DE UMA PESQUISA	
<i>Marcella Luanna da Silva Lima</i>	
<i>Abigail Fregni Lins</i>	
<i>Patricia Sandalo Pereira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200811	
CAPÍTULO 12	129
AS FORMAS GEOMÉTRICAS NO DESENHO (ANIMES, MANGÁ): UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA AO ENSINO DE GEOMETRIA	
<i>Luciano Gomes Soares</i>	
<i>Tayná Maria Amorim Monteiro Xavier</i>	
<i>Mônica Cabral Barbosa</i>	
<i>Rosemary Gomes Fernandes</i>	
<i>Maria da Conceição Vieira Fernandes</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200812	

CAPÍTULO 13 141

A INVESTIGAÇÃO E A MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO EXPERIMENTAL COM A LARANJA CITRUS SENENSIS

Igor Raphael Silva de Melo
Célia Maria Rufino Franco
Marcos dos Santos Nascimento
Villalba Andréa Vieira de Lucena

DOI 10.22533/at.ed.45719200813

CAPÍTULO 14 150

“A MAÇÃ DO PROFESSOR”: EXPLORANDO O CÁLCULO DO VOLUME DE UMA MAÇÃ EM AULAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Igor Raphael Silva de Melo
Célia Maria Rufino Franco
Isaac Ferreira de Lima
João Elder Laurentino da Silva
Jucimeri Ismael de Lima

DOI 10.22533/at.ed.45719200814

CAPÍTULO 15 160

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Júlio César dos Reis
Aldo Brito de Jesus

DOI 10.22533/at.ed.45719200815

CAPÍTULO 16 171

ESTADO DA ARTE SOBRE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO/UFPE-CAA

Marcela Maria Andrade Teixeira da Silva
Edelweis José Tavares Barbosa
Maria Lucivânia Souza dos Santos
Jéssika Moraes da Silva

DOI 10.22533/at.ed.45719200816

CAPÍTULO 17 181

CONTRIBUIÇÕES DO PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Eduardo da Silva Andrade
Eduarda de Lima Souza
Fanciclaudio de Meireles Silveira
Egracieli dos Santos Ananias
Leonardo Cinésio Gomes
Tiago Varelo da Silva

DOI 10.22533/at.ed.45719200817

CAPÍTULO 18 189

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO CURSO DE PEDAGOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS

Meire Aparecida De Oliveira Lopes
Liliane Oliveira Souza

DOI 10.22533/at.ed.45719200818

CAPÍTULO 19	204
OS DÍGITOS VERIFICADORES DO CADASTRO DE PESSOAS FÍSICAS (CPF)	
<i>Pedro Leonardo Pinto de Souza</i>	
<i>Vinícius Vivaldino Pires de Almeida</i>	
<i>Edney Augusto Jesus de Oliveira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200819	
CAPÍTULO 20	218
SIMETRIA MOLECULAR	
<i>Guilherme Bernardes Rodrigues</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Alonso Sepúlveda Castellanos</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200820	
CAPÍTULO 21	225
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200821	
CAPÍTULO 22	235
SOLUÇÕES FRACAS PARA EQUAÇÃO DE BURGERS COM VISCOSIDADE NULA	
<i>Ana Paula Moreira de Freitas</i>	
<i>Santos Alberto Enriquez-Remigio</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200822	
CAPÍTULO 23	244
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO DE CRANK-NICOLSON	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200823	
CAPÍTULO 24	254
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA ONDA UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Gabriel Machado dos Santos</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200824	

CAPÍTULO 25	265
A IDEIA GEOMÉTRICA DA HOMOLOGIA E DO GRUPO FUNDAMENTAL	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Lígia Laís Fêmina</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200825	
CAPÍTULO 26	271
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO BIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200826	
CAPÍTULO 27	280
TEOREMA DE SINKHORN E KNOPP	
<i>Gabriel Santos da Silva</i>	
<i>Daniel Cariello</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200827	
CAPÍTULO 28	285
O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA UTILIZANDO PROJEÇÃO PARA ÓCULOS ANAGLIFO	
<i>Rosângela Costa Bandeira</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200828	
CAPÍTULO 29	298
O USO DE SOFTWARES EDUCACIONAIS COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS	
<i>Cristiane Batista da Silva</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200829	
SOBRE O ORGANIZADOR	309
ÍNDICE REMISSIVO	310

