

Ensino Aprendizagem de Matemática

Eliel Constantino da Silva
(Organizador)



Eliel Constantino da Silva
(Organizador)

Ensino Aprendizagem de Matemática

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E59	Ensino aprendizagem de matemática [recurso eletrônico] / Organizador Eliel Constantino da Silva. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-545-7 DOI 10.22533/at.ed.457192008 1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Formação. I. Silva, Eliel Constantino da. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

Os trabalhos abordam temas atuais e relevantes ao ensino e aprendizagem da Matemática, tais como: a relação da Matemática com a música no ensino de frações, livros didáticos e livros literários no ensino de Matemática, uso de instrumentos de desenho geométrico, jogos, animes e mangá como contribuições para o desenvolvimento da Matemática em sala de aula, análise dos problemas que envolvem o ensino de Trigonometria no Ensino Médio, a ausência do pensamento matemático e argumento dedutivo na Educação Matemática, investigação e modelagem matemática, tendências em Educação Matemática, formação inicial de professores de Matemática e apresentam um aprofundamento da Matemática através dos dígitos verificadores do cadastro de pessoas físicas (CPF), simetria molecular, análise numérica e o Teorema de Sinkhorn e Knopp.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca do ensino e aprendizagem da Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas.

O livro inicia-se com seis capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Em seguida há 9 capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, seguidos de 4 capítulos que abordam a temática do livro no Ensino Superior. E por fim, encontram-se 10 capítulos que trazem em seu cerne a Matemática enquanto área do conhecimento, sem a apresentação de uma discussão acerca do seu ensino e do processo de aprendizagem.

Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Elie Constantino da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA: UMA FORMA DE TRABALHAR COM FRAÇÕES	
<i>Enoque da Silva Reis</i> <i>Hemerson Milani Mendes</i> <i>Samanta Margarida Milani</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920081	
CAPÍTULO 2	14
POSSIBILIDADES DIDÁTICAS E PEDAGÓGICAS DO USO DA IMAGEM VIRTUAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO ENVOLVENDO SEMIÓTICA EM UMA FANPAGE E LIVROS DIDÁTICOS	
<i>Luciano Gomes Soares</i> <i>José Joelson Pimentel de Almeida</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920082	
CAPÍTULO 3	26
PIFE DA POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO – UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA	
<i>Ítalo Andrew Rodrigues Santos</i> <i>Joao Paulo Antunes Carvalho</i> <i>Josué Antunes de Macêdo</i> <i>Lílian Isabel Ferreira Amorim</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920083	
CAPÍTULO 4	35
O ENSINO DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DE LIVROS LITERÁRIOS EM TURMAS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<i>Karine Maria da Cruz</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920084	
CAPÍTULO 5	46
RELATO DA UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS DE DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS	
<i>Luana Cardoso da Silva</i> <i>Washington Leonardo Quirino dos Santos</i> <i>Leonardo Cinésio Gomes</i> <i>Cristiane Fernandes de Souza</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920085	
CAPÍTULO 6	55
ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO VAI E VEM DAS EQUAÇÕES NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU	
<i>Anderson Dias da Silva</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920086	

CAPÍTULO 7	68
TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DOS PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O SEU ENSINO NO IFPB CAMPUS CAJAZEIRAS-PB	
<i>Francisco Aureliano Vidal</i>	
<i>Carlos Lisboa Duarte</i>	
<i>Adriana Mary de Carvalho Azevedo</i>	
<i>Kíssia Carvalho</i>	
<i>Geraldo Herbetet de Lacerda</i>	
<i>Uelison Menezes da Silva</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920087	
CAPÍTULO 8	81
OS JOGOS MATEMÁTICOS PARA MINIMIZAR A MATEMATOFOBIA DOS ALUNOS: UM ENCONTRO NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA	
<i>Hellen Emanuele Vasconcelos Albino</i>	
<i>Yalorisa Andrade Santos</i>	
<i>Kátia Maria de Medeiros</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920088	
CAPÍTULO 9	90
O ESTUDO DA PARÁBOLA NA FORMA CANÔNICA E COMO LUGAR GEOMÉTRICO	
<i>Micheli Cristina Starosky Roloff</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4571920089	
CAPÍTULO 10	98
LEONHARD EULER (1707-1783) E ESTUDO DA FÓRMULA DE POLIEDROS NO ENSINO MÉDIO	
<i>Julimar da Silva Aguiar</i>	
<i>Eliane Leal Vasquez</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200810	
CAPÍTULO 11	116
AUSÊNCIA DE PENSAMENTO MATEMÁTICO E ARGUMENTO DEDUTIVO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: RESULTADOS DE UMA PESQUISA	
<i>Marcella Luanna da Silva Lima</i>	
<i>Abigail Fregni Lins</i>	
<i>Patricia Sandalo Pereira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200811	
CAPÍTULO 12	129
AS FORMAS GEOMÉTRICAS NO DESENHO (ANIMES, MANGÁ): UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA AO ENSINO DE GEOMETRIA	
<i>Luciano Gomes Soares</i>	
<i>Tayná Maria Amorim Monteiro Xavier</i>	
<i>Mônica Cabral Barbosa</i>	
<i>Rosemary Gomes Fernandes</i>	
<i>Maria da Conceição Vieira Fernandes</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200812	

