Estudos Interdisciplinares: Ciências Exatas e da Terra e Engenharias 2

Alexandre Igor Azevedo Pereira
(Organizador)

Atena Editora
Ano 2019

Alexandre Igor Azevedo Pereira
(Organizador)

Estudos Interdisciplinares: Ciências Exatas e da Terra e Engenharias 2

Atena Editora
2019

Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E82 Estudos interdisciplinares: ciências exatas e da terra e engenharias 2 [recurso eletrônico] / Organizador Alexandre Igor Azevedo Pereira. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Estudos Interdisciplinares: Ciências Exatas e da Terra e Engenharias; v. 2)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-587-7
DOI 10.22533/at.ed.877190309

1. Ciências exatas e da terra. 2. Engenharia. I. Pereira, Alexandre Igor Azevedo. II. Série.

CDD 507

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A obra “*Estudos Interdisciplinares: Ciências Exatas e da Terra e Engenharias 2*” aborda um considerável acervo técnico-científico de publicação da Atena Editora. Este primeiro volume, apresenta 21 capítulos dedicados às Ciências Exatas. De leitura compreensível, com resultados relevantes envolvendo aplicações teóricas, práticas e atualizadas nas áreas de Matemática, Química e Física, a presente obra configura-se como um conglomerado de estudos que utilizam (não apenas) o raciocínio lógico, cálculos, modelagem e teste de hipóteses fortemente atrelados à área de Ciências Exatas; mas uma proposta contextual mais ampla através da resolução e direcionamento de inovação para manipulação de problemas atuais.

O reconhecimento das Ciências Exatas como de grande utilidade e importância para a humanidade reside no fato dos avanços e inovações tecnológicas terem sido apresentadas desde muito tempo e em escala de descobertas bastante amplas, como no caso da eletricidade, computadores e smartphones, por exemplo; a até as temáticas abordadas na presente obra, sob caráter contemporâneo, como simulação computacional, modelagem, ensino de matemática, biocombustíveis, vulcanização, manipulação de resíduos industriais, ensaios eletroquímicos, química da nutrição, nanofibras, componentes poliméricos, fibras vegetais e suas propriedades mecânicas, educação de jovens e adultos, manipulação química de etanol de segunda geração, empregabilidade de novos componentes químicos sob contextos multidisciplinares e etc.

No meio profissional, os cursos ligados às Ciências Exatas ilustram um futuro promissor no mercado de trabalho devido ao seu amplo espectro funcional. Por isso, desperta o interesse de jovens estudantes, técnicos, profissionais e na sociedade como um todo, pois o ritmo de desenvolvimento atual observado em escala global gera uma robusta, consolidada e pungente demanda por mão-de-obra qualificada na área. Não obstante, as Ciências Exatas estão ganhando cada vez mais projeção, através da sua própria reinvenção frente às suas intrínsecas evoluções e mudanças de paradigmas impulsionadas pelo cenário tecnológico e econômico. Para acompanhar esse ritmo, a humanidade precisa de recursos humanos atentos e que acompanhem esse ritmo através da incorporação imediata de conhecimento com qualidade.

Esperamos que o presente e-book, de publicação da Atena Editora, possa representar como legado, em seu primeiro volume da obra “*Estudos Interdisciplinares: Ciências Exatas e da Terra e Engenharias 2*”, a oferta de conhecimento para capacitação de mão-de-obra através da aquisição de conhecimentos técnico-científicos de vanguarda praticados por diversas instituições em âmbito nacional; instigando professores, pesquisadores, estudantes, profissionais (envolvidos direta e indiretamente) com as Ciências Exatas e a sociedade (como um todo) frente a construção de pontes de conhecimento de caráter lógico, aplicado e com potencial de transpor o limiar fronteiriço do conhecimento, o que - inclusive - sempre caracterizou as Ciências Exatas ao longo dos tempos.

Alexandre Igor de Azevedo Pereira

SUMÁRIO

CAPÍTULO 6

PROPORÇÕES ENTRE PRODUTOS EXPONENCIAIS

Guilherme Cavichiolo Moreira Barbosa
Bom Jesus Centro
Curitiba – Paraná

RESUMO: Através do empirismo foi possível a descoberta de diversas propriedades matemáticas que hoje fazem parte do currículo escolar básico brasileiro, como as progressões geométricas e a própria potenciação. No entanto, muitos alunos sentem dificuldade em compreender esses objetos de estudo, principalmente aqueles na faixa de 7 a 11 anos - período comum de desenvolvimento das competências intelectuais operatória-concretas em crianças, segundo estudos do psicólogo suíço Jean Piaget. Nesse viés, este projeto objetiva a descoberta da proporção entre produtos de operações exponenciais afim de suplementar as didáticas de ensino das instituições escolares brasileiras. Uma vez estudadas, as proporções exponenciais poderão servir de ferramenta de aprendizado aos jovens que sentem mais dificuldade nos conteúdos de matemática, atuando justamente na idade em que eles desenvolvem noções de proporcionalidade.