“A MAÇÃ DO PROFESSOR”: EXPLORANDO O CÁLCULO DO VOLUME DE UMA MAÇÃ EM AULAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Igor Raphael Silva de Melo

Universidade Federal de Campina Grande
Cuité – Paraíba

Célia Maria Rufino Franco

Universidade Federal de Campina Grande
Cuité – Paraíba

Isaac Ferreira de Lima

Universidade Federal de Campina Grande
Cuité – Paraíba

João Elder Laurentino da Silva

Universidade Federal de Campina Grande
Cuité – Paraíba

Jucimeri Ismael de Lima

Universidade Federal de Campina Grande
Cuité – Paraíba

RESUMO: O presente artigo apresenta relatos de uma atividade desenvolvida entre discentes e docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande-UFCG, campus Cuité – PB, durante aulas de uma disciplina optativa, Modelagem Matemática. Trata-se do cálculo do volume da maçã e da sua área superficial, de uma forma investigativa e de caráter exploratório-reflexivo, na perspectiva da Modelagem Matemática apresentada por Bassanezi (2006). As atividades desenvolvidas se deram a partir de diferentes estratégias para realização de tais cálculos, como a fórmula do volume da esfera até o Cálculo Diferencial

e Integral, sendo que estas obedecem a uma sequência gradual em termos de complexidade conceitual e de modo a dar capacidade ao aluno na resolução de problemas e a desmistificar e compreender a relação entre teoria e prática em aulas de Modelagem Matemática através de experimentações e validações matemáticas. **PALAVRAS-CHAVE:** Relato de Experiência, Modelagem Matemática, Experimentações.

"THE TEACHER'S APPLE ": EXPLORING VOLUME CALCULATION OF AN APPLE IN MATHEMATICAL MODELING CLASSES

ABSTRACT: This article presents reports of an activity developed among students of the degree course in Mathematics of the Federal University of Campina Grande-UFCG, located in the city of Cuité, in the state of Paraíba. During the course of an optional course, Mathematical Modeling, we deal with the calculation of the volume of the apple and its surface area, in an investigative and exploratory-reflective manner, from the perspective of Mathematical Modeling presented by Bassanezi (2006). The activities developed were based on different strategies for performing such calculations, such as formula of the volume of the sphere to the Differential and Integral Calculus, which follow a gradual sequence in terms of conceptual complexity in order to empower the student in solving problems, and to demystify and understand the

relationship between theory and practice in Mathematical Modeling classes through mathematical experimentation and validation.

KEYWORDS: Experience Reporting, Mathematical Modeling, Experimentation.

1 | INTRODUÇÃO

Cotidianamente as pessoas se questionam e buscam entender determinados fenômenos da natureza, que em alguns casos não podem ser, suficientemente, explicados ou demonstrados de acordo com o ponto de vista do senso comum. Surge então, uma linguagem apropriada para uma melhor compreensão desses fatos, a Modelagem Matemática, a qual busca transformar situações da nossa realidade em problemas matemáticos e cujas soluções devem ter suas interpretações na linguagem usual.

A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. Salientamos mais uma vez que a aplicabilidade de um modelo depende substancialmente do contexto em que ele é desenvolvido – um modelo pode ser “bom” para o biólogo e não para o matemático e vice-versa. (BASSANEZI, 2006, p. 31)

Dessa forma, ao trabalharmos com modelagem matemática devemos ter cuidado com o objeto que estamos querendo modelar e o método o qual estamos utilizando para a sua modelagem. Como afirma, Caldeira (2009), “Problematizar, elaborar suas próprias perguntas, desenvolver por meio da pesquisa, refletir e tirar suas próprias conclusões – pressupostos básicos dessa perspectiva de Modelagem Matemática”.

Sim, ao trabalharmos com modelagem devemos refletir como conduzir o seu processo e quais os seus métodos para modelar tal situação. Sabemos que a modelagem trabalha com aproximações, pois quando tentamos modelar uma situação do mundo real colocamos hipóteses para que o modelo possa ser validado e muitas vezes acabamos por colocar muitas hipóteses que o modelo adotado fica impossível de ser resolvido analiticamente. Para isso é necessário que o modelo se aproxime o mais próximo da realidade e que seja possível obter a solução de tal modelo.