CAPÍTULO 13 141

A INVESTIGAÇÃO E A MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO EXPERIMENTAL COM A LARANJA CITRUS SENENSIS

Igor Raphael Silva de Melo
Célia Maria Rufino Franco
Marcos dos Santos Nascimento
Villalba Andréa Vieira de Lucena

DOI 10.22533/at.ed.45719200813

CAPÍTULO 14 150

“A MAÇÃ DO PROFESSOR”: EXPLORANDO O CÁLCULO DO VOLUME DE UMA MAÇÃ EM AULAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Igor Raphael Silva de Melo
Célia Maria Rufino Franco
Isaac Ferreira de Lima
João Elder Laurentino da Silva
Jucimeri Ismael de Lima

DOI 10.22533/at.ed.45719200814

CAPÍTULO 15 160

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Júlio César dos Reis
Aldo Brito de Jesus

DOI 10.22533/at.ed.45719200815

CAPÍTULO 16 171

ESTADO DA ARTE SOBRE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO/UFPE-CAA

Marcela Maria Andrade Teixeira da Silva
Edelweis José Tavares Barbosa
Maria Lucivânia Souza dos Santos
Jéssika Moraes da Silva

DOI 10.22533/at.ed.45719200816

CAPÍTULO 17 181

CONTRIBUIÇÕES DO PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Eduardo da Silva Andrade
Eduarda de Lima Souza
Fanciclaudio de Meireles Silveira
Egracieli dos Santos Ananias
Leonardo Cinésio Gomes
Tiago Varelo da Silva

DOI 10.22533/at.ed.45719200817

CAPÍTULO 18 189

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO CURSO DE PEDAGOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS

Meire Aparecida De Oliveira Lopes
Liliane Oliveira Souza

DOI 10.22533/at.ed.45719200818

CAPÍTULO 19	204
OS DÍGITOS VERIFICADORES DO CADASTRO DE PESSOAS FÍSICAS (CPF)	
<i>Pedro Leonardo Pinto de Souza</i>	
<i>Vinícius Vivaldino Pires de Almeida</i>	
<i>Edney Augusto Jesus de Oliveira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200819	
CAPÍTULO 20	218
SIMETRIA MOLECULAR	
<i>Guilherme Bernardes Rodrigues</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Alonso Sepúlveda Castellanos</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200820	
CAPÍTULO 21	225
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200821	
CAPÍTULO 22	235
SOLUÇÕES FRACAS PARA EQUAÇÃO DE BURGERS COM VISCOSIDADE NULA	
<i>Ana Paula Moreira de Freitas</i>	
<i>Santos Alberto Enriquez-Remigio</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200822	
CAPÍTULO 23	244
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO DE CRANK-NICOLSON	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200823	
CAPÍTULO 24	254
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA ONDA UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Gabriel Machado dos Santos</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200824	

CAPÍTULO 25	265
A IDEIA GEOMÉTRICA DA HOMOLOGIA E DO GRUPO FUNDAMENTAL	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Lígia Laís Fêmina</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200825	
CAPÍTULO 26	271
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO BIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200826	
CAPÍTULO 27	280
TEOREMA DE SINKHORN E KNOPP	
<i>Gabriel Santos da Silva</i>	
<i>Daniel Cariello</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200827	
CAPÍTULO 28	285
O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA UTILIZANDO PROJEÇÃO PARA ÓCULOS ANAGLIFO	
<i>Rosângela Costa Bandeira</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200828	
CAPÍTULO 29	298
O USO DE SOFTWARES EDUCACIONAIS COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS	
<i>Cristiane Batista da Silva</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.45719200829	
SOBRE O ORGANIZADOR	309
ÍNDICE REMISSIVO	310