Revisões futuras deste trabalho tenderão a revelar mais propriedades ainda da proporção exponencial. Estudo retomado e relatado no curto período de um ano, há muito ainda o que analisar sobre as possíveis vertentes e aplicações do conteúdo inserido neste relatório. Com o suporte de estudos da Teoria dos Números desde a Era Clássica da história da humanidade, novas visões e análises antes não relatadas poderão ser descobertas com as proporções trabalhadas ao longo deste projeto. Por fim, espera-se que este projeto auxilia tanto na evolução de estudos matemáticos quanto na evolução de estudos pedagógicos.

PALAVRAS-CHAVE: Potenciação; Proporção; Padrão.

PROPORTION BETWEEN EXPONENTIAL NUMBERS

ABSTRACT: Through empiricism, it was possible to discover several mathematical properties that are now part of the basic Brazilian school curriculum, such as geometric progressions and exponentiation itself. However, many students find it difficult to understand these subjects, especially those who are in the 7 to 11 years range - a common period of development of concrete-operational intellectual competences in children, according to studies by the swiss psychologist Jean Piaget. In this bias, this project aims to discover the proportion between products of exponential operations in order to supplement the didactics of teaching of the Brazilian school institutions. Once studied, exponential proportions can serve as a learning

tool for young people who have difficulty in mathematics subjects, taking effect at just the age they are developing notions of proportionality.
Future reviews of this work will tend to reveal even more properties of the exponential proportion. Study resumed and reported in a short period of one year, there is still much to analyze about the possible strands and applications of the content inserted in this project. With the support of Number Theory studies since the Classical Era, new views and analysis previously unreported can be discovered with the proportions worked out throughout this project. Finally, it is expected that this project assists both in the evolution of mathematical studies as in the evolution of pedagogical studies.
KEYWORDS: Exponential; Proportion; Pattern.

1 I INTRODUÇÃO

Com inspiração na descrição do terceiro estágio do desenvolvimento cognitivo do psicólogo suíço Jean Piaget, o período Operatório-Concreto, objetiva-se neste projeto analisar padrões e comportamentos exponenciais. Afim de procurar meios algébricos e visuais que facilitem a compreensão de potenciações e agreguem mais conhecimento para estudantes no ensino médio, análises de fenômenos, construções de enunciados e leis gerais tornam-se bastante relevantes.

Uma vez poucos os indícios visuais de crescimento proporcional entre produtos exponenciais – já que a diferença entres dois produtos exponenciais consecutivos e de mesma ordem são, em maioria, numericamente diferentes entre si – demonstrações que provem que o crescimento entre produtos exponenciais é proporcional facilitariam a compreensão e abstração das propriedades por parte dos alunos. As novas didáticas geradas a partir desse estudo matemático podem ser capazes de melhorar o desempenho individual dos estudantes, além de estender seu compreendimento acerca do conteúdo abordado.

2 I REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Progressão Aritmética

Estudo matemático cujos documentos mais antigos conhecidos incluem o Papiro Rhind – compilado de 85 exercícios de matemáticos elaborados e resolvidos por um escriba egípcio – as progressões aritméticas (P.A.) formam um conjunto de eventos numéricos que são bastante usados para o reconhecimento e definição de padrões e proporções.

A lei universal que define um enunciado matemático como uma progressão aritmética é:

$$A_n + r = A_{(n+1)}$$

em que "A_n" é um termo qualquer de um conjunto numérico, "A_{n+1}", o termo consecutivo a esse, “n”, a posição relativa do termo “A” no conjunto e “r”, um valor numérico em comum entre as diferenças de termos consecutivos. Uma vez que essas condições podem ser estabelecidas em um enunciado matemático, dá-se a classificação de Progressão Aritmética. Seguindo essa construção, definiu-se que:

$$A_n = A_1 + (n - 1)r$$

Em consequência desses fenômenos estabelecidos, uma nova propriedade da Progressão Aritmética pode ser notada e estabelecida pelo matemático Carl Friedrich Gauss, aos seus 10 anos de vida. O garoto percebeu, em um castigo de classe, que as somas de termos equidistantes de uma mesma P.A. são iguais. A partir dessa observação, é construída a fórmula da soma de progressões aritméticas:

$$\Sigma = \frac{n(A1 + An)}{2}$$

2.1.1 Progressões Aritméticas de segunda ou maior ordem

Progressões aritméticas podem ser encontradas também entre o intervalo de sequências numéricas sem uma razão aparente entre seus termos. Ao montar um segundo conjunto com a diferença entre os termos de uma sequência numérica qualquer, há uma chance de ser encontrada progressão entre os valores desse novo conjunto. Ao conjunto que originou a P.A. é dado o nome de Progressão Aritmética de Segunda Ordem. Os termos de uma P.A. encontrada a partir desse processo são definidos pela diferença entre os termos consecutivos da progressão aritmética de segunda ordem ($A_n = B_{(n+1)} - B_n$). Nessa linha de raciocínio, progressões de terceira ou maiores ordens também existem. Ao realizar a subtração entre números consecutivos de um conjunto múltiplas vezes, podem ser gerados terceiras, quartas e mais sequências numéricas, sendo alguma dessas, possivelmente, uma P.A. de primeira ordem.

Ainda que as progressões de segunda ou maior ordem não apresentem uma razão constante entre seus termos, as progressões aritméticas de primeira ordem encontradas entre os intervalos de seus termos apresentarão. Pode-se também notar que a P.A. de primeira ordem possuirá termos a menos em seu conjunto que a P.A. de segunda ou maior ordem devido à continuidade numérica obrigatória entre os termos usados para o cálculo de diferença.

2.2 Estágios do desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget

O renomado psicólogo suíço Jean William Fritz Piaget publicou várias de suas pesquisas durante sua vida profissional e muito ajudou na compreensão do aprendizado, aprimorando e restabelecendo diversos conceitos antes aceitos pela área educacional. Analisando prioritariamente o desenvolvimento intelectual e moral de crianças, Piaget desenvolveu teorias que explicam o processo de aprendizado e desenvolvimento cognitivo infantil. Não há dúvidas quanto ao avanço que suas análises de surtiram na psicologia educacional.

Os estudos que Jean Piaget apresentou em sua obra “A linguagem e o pensamento da criança” mostraram que adultos e crianças possuem maneiras diferentes de pensar e motivos diferentes para falar. Enquanto um adulto se comunica com as pessoas ao seu redor para transmitir informações, sensações e seu ponto de vista ao mundo, uma criança não possui noções de empatia, não tendo o porquê de uma criança almejar essas mesmas finalidades ao se comunicar.

> A psicologia deve muito a Jean Piaget. Não é exagero dizer-se que ele revolucionou o estudo da linguagem e do pensamento infantis, pois desenvolveu o método clínico de investigação das ideias das crianças que posteriormente tem sido generalizadamente utilizado. Foi o primeiro a estudar sistematicamente a percepção e a lógica infantis; além disso, trouxe ao seu objeto de estudo uma nova abordagem de amplitude e arrojo invulgares. Em lugar de enumerar as deficiências do raciocínio infantil quando comparado com o dos adultos, Piaget centrou a atenção nas características distintivas do pensamento das crianças, quer dizer, centrou o estudo mais sobre o que as crianças têm do que sobre o que lhes falta. Por esta abordagem positiva demonstrou que a diferença entre o pensamento das crianças e dos adultos era mais qualitativa do que quantitativa. (Vygotsky, “Pensamento e linguagem” p.15, 1934)

Incluindo nessa categoria crianças de até 11 anos, Jean Piaget observou o comportamento dos jovens que aparentavam não agir e pensar de acordo com as mesmas motivações que um adulto e separou o desenvolvimento cognitivo delas em três estágios: Sensório-motor, Pré-operatório e Operatório-concreto. Após passar por esses três estágios, a criança alcançaria a plenitude cognitiva entrando no último estágio: o Operatório-formal, exercendo todas as capacidades abstrativas mentais e comunicando-se pelos mesmos motivos de um adulto.