Nesse sentido, este trabalho apresenta relatos de aulas de Modelagem Matemática, na qual busca tornar realidade perspectivas dos autores já citados. Neste estudo, temos como objeto de estudo *Malus domestica* Bork, popularmente conhecida como Maça.

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma sequência de atividades ou exemplos para promover reflexões sobre o estudo de volume de formas de revolução, um estudo da modelagem matemática que defende as aplicações em situações cotidianas. Toma-se, então, como problema motivador a determinação do volume de uma maçã, utilizando vários métodos, de forma gradativa de acordo com sua

complexidade.

2 | METODOLOGIA

O trabalho referido foi desenvolvido entre discentes e docente do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, campus Cuité – PB, no decorrer das aulas da disciplina Modelagem Matemática, componente curricular optativa do curso, onde foi proposto pela professora o desenvolvimento de uma atividade experimental, cujo objetivo é por em prática o processo de modelagem matemática através das aplicações de situações cotidianas. Nesta literatura, a aplicação trabalhada será o cálculo de volumes de uma maçã.

No primeiro momento foi realizado um levantamento teórico sobre Modelagem Matemática e o processo de modelagem que deu base para a construção dessa atividade.

Logo após, tem-se a realização do experimento que se dá pela aproximação do volume de uma maçã, utilizando-se conceitos de cálculo diferencial e integral, conhecimentos de geometria espacial e um teorema, conhecido como teorema de Pappus. É importante também ressaltar que a maioria dos problemas levantados neste processo de modelagem diz respeito à geometria do objeto em estudo, no caso a maçã. Este destaque para a parte visual é importante, visto que assim se consegue uma melhor compreensão do problema, além de aguçar a imaginação geométrica.

Os modelos matemáticos utilizados para o cálculo do volume de uma maçã estão colocados em uma sequência que obedece a um nível gradativo de dificuldade e complexidade conceitual. No entanto, isto não significa necessariamente que o resultado obtido para a aproximação do volume da maçã seja tão mais preciso quanto maior for a complexidade do modelo.

Materiais utilizados na atividade:

- Barbante
- Régua
- Maçã
- Recipiente milimetrado/ Béquer

Etapas da Atividade

- I. Medições da circunferência da maçã;
- II. Calcular volume através do método de Arquimedes, mergulhando a maçã num recipiente de água, onde o volume do líquido deslocado é igual ao volume

da maçã;

III. Calcular o volume usando os 4 métodos já citados;

IV. Comparar e analisar resultados.

3 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

Existem vários métodos matemáticos para calcular o volume de uma maçã. Logo, escolhamos alguns métodos para este cálculo, como como a fórmula do volume da esfera até o Cálculo Diferencial e Integral, obedecendo uma sequência gradual em termos de complexidade conceitual. Este estudo foi realizado baseado em um modelo apresentado em Bassanezi (2006).

Para o desenvolvimento dessa atividade foi utilizado materiais bem simples e de fácil obtenção, como vemos na figura a seguir (régua, barbante, lápis e uma folha para anotações).

Inicialmente, a professora pediu que mergulhasse a maçã em um recipiente cheio de água e que após o mergulho da maçã, o volume do líquido deslocado seria igual ao volume da maçã, ao fazermos isso, o volume de líquido do recipiente era de 600 ml e passou a ser 750 ml. Diante disso, constatamos que o volume da maçã é 150 cm³.