A IDEIA GEOMÉTRICA DA HOMOLOGIA E DO GRUPO FUNDAMENTAL

Wendy Díaz Valdés

Universidade Federal de Uberlândia, FAMAT
Uberlândia - MG

Lígia Laís Fêmina

Universidade Federal de Uberlândia, FAMAT
Uberlândia - MG

Teófilo Jacob Freitas e Souza

Universidade Federal de Uberlândia, FEMEC
Uberlândia - MG

Joyce Antunes da Silva

Faculdade Pitágoras, Engenharia Mecânica
Uberlândia - MG

THE GEOMETRIC IDEA OF HOMOLOGY AND THE FUNDAMENTAL GROUP

ABSTRACT: This work aims to approach the geometric idea of homology theory and fundamental group in more comprehensively way and detail, providing a broad view of the importance of these theories. For that, the basic theoretical foundations of both groups were presented in a simple way, giving the possibility to perceive a relation between them just considering at the geometric idea of each. This allows possible to calculate the fundamental group in dimension 1 of a space having already calculated the group of homology in dimension 1 of the same space, since the latter is easier.

KEYWORDS: Homology. Fundamental group.

RESUMO: Este trabalho tem como finalidade abordar com mais profundidade e detalhamento a ideia geométrica da teoria de homologia e grupo fundamental, proporcionando uma visão ampla da importância dessas teorias. Para tanto foram apresentados os fundamentos teóricos básicos sobre ambos os grupos de uma forma simples. Dando a possibilidade de perceber uma relação entre os mesmos apenas olhando para a ideia geométrica de cada. O que possibilita calcular o grupo fundamental na dimensão 1 de um espaço tendo já calculado o grupo de homologia na dimensão 1 do mesmo espaço, uma vez que este último é mais fácil.

PALAVRAS-CHAVE: Homologia. Grupo fundamental.

1 | INTRODUÇÃO

A topologia algébrica descreve a estrutura de um espaço topológico por associação com um sistema algébrico, normalmente um grupo ou uma sequência de grupos. Desse modo, a topologia algébrica consiste em resolver problemas topológicos através de métodos puramente algébricos e um conceito importante é o de homologia (CROOM, 1978).

A teoria de homologia é um assunto importante na topologia algébrica, pois fornece

um método de associar a cada espaço topológico uma categoria de grupos (ou, mais geralmente, módulos), chamados de grupo de homologia desse espaço, de modo que espaços homeomorfos possuem grupos de homologia isomorfos (LIMA, 2012).

O grupo fundamental cria uma imagem algébrica do espaço de laços em um espaço X , esse grupo é denotado por $\pi_1(X, x_0)$. Na maioria das vezes, esse grupo é difícil de calcular. Nesse sentido, relacionar o grupo de homologia com o grupo fundamental se torna uma alternativa mais viável para facilitar tais cálculos.

Este trabalho não tem como intuito abordar as definições e propriedades das teorias de homologia e grupo fundamental, uma vez que essas necessitam de muitos pré-requisitos algébricos e topológicos. O objetivo é apresentar a ideia geométrica dessas teorias, que são de fácil entendimento para qualquer leigo em topologia algébrica.

2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Homologia

Para muitos a definição da homologia não é óbvia. Desse modo, uma ideia geométrica facilita a compreensão. Os grupos de homologia $H_n(X)$, como $n \geq 1$, identificam no espaço topológico X seus n -dimensionais buracos.

Definição 1. Um espaço X tem um buraco n -dimensional, se X possui alguma imagem de uma esfera S^n dada por uma aplicação contínua $f: S^n \rightarrow X$, a qual não pode ser deformada em um ponto.

Geometricamente, a estrutura dos grupos $H_n(X)$ fornece informação sobre o número e os tipos de buracos n -dimensionais em X .