> Em primeiro lugar, não há vida social persistente em crianças com menos de sete ou oito anos; em segundo lugar, a verdadeira linguagem social das crianças, quer dizer, a linguagem utilizada na atividade fundamental das crianças — o jogo — é uma linguagem de gestos, movimentos e mímica, tanto quanto uma linguagem de palavras. (Piaget, “La langage at la pensée chez l'enfant” p.56, 1923)

2.2.1 Operatório-concreto

Após o período Pré-operatório, a criança entrará no estágio Operatório-concreto para desenvolver o básico de sua capacidade abstrativa. Nesse momento, o jovem começará a entender que o mundo não é centrado nele uma vez que poderá compreender as pessoas ao seu redor. A criança também aprimorará suas capacidades representativas a ponto de compreender conceitos como volume, tempo, velocidade, ordem e casualidade. É muito importante que nesse período a criança exercite suas noções de proporcionalidade e representativas afim de desenvolver bem suas competências abstrativas.

Ao final desse estágio, a criança já saberá manipular representações mentais afim de obter conclusões próprias sobre o ambiente ao seu redor, mesmo que ainda necessite interagir com o ambiente em que está inserida. Também é acrescentado o conceito de reversibilidade ao raciocínio do jovem, permitindo a compreensão de que há um mesmo volume de água em dois béqueres de dimensões e formatos diferentes após ver os líquidos em dois recipientes iguais. A criança passa a compreender que a quantidade de líquido presente não mudou ao passar ele de um béquer ao outro, uma vez que ele só mudou a disposição espacial dele e pode facilmente retornar à disposição espacial anterior caso a água volte ao recipiente anterior.

3 I DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

3.1 Comportamentos exponenciais

Potências de uma mesma ordem exponencial apresentam comportamentos interessantes entre si. Ao analisar uma tabela de números inteiros elevados ao quadrado, é possível percebê-los. O mais visível está nos últimos algarismos dos resultados das potenciações. A partir de uma base múltipla de 10, é possível perceber a repetição equidistante dos últimos dígitos nas casas de unidade dos produtos das exponenciações (0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1):

Base	Produto	Base	Produto	Base	Produto	Base	Produto	Base	Produto
0	0	8	64	16	256	24	576	32	1024
1	1	9	81	17	289	25	625	33	1089
2	4	10	100	18	324	26	676	34	1156
3	9	11	121	19	361	27	729	35	1225
4	16	12	144	20	400	28	784	36	1296
5	25	13	169	21	441	29	841	37	1369
6	36	14	196	22	484	30	900	38	1444
7	49	15	225	23	529	31	961	39	1521

Fonte: Autor do projeto

Um comportamento semelhante pode também ser observado ao aumentar o ciclo analisado para 50 em 50 produtos:

Base	Produto	Base	Produto	Base	Produto	Base	Produto	Base	Produto	Base	Produto
1	01	26	676	51	2601	76	5776	101	10201	126	15876
2	04	27	729	52	2704	77	5929	102	10404	127	16129
3	09	28	784	53	2809	78	6084	103	10609	128	16384
4	16	29	841	54	2916	79	6241	104	10816	129	16641
5	25	30	900	55	3025	80	6400	105	11025	130	16900
6	36	31	961	56	3136	81	6561	106	11236	131	17161
7	49	32	1024	57	3249	82	6724	107	11449	132	17424
8	64	33	1089	58	3364	83	6889	108	11664	133	17689
9	81	34	1156	59	3481	84	7056	109	11881	134	17956
10	100	35	1225	60	3600	85	7225	110	12100	135	18225
11	121	36	1296	61	3721	86	7396	111	12321	136	18596
12	144	37	1369	62	3844	87	7569	112	12544	137	18969
13	169	38	1444	63	3969	88	7744	113	12769	138	19044
14	196	39	1521	64	4096	89	7921	114	12996	139	19321
15	225	40	1600	65	4225	90	8100	115	13225	140	19600
16	256	41	1681	66	4356	91	8281	116	13456	141	19881
17	289	42	1764	67	4489	92	8464	117	13689	142	20164
18	324	43	1849	68	4624	93	8649	118	13924	143	20449
19	361	44	1936	69	4761	94	8836	119	14161	144	20736
20	400	45	2025	70	4900	95	9025	120	14400	145	21025
21	441	46	2116	71	5041	96	9216	121	14641	146	21316
22	484	47	2209	72	5184	97	9409	122	14884	147	21609
23	529	48	2304	73	5329	98	9604	123	15129	148	21904
24	576	49	2401	74	5476	99	9801	124	15376	149	22201
25	625	50	2500	75	5625	100	10000	125	15625	150	22500

Fonte: Autor do projeto

As repetições dos algarismos dos produtos quadráticos não terminam nos últimos dois dígitos também. Os últimos 3 algarismos dos produtos começam a se repetir a partir de 500 resultados e passa para 4 algarismos quando o ciclo alcança 5000 resultados. A partir desse momento, o número de algarismos repetidos aumenta toda vez que o período for multiplicado por 10. Dessa forma, o padrão de 5 algarismos se encontra em repetição de 50000 em 50000 produtos, o padrão de 6 algarismos de 500000 em 500000 produtos e assim em diante.

