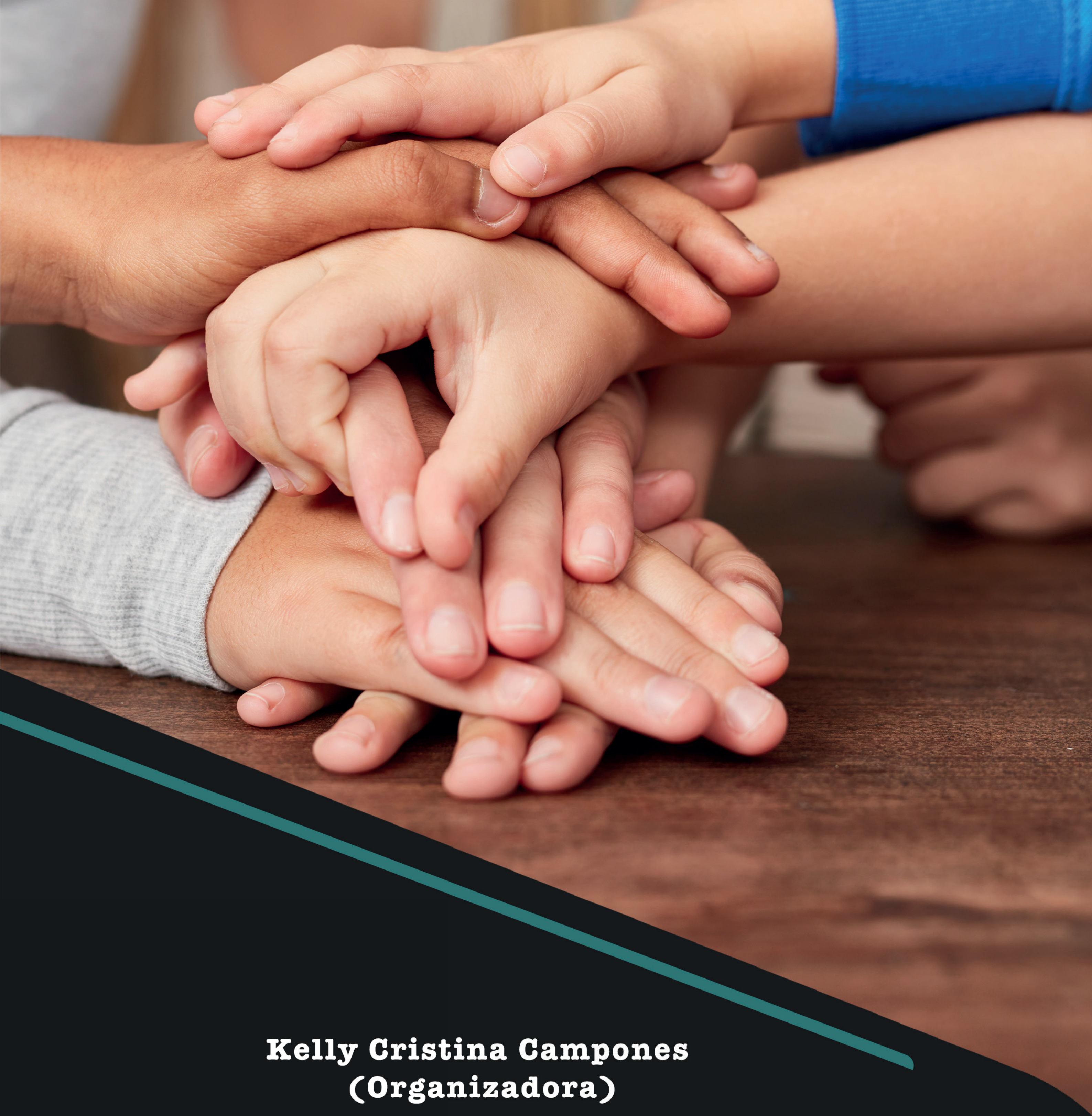


Kelly Cristina Campones
(Organizadora)

A Interlocução de Saberes na Formação Docente 3

Atena Editora
Ano 2019

Kelly Cristina Campones
(Organizadora)

A Interlocução de Saberes na Formação Docente 3

Atena Editora
2019

Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

I61 A interlocução de saberes na formação docente 3 [recurso eletrônico] / Organizadora Kelly Cristina Campones. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (A Interlocução de Saberes na Formação Docente; v. 3)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-534-1
DOI 10.22533/at.ed.341191408

1. Educação – Estudo e ensino – Avaliação. 2. Professores – Formação – Brasil. I. Campones, Kelly Cristina. II. Série.
CDD 370.71

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2019

APRESENTAÇÃO

Compreende-se que a formação de professores é uma área de pesquisa abrangente e de longa data, que vem apresentando grandes desafios: seja nas políticas públicas envolvidas, seja nas experiências adquiridas durante seu período de formação e/ou na compreensão sobre a consciência desse processo, no que tange a apropriação de saberes necessários à inserção na docência.

Neste sentido, a obra: “A interlocução dos saberes na formação docente” foi organizado considerando as pesquisas realizadas nas diferentes modalidades de ensino bem como, nas suas interfaces ligadas na área da saúde, inclusão, cultura, entre outras. Aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora, em seu I volume, apresenta, em seus 24 capítulos, as pesquisas relativas à Educação Infantil e o Ensino Fundamental I e II .

O volume II, composto por pesquisas relativas ao Ensino Superior perpassando pelo ensino da Educação de Jovens e Adultos , educação profissional e inovações e no seu terceiro volume, aspectos da formação de professores nas tratativas de inclusão bem como, a importância do papel do coordenador(a) e algumas práticas profissionais considerando a relação cultural como fator preponderante no desenvolvimento das práticas educacionais.