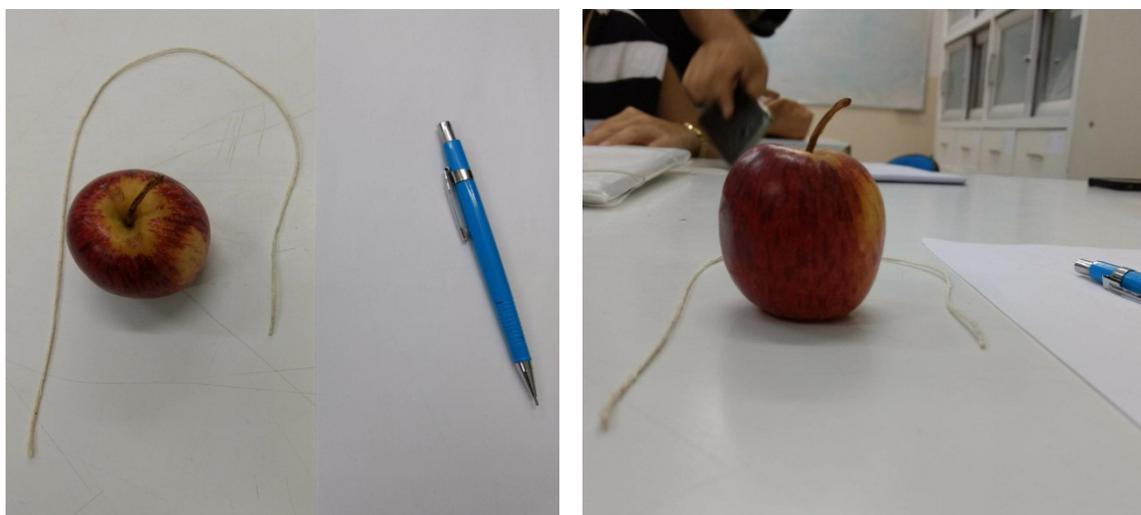


Figura 01: Objeto de estudo e materiais de pesquisa.

Fonte: Própria.

Calculando o volume da maçã utilizando a fórmula do Volume da Esfera:

- Perímetro: $P = 2\pi r$ (Equação I)
- Volume da Esfera: $V = 4\pi r^3/3$ (Equação II)

Foi calculado o volume da maçã utilizando a fórmula do volume da esfera, ou

seja, para calcular o volume de uma maçã devemos fazer uma aproximação com o volume de uma esfera (Equação II).

Para isso, fizemos a medição do perímetro da maçã e obtivemos como resultado o valor de 21,5 cm (valor que foi encontrado com o auxílio de um barbante e da régua), para encontrarmos o raio maior da maçã utilizamos a fórmula do perímetro (Equação I).

Substituindo o valor do perímetro na equação (I), obtemos o seguinte valor para o raio maior da maçã $R = 3,42 \text{ cm}$. Após isso, utilizando a fórmula do volume de uma esfera e substituindo o valor do raio maior por $R = 3,42 \text{ cm}$, obtemos:

$$V_{\text{maçã}} = 167,56 \text{ cm}^3$$

Envolvendo a maçã com um barbante (Figura 02) obtemos o comprimento de uma circunferência (aproximação).



Figura 02: Medição da Circunferência da Maçã.

Fonte: Própria.

No segundo momento, cortando-se a maçã ao meio (no sentido longitudinal) e medindo o raio na face plana da maçã, obtemos que o que chamamos por raio menor.

$$R(\text{menor}) = 2,63 \text{ cm}.$$



Figura 03: Corte da maçã

Fonte: Própria

Logo, calculamos novamente o volume utilizando a fórmula do volume de uma esfera, mas agora com o raio menor. Então, segue:

$$V_{\text{maçã}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V_{\text{maçã}} = \frac{4}{3} \pi (2,63)^3$$

$$V_{\text{maçã}} = 76,2 \text{ cm}^3$$

Agora, fazendo uma média entre os dois volumes obtidos, com o raio maior e o menor encontrou o seguinte valor para o volume da maçã:

$$V_{\text{maçã}}: 86,88 \text{ cm}^3$$

O próximo passo é, após cortar a maçã ao meio, medir (Figura 04) por aproximação com uma elipse os valores dos semieixos a e b . Para isso utilizamos um barbante e uma régua e obtivemos os seguintes valores: 3,1 cm e 2,8 cm para os valores de a e b , respectivamente.



Figura 04: Medindo o diâmetro da maçã e a distância percorrida pelo centroide.

Fonte: Própria

E então, para calcularmos o volume dessa vez, iremos utilizar integração por aproximação de uma circunferência, onde o raio da circunferência é o valor obtido para o eixo maior da elipse e utilizando o método do disco, o volume da maçã é calculado da seguinte forma:

$$V_{\text{maçã}} = 2 \pi \int_0^a (a^2 - x^2) dx \quad (I)$$

Na qual, desenvolvendo a Integral Definida (I) obtém-se:

$$V_{\text{maçã}} = 124,78 \text{ cm}^3$$

Portanto, ao utilizarmos integração por aproximação de uma circunferência e como suporte para o cálculo do volume usando o método do disco, obtivemos como resultado para o volume da maçã o valor $124,78 \text{ cm}^3$.