Observando produtos de potenciações de expoentes naturais, como 3 e 4, observa-se que potências de expoentes pares (exceto o 0) seguem o padrão de repetição de algarismos das potências quadráticas, enquanto expoentes ímpares (exceto o 1), como a potência cúbica e a potência de quinta ordem, repetem o último algarismo de 10 em 10 produtos, os últimos dois algarismos de 100 em 100 produtos, os últimos três algarismos de 1000 em 1000 produtos e assim em diante, mas de forma não equidistante dessa vez.

3.2 Semelhança com Progressões Aritméticas de Enésima Ordem

Uma observação relevante frente aos padrões apresentados em produtos exponenciais é a definição de intervalos numericamente iguais entre as potenciações.

Uma vez que a terminação dos produtos se repete de 10 em 10 produtos, caso seja diminuída uma sequência de números da outra, todos os resultados terminarão em 0. Essa ação causará uma proporção visualmente perceptível.

Base1	Produto1 $(Base1)^2$	Base2	Produto2 $(Base2)^2$	Subtração P1 - P2	Resultado
10	100	**0**	0	**100 - 0**	100
11	121	**1**	1	**121 - 1**	120
12	144	**2**	4	**144 - 4**	140
13	169	**3**	9	**169 - 9**	160
14	196	**4**	16	**196 - 16**	180
15	225	**5**	25	**225 - 25**	200
16	256	**6**	36	**256 - 36**	220
17	289	**7**	49	**289 - 49**	240
18	324	**8**	64	**324 - 64**	260
19	361	**9**	81	**361 - 81**	280

Fonte: Autor do projeto

Testando entre outros intervalos de produtos (exclusivamente quadráticos) e entre até mesmo terminações diferentes, percebe-se que o conjunto resultante será semelhante à progressões aritméticas simples

Base1	Produto1	Base2	Produto2	Subtração P1 - P2	Resultado
80	6400	**10**	100	**6400 - 100**	6300
81	6561	**11**	121	**6561 - 121**	6440
82	6724	**12**	144	**6724 - 144**	6580
83	6889	**13**	169	**6889 - 169**	6720
84	7056	**14**	196	**7056 - 196**	6860
85	7225	**15**	225	**7225 - 225**	7000
86	7396	**16**	256	**7396 - 256**	7140
87	7569	**17**	289	**7569 - 289**	7280
88	7744	**18**	324	**7744 - 324**	7420

Fonte: Autor do projeto

Razão da P.A. encontrada: 140

Base1	Produto1	Base2	Produto2	Subtração P1 - P2	Resultado
37	1369	**11**	121	**1369 - 121**	1248
38	1444	**12**	144	**1444 - 144**	1300
39	1521	**13**	169	**1521 - 169**	1352
40	1600	**14**	196	**1600 - 196**	1404
41	1681	**15**	225	**1681 - 225**	1456
42	1764	**16**	256	**1764 - 256**	1508
43	1849	**17**	289	**1849 - 289**	1560
44	1936	**18**	324	**1936 - 324**	1612

Fonte: Autor do projeto

Razão da P.A. encontrada: 52

Além de atender os critérios necessários para ser chamado de progressão aritmética, percebe-se que o conjunto resultante também apresenta um padrão em suas razões. A razão do conjunto resultante será igual ao dobro da base de um produto (B_1) menos a base de um produto utilizado na subtração do produto B_1 para a obtenção de um termo no conjunto resultante (B_2), uma vez que:

$$R = P_1 - P_2 \text{ e } P_1 = (B')^2 \text{ e } P_2 = (B'')^2$$

$$R = (B')^2 - (B'')^2$$

$$B'' = B' + (B'' - B')$$

$$R = (B')^2 - [B' + (B'' - B')]^2 \rightarrow A_n = (B_0')^2 - [B_0' + (B_0'' - B_0')]^2 \rightarrow A_{n+1} = (B')^2 - [B' + (B'' - B')]^2$$

$$A_n + r = A_{n+1} \rightarrow r = A_{n+1} - A_n \rightarrow r = (B')^2 - [B' + (B'' - B')]^2 - \{(B_0')^2 - [B_0' + (B_0'' - B_0')]^2\}$$