Por exemplo, seja X o espaço formado de quatro caminhos $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ e δ_4 ligando os pontos A e B , conforme mostra a figura 1. Podemos obter outros caminhos em X fazendo justaposição dos caminhos $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ e δ_4 com os caminhos inversos $-\delta_1, -\delta_2, -\delta_3$ e $-\delta_4$.

Um caminho em X é denominado 1-simplexo. Em especial, quando o caminho sai de um vértice e no final volta no mesmo vértice, chamamos de 1-ciclo. Podemos visualizar os 1-ciclos, como os caminhos que fecham um buraco ou são bordo de um subespaço de dimensão 2, que é um 2-simplexo.

Por exemplo, $\delta_1 - \delta_2$ e $\delta_2 - \delta_3$ são 1-ciclos. Todo 1-ciclo que não é bordo de um 2-simplexo, fornece um elemento não nulo em homologia. Isto significa que o 1-ciclo circunda um buraco 1-dimensional do espaço.

Na figura 2, temos três 1-ciclos que são geradores de $H_1(X)$. Ou seja,

$$H_1(X) = \langle \delta_1 - \delta_2, \delta_2 - \delta_3, \delta_3 - \delta_4 \rangle \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}.$$

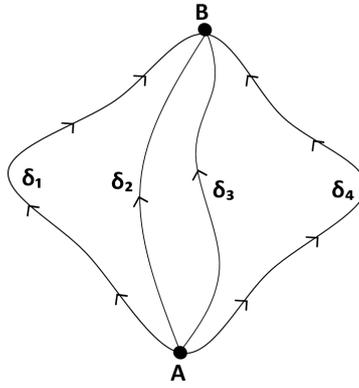


Figura 1: Espaço X.

Então, $H_1(X)$ tem 3 geradores e X tem 3 buracos 1-dimensionais. Como não há buracos de dimensão maior do que 1, temos que

$$H_n(X) = \{0\}, \quad n \geq 2.$$

Considere agora o espaço X .

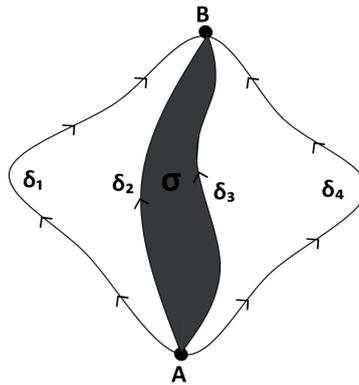


Figura 2: Espaço X' .

Neste espaço, temos dois 1-ciclos, $\delta_1 - \delta_2$ e $\delta_3 - \delta_4$ que não são bordos de 2-simplexos e assim fornecem os geradores de $H_1(X')$. O 1-ciclo $\delta_2 - \delta_3$ é bordo do 2-simplexo σ . Assim, esse ciclo fornece a classe nula em $H_1(X')$ e temos

$$H_1(X') = \langle \delta_1 - \delta_2, \delta_3 - \delta_4 \rangle \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}.$$

Como X' não tem buracos de dimensões maiores do que 1, temos que

$$H_n(X') = \{0\}, \quad n \geq 2.$$

Seguindo o raciocínio do exemplo anterior, podemos calcular os grupos de homologia de outros espaços, uma vez que os mesmos são os buracos dos espaços nas diferentes dimensões. Por exemplo, a figura a seguir mostra um importante espaço topológico chamado toro.

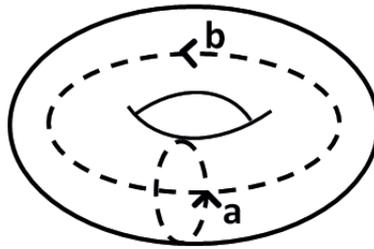


Figura 3: Toro

Observe que no toro há dois buracos 1-dimensionais, determinados por a e b , e um 2-dimensional que seria a parte oca do toro.

Desse modo, o grupo de homologia do toro é $H_1(T) = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$, $H_2(T) = \mathbb{Z}$ e $H_k(T) = \{0\}$ para $k > 2$.

2.2 Grupo Fundamental

Como foi feito anteriormente, para uma melhor compreensão da ideia do grupo fundamental apresentamos a interpretação geométrica, uma vez que há necessidade de muitos pré-requisitos algébricos para o entendimento da definição do mesmo.