Em seguida realizamos a comparação entre o volume da esfera e o de uma elipse para obter o valor do raio equivalente. Igualando as duas fórmulas de calcular volume, como são expostas a seguir:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi a^2 b$$

obtém-se um novo raio:

$$R = 2,99 \text{ cm}$$

Logo, ao compararmos as duas fórmulas para calcular o volume da esfera e da elipse, encontramos um novo raio e este novo raio será útil para calcularmos o volume da maçã de maneira análoga ao feito anteriormente. Para isso, utilizamos novamente de um processo de integração pelo método do disco e considerando o raio $2,99 \text{ cm}$. Neste caso, o volume da maçã é dado por:

$$V_{\text{maçã}} = 2 \pi \int_0^R (R^2 - x^2) dx \quad (\text{II})$$

De forma análoga a anterior, resolvendo a Integral Definida (II) obtemos o seguinte resultado:

$$V_{\text{maçã}} = 112,03 \text{cm}^3$$

Observe que utilizamos o mesmo método, pois fizemos o cálculo do volume da maçã por meio do processo de integração e utilizamos o método do disco. Entretanto, como anteriormente calculamos o volume da maçã utilizando como raio o valor encontrado na medição da maçã por aproximação de uma elipse foi diferente do valor encontrado considerando o raio da esfera equivalente, obtivemos um novo raio que agora passa a servir como limite de integração para calcular o novo volume da maçã.

Todos os valores obtidos foram distintos, entretanto uns se aproximam mais de uns do que de outros. Bassanezi (2006, p.241) afirma que no caso de calcular o volume de uma maçã “um processo mecânico seria o mais indicado para a avaliação, tanto em termos de simplicidade como de precisão”. Este processo que ele fala é o fato de mergulharmos a maçã em um recipiente com água e após ela ser mergulhada o volume mais preciso seria o deslocamento da água para cima.

Este experimento foi baseado em um já realizado num curso de aperfeiçoamento para alunos de matemática em Guarapuava e Palmas nos anos de 1988 a 1989, descritos na obra de Bassanezi (2006).

Assim, em seguida construímos uma tabela com os dados obtidos em cada método utilizado para o cálculo do volume da maçã, conforme o exposto a seguir.

MÉTODOS PARA O CÁLCULO DE VOLUME	VALORES OBTIDOS
Por comparação com o volume de uma esfera (raio maior)	167,56 cm ³
Por comparação com o volume de uma esfera (raio menor)	76,2 cm ³
Média dos volumes anteriores	86,88 cm ³
Aproximação por uma circunferência	124,78 cm ³
Aproximação por uma circunferência e raio obtido por meio de uma comparação	112,03 cm ³
Mergulho da maçã em um recipiente com água	150 cm ³

Tabela 1: Dados Obtidos

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao observamos a tabela acima, podemos constatar através dos resultados, os quais mostram valores bem próximos daqueles que são apresentados na literatura,

que é o método do cálculo do volume da maçã utilizando o volume de uma esfera e o de aproximação por meio de uma circunferência, como sendo os métodos mais precisos.

É perceptível que esses métodos, de fato, obtiveram resultados próximos do valor obtido ao mergulharmos a maçã no recipiente com água, enquanto que os outros métodos se distanciam muito do valor obtido ao mergulharmos a maçã na água.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, vemos que ao desenvolver atividades desse tipo tornamos o aluno o sujeito ativo do processo de ensino-aprendizagem, pois a interação entre docente e discente é essencial durante todo o desenvolver da mesma, uma relação de equidade e conjunta, para que assim o professor o induza a pensar e questionar, despertando o interesse em estar participando da atividade proposta – experimentação.

A conexão entre teoria e prática, elemento inerente nessa atividade, deu total sentido ao estudante em entender a relação existente entre as duas, ainda mais quando realizamos esse experimento em comparação com outro já realizado. Pois, quando conhecemos a parte teórica e vamos para a prática, torna-nos visível àquilo que muitas vezes não é perceptível na teoria. Ao trabalhar com modelagem matemática, a experimentação é de grande importância, vivenciar a situação problema e depois tentar modelar é muito mais significativo do que não conhecer o ambiente ao qual está modelando.