$$B_0 = B - 1 \rightarrow B_0' = B' - 1 \rightarrow B_0'' = B'' - 1$$

$$r = (B')^2 - [B' + (B'' - B')]^2 - \{(B' - 1)^2 - [(B' - 1) + ((B'' - 1) - (B' - 1))]^2\}$$

$$\downarrow$$

$$r = 2(B' - B'')$$

Uma observação também relevante a ser feita é a semelhança desse procedimento com progressões aritméticas de segunda ordem. Uma vez que a subtração dos produtos exponenciais resultará em uma P.A. independente do intervalo entre os termos subtraídos, a subtração pode ser feita a partir do próprio primeiro conjunto, subtraindo o segundo termo do primeiro, o terceiro do segundo e assim em diante.

Sequência primária	Subtração	Resultado
0	1 - 0	1
1	4 - 1	3
4	9 - 4	5
9	16 - 9	7
16	25 - 16	9
25	36 - 25	11
36	49 - 36	13
49	64 - 49	15
64	81 - 64	17
81	100 - 81	19
100	121 - 100	21
121	-----	-----

Fonte: Autor do projeto

Fenômenos semelhantes – porém, não iguais – ocorrem em potências de maiores graus. Ao subtrair potências cúbicas de potencias consecutivas em um mesmo conjunto duas vezes, obtém-se uma P.A. da mesma forma que uma P.A. de terceira ordem. O mesmo se repete ao subtrair potencias três, quatro e cinco vezes, para os produtos exponenciais de quarta, quinta e sexta ordem, respectivamente.

Sequência primária	Sequência secundária	Resultado
0	1	6
1	7	12
8	19	18
27	37	24
64	61	30
125	91	36
216	127	42
343	169	48
512	217	54
729	271	60
1000	331	-----
1331	-----	-----

Sequência primária	Sequência secundária	Sequência terciária	Resultado
0	1	14	36
1	15	50	60
16	65	110	84
81	175	194	108
256	369	302	132
625	671	434	156
1296	1105	590	180
2401	1695	870	204
4096	2565	1074	228
6661	3339	1302	------
10000	4641	------	------
14641	------	------	------

Sequência primária	Sequência secundária	Sequência terciária	Sequência quaternária	Resultado
0	1	30	150	240
1	31	180	390	360
32	211	570	750	480
243	781	1320	1230	600
1024	2101	2550	1830	720
3125	4651	4380	2550	840
7776	9031	6930	3390	960
16807	15961	10320	4350	1080
32768	26281	14670	5430	------
59049	40951	20100	------	------
100000	61051	------	------	------
161051	------	------	------	------

Sequência primária	Sequência secundária	Sequência terciária	Sequência quaternária	Sequência quinta	Resultado
0	1	62	540	1560	1800
1	63	602	2100	3360	2520
64	665	2702	5460	5880	3240
729	3367	8162	11340	9120	3960
4096	11529	19502	20460	13080	4680
15625	31031	39962	33540	17760	5400
46656	70993	73502	51300	23160	6120
117649	144495	124802	74460	29280	------
262144	269297	199262	103740	------	------
531441	468559	303002	------	------	------
1000000	771561	------	------	------	------
1771561	------	------	------	------	------

Fonte: Autor do projeto

Uma observação relevante sobre essas progressões aritméticas é que a razão se mostra como o fatorial do expoente dos produtos. Em conjuntos de produtos quadráticos, a razão é (2! = 2), em cúbicos, (3! = 6), em potências a quarta ordem, (4! = 24), na quinta ordem, (5! = 120), na sexta ordem, (6! = 720) e assim em diante.

3.3 Fórmula alternativa para cálculo de potenciações quadráticas

Uma forma simples de formular o funcionamento dessas proporções em exponenciações envolve a formulação de uma regra geral para as proporções de produtos quadráticos, aplicação dela em outros expoentes e depois generalização dos eventos.

Uma vez que as bases dos produtos são unitárias, a subtração de duas bases

(B' - B'') de um conjunto de produtos reflete o intervalo entre os dois produtos. Logo, a fórmula do termo geral de uma P.A. $(A_n = A_1 + (n - 1)r)$ pode ser adaptada a:

$$R = R_0 + Int \times r$$

em que Int = B' - B_0', R é igual a um termo da sequência e R_0 um segundo termo da sequência.