Geometricamente, o grupo fundamental π_1 de um espaço X pode ser definido de modo que seus elementos são “laços” em X , onde $x_0 \in X$ é o ponto de partida e o ponto de chegada de tais laços.

Os laços determinam um mesmo elemento no grupo fundamental se um pode ser deformado continuamente no outro, dentro do espaço X .

Dizemos que um espaço é simplesmente conexo, se todo laço pode ser deformado continuamente num ponto.

O grupo fundamental mede o quão longe um espaço está de ser simplesmente conexo. Isto é, quão longe um espaço está de que todo laço em X determine um mesmo elemento do grupo, o laço trivial, ou seja, o ponto x_0 . Se um laço não pode ser deformado continuamente em um ponto é porque há um buraco no seu interior, e π_1 mede o comportamento desses buracos, que chamamos de buracos 1-dimensionais.

Por exemplo, seja o espaço X composto por α, β e γ , três curvas com ponto x_0 em comum, e X o espaço composto por essas três curvas, mas neste caso a curva β está preenchida como na figura 4.

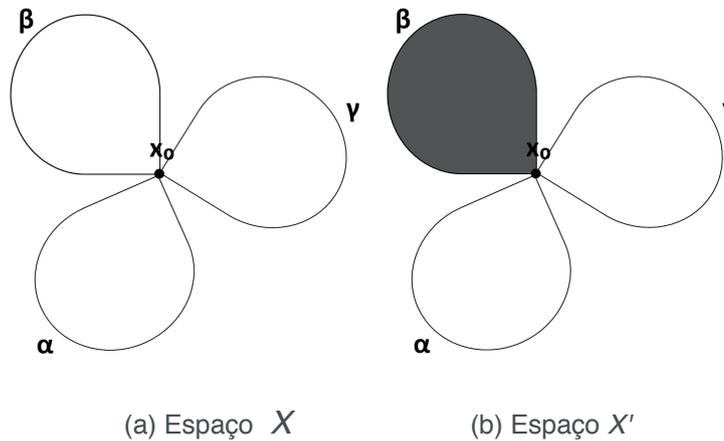


Figura 4: Espaços X e X' .

Considere ν_1, ν_2 e ν_3 os laços que percorrem uma única vez as curvas α, β e γ , respectivamente. Considere também que $[\nu_1] = \mu_1$ e $[\nu_2] = \mu_2$ e $[\nu_3] = \mu_3$, onde $[\nu_1], [\nu_2]$ e $[\nu_3]$ são as classes de ν_1, ν_2 e $[\nu_3]$, respectivamente. Cada produto de potências de μ_1, μ_2 e μ_3 fornece um elemento distinto de $\pi_1(X)$. Por exemplo, em X , temos que o produto $\nu_1^2 \nu_2^4 \nu_3 \nu_1^{-3} \nu_2 \nu_3^2$ é o laço que dá duas volta ao redor de α , quatro voltas ao redor de β , uma volta ao redor de γ , três voltas ao redor de α no sentido oposto, uma volta ao redor de β e duas voltas ao redor de γ . Temos então que $\mu_1^{-2} \mu_2^4 \mu_3 \mu_1^{-3} \mu_2 \mu_3^2 = [\nu_1^2 \nu_2^4 \nu_3 \nu_1^{-3} \nu_2 \nu_3^2]$.

O conjunto de todas as sequências como esta, consistindo de potências de μ_1, μ_2 e μ_3 forma um grupo não abeliano, denotado por $\mathbb{Z} * \mathbb{Z} * \mathbb{Z}$ e chamado de grupo livre com três geradores μ_1, μ_2 e μ_3 .

Note que o número de geradores do grupo fundamental está relacionado ao número de buracos 1-dimensionais de X .

Já em X' como o β está preenchido, ele pode ser ∂ deformado continuamente no ponto x_0 , ou seja, o laço trivial.

Logo, o grupo $\pi_1(X')$ é gerado pelas classes da curva α e γ , ou seja, $\pi_1(X') \cong \mathbb{Z} * \mathbb{Z}$.

3 | AUTORIZAÇÕES/RECONHECIMENTO

Ao submeter o trabalho, os autores tornam-se responsáveis por todo o conteúdo da obra.