Sendo assim, durante o processo de desenvolvimento do trabalho verificamos a importância de entender conceitos matemáticos para aplicá-los de uma maneira adequada e correta nas situações problemas que foram encontradas durante o percurso de modelagem de tais situações. Além disso, é conveniente mencionar que foi necessário fazer um embasamento histórico para as questões abordadas aqui, com o objetivo de proporcionar ao leitor uma melhor compreensão dos fatos e da metodologia utilizada. Finalmente, cabe ressaltar que todo processo de modelagem teve como suporte um conteúdo matemático, para que assim os modelos pudessem ser executados.

Espera-se que este trabalho possa contribuir, de alguma forma, para a formação sócio crítica desses futuros professores no contexto da Modelagem Matemática inserido num campo maior que é a Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3.ed.-São Paulo: Contexto, 2006.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem Matemática: um outro olhar**. Revista de Educação em

Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.33-54, jul.2009.

SANT'ANA, Alvino Alves; DE FRAGA SANT'ANA, Marilaine. **Modelagem Matemática em Disciplina Específica**. Educação Matemática em Revista, n. 32, p. 37-44, 2013.

SOBRE O ORGANIZADOR

Eliei Constantino da Silva - Licenciado e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Brasil, e Universidade do Minho, Portugal, respectivamente. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e membro do Grupo de Pesquisa Ensino e Aprendizagem como Objeto da Formação de Professores (GPEA). Atuou como professor bolsista do Departamento de Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Tem interesse e desenvolve pesquisas nos seguintes temas: Educação Matemática, Pensamento Computacional, Robótica, Programação Computacional, Tecnologias Digitais na Educação, Ensino e Aprendizagem, Teoria Histórico-Cultural e Formação de Professores. Atualmente é doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), editor de conteúdo da Geekie, colunista do InfoGeekie, membro do Comitê Técnico Científico da Atena Editora, professor do Colégio Internacional Radial e desenvolve ações de formação de professores relacionadas ao uso de tecnologias e Pensamento Computacional na Educação.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Anos Finais do Ensino Fundamental 46

Aprendizagem 2, 25, 69, 100, 140, 170

D

Desenho Geométrico 46, 130, 140

E

Educação Básica 34, 47, 121, 139, 179, 180, 181, 182

Educação Matemática 5, 1, 15, 16, 18, 25, 26, 35, 37, 45, 54, 55, 57, 66, 80, 81, 100, 101, 102, 114, 116, 127, 140, 142, 149, 158, 159, 170, 171, 172, 173, 176, 177, 179, 188, 189, 191, 192, 197

Elementos para esboço gráfico 90

Ensino 2, 5, 8, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 25, 27, 34, 35, 36, 40, 46, 47, 48, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 76, 79, 80, 81, 84, 88, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 100, 103, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 142, 149, 158, 170, 174, 175, 180, 183, 184, 185, 187, 189, 191, 193

Ensino de Geometria 46, 48, 129

Ensino de Matemática 14, 27, 76, 79, 80, 103, 113, 127, 142

Ensino Médio 5, 8, 13, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 81, 84, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 103, 110, 111, 112, 113, 115, 116, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 175, 184, 185, 187

Ensino Superior 5, 184, 189

Equações do 1º e do 2º grau 55

Estratégia de Ensino 98

F

Fórmula de Poliedro 98

Fração 1, 3

G

GeoGebra 90, 92, 93, 95, 96, 116, 117, 118, 121, 122, 123, 126, 127

H

História da Matemática 13, 54, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 114, 115, 173, 174, 175, 176

I

Imagem virtual 14

J

Jogos Educativos 26

Jogos Matemáticos 55, 66, 81, 88, 89

L

Laboratório de Matemática 81, 82, 84, 85, 86

Literatura 35, 37, 38, 43, 44

Lugar geométrico 90

M

Matemática 2, 5, 9, 1, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 76, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 121, 124, 125, 126, 127, 129, 131, 132, 137, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 147, 149, 150, 151, 152, 158, 159, 160, 161, 162, 164, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 197, 202, 203, 217, 218, 224, 270

Matematofobia 81, 82

Música 1, 13

P

Parábola na forma canônica 90

PIBID 9, 26, 27, 28, 34, 56, 129, 130, 133, 181, 182, 183, 184, 186, 187, 188

R

Registros de representação 14, 25

Resolução de Problemas 55, 57, 58, 102, 173, 174, 176

S

Semiótica 14, 15, 16, 18, 19, 25

T

Trigonometria 5, 69

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-545-7



9 788572 475457