Considerando que P_1' e P_2' são produtos de uma primeira subtração de produtos (que resulta em R_0) de um conjunto e P_1'' e P_2'' são produtos de uma segunda subtração de produtos (que resulta em R) de um mesmo conjunto, formula-se que:

$$R = P_1 - P_2 \rightarrow R_0 = P_1' - P_2'$$

$$(B_0')^2 = P_1' \text{ e } (B_0'')^2 = P_2' \rightarrow R_0 = (B_0')^2 - (B_0'')^2$$

$$R = R_0 + Int \times r \rightarrow R = (B_0')^2 - (B_0'')^2 + Int \times r$$

$$r = 2(B_0' - B_0'') \text{ e } Int = B' - B_0' \rightarrow R = (B_0')^2 - (B_0'')^2 + (2[B_0' - B_0'']) \times (B' - B_0')$$

$$P_1 = R + P_2 \rightarrow P_1'' = (B_0')^2 - (B_0'')^2 + (2[B_0' - B_0'']) \times (B' - B_0') + P_2''$$

$$(B'')^2 = P_2'' \rightarrow P_1'' = (B_0')^2 - (B_0'')^2 + (2[B_0' - B_0'']) \times (B' - B_0') + (B'')^2$$

$$B'' = B_0'' + (B' - B_0') \rightarrow P_1'' = (B_0')^2 - (B_0'')^2 + (2[B_0' - B_0'']) \times (B' - B_0') + (B_0'' + [B' - B_0'])^2$$

$$\downarrow$$

$$P_1'' = (B_0')^2 - 2(B_0')^2 + (B_0')^2 + 2B_0'B' - B'B_0' - B_0'B' + (B')^2$$

$$P_1'' = (B_0')^2 - 2(B_0')^2 + (B_0')^2 + 2B_0'B' - B'B_0' - B_0'B' + (B')^2$$

$$P_1'' = (B_0')^2 + 2B_0'(B' - B_0') + (B' - B_0')^2$$

$$P_1'' = (B_0')^2 + 2B_0'(B' - B_0') + (B' - B_0')^2$$

$$(B')^2 = P_1'' \rightarrow (B')^2 = (B_0')^2 + 2B_0'(B' - B_0') + (B' - B_0')^2$$

Dessa forma, além da formulação de um meio alternativo de calcular potências, prova-se que é não é essencial a utilização de um segundo conjunto de potências – já que a fórmula é funcional mesmo sem a utilização de nenhum termo do segundo conjunto –, o que torna esse processo matemático mais próximo ainda de progressões aritméticas de segunda ordem.

$$(B)^2 = (B_0)^2 + 2B_0(B - B_0) + (B - B_0)^2$$

$$(B)^2 = [B_0 + (B - B_0)]^2$$

Reduzindo a formula a essa expressão, pode-se fazer a leitura de que um produto quadrático é igual ao quadrado da soma um segundo produto quadrático com a diferença entre o primeiro e o segundo produto quadrado. De outra forma, é possível escrever também que:

$$\sqrt{[(B)^2]} = \sqrt{\{[B_0 + (B - B_0)]^2\}} \rightarrow B = B_0 + (B - B_0)$$

Logo,

$$B = B_0 + (B - B_0) \rightarrow (B)^3 = [B_0 + (B - B_0)]^3 \rightarrow (B)^4 = [B_0 + (B - B_0)]^4$$

$$\downarrow$$

$$(B)^n = [B_0 + (B - B_0)]^n$$

É possível ainda ter uma compreensão melhor ainda acerca das proporções exponenciais ao considerar que o intervalo entre os dois produtos (B e B_0) é 1. Dessa forma, pode-se observar a progressão entre produtos exponenciais consecutivos a partir da fórmula.

$$B - B_0 = 1 \text{ e } (B)^n = [B_0 + (B - B_0)]^n \rightarrow (B)^n = (B_0 + 1)^n$$