CONCLUSÕES

Pelo o que foi exposto, é natural perguntar-se sobre a existência de uma relação entre o grupo fundamental e a homologia no nível 1, uma vez que ambos estão relacionados com os buracos 1-dimensionais do espaço topológico. O Teorema

de Hurewicz relaciona estes dois grupos fornecendo uma função isomorfa entre a abelianização do π_1 e o H_1 .

Para maiores detalhes sobre a definição, propriedades e relação dessas teorias, sugerimos (CRISTINA et al., 2013; CROOM, 1978; LIMA, 2003).

REFERÊNCIAS

CRISTINA, J. et al. Algumas considerações sobre homotopia e homologia. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 2, p. 18–31, 2013.

CROOM, H. F. **Basic concepts of algebraic topology**. 1th. ed. New York: Springer-Verlag, 1978.

LIMA, E. L. **Fundamental Groups covering spaces**. 1st. ed. [s.l.] A K Peters/CRC Press, 2003.

LIMA, E. L. **Homologia básica**. 2da. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.

SOBRE O ORGANIZADOR

Eliei Constantino da Silva - Licenciado e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Brasil, e Universidade do Minho, Portugal, respectivamente. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e membro do Grupo de Pesquisa Ensino e Aprendizagem como Objeto da Formação de Professores (GPEA). Atuou como professor bolsista do Departamento de Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Tem interesse e desenvolve pesquisas nos seguintes temas: Educação Matemática, Pensamento Computacional, Robótica, Programação Computacional, Tecnologias Digitais na Educação, Ensino e Aprendizagem, Teoria Histórico-Cultural e Formação de Professores. Atualmente é doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), editor de conteúdo da Geekie, colunista do InfoGeekie, membro do Comitê Técnico Científico da Atena Editora, professor do Colégio Internacional Radial e desenvolve ações de formação de professores relacionadas ao uso de tecnologias e Pensamento Computacional na Educação.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Anos Finais do Ensino Fundamental 46

Aprendizagem 2, 25, 69, 100, 140, 170

D

Desenho Geométrico 46, 130, 140

E

Educação Básica 34, 47, 121, 139, 179, 180, 181, 182

Educação Matemática 5, 1, 15, 16, 18, 25, 26, 35, 37, 45, 54, 55, 57, 66, 80, 81, 100, 101, 102, 114, 116, 127, 140, 142, 149, 158, 159, 170, 171, 172, 173, 176, 177, 179, 188, 189, 191, 192, 197

Elementos para esboço gráfico 90

Ensino 2, 5, 8, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 25, 27, 34, 35, 36, 40, 46, 47, 48, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 76, 79, 80, 81, 84, 88, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 100, 103, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 142, 149, 158, 170, 174, 175, 180, 183, 184, 185, 187, 189, 191, 193

Ensino de Geometria 46, 48, 129

Ensino de Matemática 14, 27, 76, 79, 80, 103, 113, 127, 142

Ensino Médio 5, 8, 13, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 81, 84, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 103, 110, 111, 112, 113, 115, 116, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 175, 184, 185, 187

Ensino Superior 5, 184, 189

Equações do 1º e do 2º grau 55

Estratégia de Ensino 98

F

Fórmula de Poliedro 98

Fração 1, 3

G

GeoGebra 90, 92, 93, 95, 96, 116, 117, 118, 121, 122, 123, 126, 127

H

História da Matemática 13, 54, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 114, 115, 173, 174, 175, 176

I

Imagem virtual 14

J

Jogos Educativos 26

Jogos Matemáticos 55, 66, 81, 88, 89

L

Laboratório de Matemática 81, 82, 84, 85, 86

Literatura 35, 37, 38, 43, 44

Lugar geométrico 90

M

Matemática 2, 5, 9, 1, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 76, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 121, 124, 125, 126, 127, 129, 131, 132, 137, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 147, 149, 150, 151, 152, 158, 159, 160, 161, 162, 164, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 197, 202, 203, 217, 218, 224, 270

Matematofobia 81, 82

Música 1, 13

P

Parábola na forma canônica 90

PIBID 9, 26, 27, 28, 34, 56, 129, 130, 133, 181, 182, 183, 184, 186, 187, 188

R

Registros de representação 14, 25

Resolução de Problemas 55, 57, 58, 102, 173, 174, 176

S

Semiótica 14, 15, 16, 18, 19, 25

T

Trigonometria 5, 69

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-545-7



9 788572 475457