Logo,

$$B^0 = B_0^0$$

$$B^1 = B_0 + 1$$

$$B^2 = B_0^2 + 2B_0 + 1$$

$$B^3 = B_0^3 + 3B_0^2 + 3B_0 + 1$$

$$B^4 = B_0^4 + 4B_0^3 + 6B_0^2 + 4B_0 + 1$$

$$B^5 = B_0^5 + 5B_0^4 + 10B_0^3 + 10B_0^2 + 5B_0 + 1$$

$$B^6 = B_0^6 + 6B_0^5 + 15B_0^4 + 20B_0^3 + 15B_0^2 + 6B_0 + 1$$

$$B^7 = B_0^7 + 7B_0^6 + 21B_0^5 + 35B_0^4 + 35B_0^3 + 21B_0^2 + 7B_0 + 1$$

$$B^8 = B_0^8 + 8B_0^7 + 28B_0^6 + 56B_0^5 + 70B_0^4 + 56B_0^3 + 28B_0^2 + 28B_0 + 1$$

$$B^9 = B_0^9 + 9B_0^8 + 36B_0^7 + 84B_0^6 + 126B_0^5 + 126B_0^4 + 84B_0^3 + 36B_0^2 + 9B_0 + 1$$

$$B^{10} = B_0^{10} + 10B_0^9 + 45B_0^8 + 120B_0^7 + 220B_0^6 + 252B_0^5 + 220B_0^4 + 120B_0^3 + 45B_0^2 + 10B_0 + 1$$

$$\ldots$$

4 I CONCLUSÃO

Os estudos desse projeto foram capazes de revelar a existência da proporcionalidade entre os intervalos de potenciações e ainda se relacionar com outros estudos da Teoria dos Números. Assim como toda nova perspectiva, é esperado que ela ajude estudantes, acadêmicos e professores na melhor compreensão e aplicação de exponenciações. Dessa forma, espera-se que a expressão geral para equações de proporção exponencial poderá ser utilizada em futuros estudos que precisem de uma descrição e desenvolvimento mais complexo de potenciações.

Como sugestão a um futuro trabalho, fica a aplicação de conceitos básicos do Estado de Proporção e a forma mais simples da expressão geral para equações de proporção exponencial, $B^n = (B_0 + 1)^n$, quando $B = B_0 + 1$, em salas de aula do ensino fundamental e médio brasileiro afim de avaliar a melhora ou não do desempenho escolar dos alunos.

REFERÊNCIAS

CORTÊS, Regis **PA de segunda ordem ou Progressão Aritmética de segunda ordem** 2017 Disponível em: http://geniodamatematica.com.br/pa-de-segunda-ordem-ou-progressao-aritmetica-de-segunda-ordem/ Acesso em: 29 de agosto de 2018

GOUVEIA, Rosimar 2018(revisado) **Triângulo de Pascal** Disponível em: https://www.todamateria.com.br/triangulo-de-pascal/ Acesso em 9 de agosto de 2018

PIAGET, Jean **La langage at la pensée chez l'enfant**. Neuchâtel-Paris, Delachaux & Niestlé, 1923

ROSADAS, Vitor Dutra Soares 2016 **Triângulo de Pascal: Curiosidades e Aplicações na Escola Básica** Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/28192/28192.PDF Acesso em 9 de agosto de 2018

TEIXEIRA, Hélio 2015 **Teoria do Desenvolvimento Cognitivo de Jean Piaget** Disponível em: http://www.helioteixeira.org/ciencias-da-aprendizagem/teoria-do-desenvolvimento-cognitivo-de-jean-piaget/ Acesso em 12 de abril de 2018

VIRTOUS TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO 1998 - 2018 **Binômio de Newton** Disponível em: https://www.somatematica.com.br/emedio/binomio/binomio.php Acesso em 9 de agosto de 2018

VYGOTSKY, Lev Semenovich **Linguagem e pensamento** (publicado após morte do autor) 1934 Disponível em: http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/vigo.pdf Acesso em: 27 de agosto de 2018

SOBRE O ORGANIZADOR

Alexandre Igor Azevedo Pereira - é Engenheiro Agrônomo, Mestre e Doutor em Entomologia pela Universidade Federal de Viçosa. Professor desde 2010 no Instituto Federal Goiano e desde 2012 Gerente de Pesquisa no Campus Urutaí. Orientador nos Programas de Mestrado em Proteção de Plantas (Campus Urutaí) e Olericultura (Campus Morrinhos) ambos do IF Goiano. Alexandre Igor atuou em 2014 como professor visitante no John Abbott College e na McGill University em Montreal (Canadá) em projetos de Pesquisa Aplicada. Se comunica em Português, Inglês e Francês. Trabalhou no Ministério da Educação (Brasília) como assessor técnico dos Institutos Federais em ações envolvendo políticas públicas para capacitação de servidores federais brasileiros na Finlândia, Inglaterra, Alemanha e Canadá. Atualmente, desenvolve projetos de Pesquisa Básica e Aplicada com agroindústrias e propriedades agrícolas situadas no estado de Goiás nas áreas de Entomologia, Controle Biológico, Manejo Integrado de Pragas, Amostragem, Fitotecnia e Fitossanidade de plantas cultivadas no bioma Cerrado.

ÍNDICE REMISSIVO

P

S

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-587-7
9 788572 475877