Cabe aqui apontar que, os diferentes saberes fundamentam o trabalho dos professores e pode se estabelecer a partir de um processo de enfrentamento dos desafios da prática, resultante em saberes, entretanto pode também ser resultado das resistências.

As suas relações com a exterioridade fazem com que, muitas vezes, valorizem-se muito os saberes experienciais, visto que, as situações vividas podem até ser diferentes, todavia guardam proximidades e resultam em estratégias e alternativas prévias para outras intercorrências.

A mediação entre as práticas de ensino docente frente às atividades propostas adotadas é envolta em uma dinâmica da sala de aula e por consequência na obtenção do conhecimento. Esse “[...] processo dinâmico, contraditório e conflituoso que os saberes dessa prática profissional são construídos e reconstruídos”. (ROMANOWSKI, 2007, p.55)

Aos autores dos diversos capítulos, pela dedicação e esforços sem limites, que viabilizaram esta obra que retrata pesquisas que nos leva ao repensar das ações educacionais, os agradecimentos dos Organizadores e da Atena Editora.

Por fim, esperamos que as pesquisas aqui descritas possam colaborar e instigar mais estudantes e pesquisadores na constante busca de aprofundar e/ou buscar inovar na área da interlocução dos saberes na formação docente e, assim, possibilitar sobre os aspectos quantitativos e qualitativos a busca constante das melhorias da formação docente brasileira.

Kelly Cristina Campones

SUMÁRIO

CAPÍTULO 19

A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E A RAZÃO ÁUREA

Renata Lúcia Sá Moreira
Instituto Federal de Alagoas - IFAL, Maceió – Alagoas

Givaldo Oliveira dos Santos
Instituto Federal de Alagoas - IFAL, Maceió – Alagoas

RESUMO: O universo com sua imensidão e harmonia provocam no homem um questionamento, resultando em constantes procuras por fundamentos que justifiquem tamanha simetria do meio em que vivemos. Para desvendar essa perfeição existente no universo temos a matemática como ferramenta primordial para auxiliar nesse processo de soluções, propondo combinações e relações numéricas. A proporção áurea ou razão áurea é estudada e aplicada desde as civilizações mais antigas (Contador, 2007), sendo observada em diversas manifestações na natureza e até no corpo humano. Esta razão foi observada no estudo de Leonardo Pisano um matemático conhecido com Fibonacci. Uma de suas principais obras é o livro ábaco. Um dos problemas que está no livro Ábaco é o dos pares de coelhos. Através deste problema que Fibonacci se deparou com a regularidade matemática observada na proporção áurea, que consiste numa constante real algébrica irracional**.** Esse trabalho tem o objetivo geral de apresentar a história de Fibonacci, sua descoberta que levou a razão áurea, exemplos dessas sequências, bem como, o processo de demonstração usado pelos estudiosos da área visando provar essa verdade matemática descoberta no século XI e, até hoje, conhecida como razão áurea. Bem como demostrar o retângulo áureo e algumas observações dele em objetos do nosso dia-a-dia e suas diversas aplicabilidades. Diante dos estudos e observações feitos nesse trabalho observou-se a importância da descoberta das sequências de Fibonacci, a razão áurea como número irracional, a beleza do retângulo de áureo como padrão de beleza e seu uso em diversas aplicabilidades nos dias atuais.

PALAVRAS-CHAVE: Sequência, Proporção, Fibonacci, número de ouro, retângulo áureo.

THE FIBONACCI SEQUENCE AND THE AUREA REASON

ABSTRACT: The universe with its immensity and harmony provoke in the man a questioning, resulting in constant searches for foundations that justify such a symmetry of the environment in which we live. To unveil this perfection in the universe, we have mathematics as a primordial tool to aid in this process of solutions, proposing combinations and numerical relations. The golden ratio or golden ratio is studied and applied from the earliest civilizations (Contador, 2007),

being observed in diverse manifestations in the nature and even in the human body. This reason was observed in the study of Leonardo Pisano a mathematician known as Fibonacci. One of his main works is the abacus book. One of the problems that is in the book Abacus is the pairs of rabbits. Through this problem Fibonacci came across the mathematical regularity observed in the golden ratio, which consists of a real irrational algebraic constant. This work has the general purpose of presenting the Fibonacci story, its discovery that led to golden reason, examples of these sequences, as well as the demonstration process used by scholars in the area to prove this mathematical truth discovered in the eleventh century and to this day , known as golden ratio. As well as demonstrating the golden rectangle and some observations of it in objects of our daily life and its various applicabilities. In view of the studies and observations made in this work, the importance of the discovery of the Fibonacci sequences, the golden ratio as an irrational number, the beauty of the golden rectangle as a beauty pattern and its use in several applicabilities in the present day was observed.
KEYWORDS: Sequence, Proportion, Fibonacci, gold number, golden rectangle.

1 I INTRODUÇÃO

O universo com sua imensidão e harmonia provocam no homem um questionamento, resultando em constantes procuras por fundamentos que justifiquem tamanha simetria do meio em que vivemos. Para desvendar essa perfeição existente no universo temos a matemática como ferramenta primordial para auxiliar nesse processo de soluções, propondo combinações e relações numéricas. A proporção áurea ou razão áurea é estudada e aplicada desde as civilizações mais antigas (Contador, 2007), sendo observada em diversas manifestações na natureza e até no corpo humano. Esta razão representa a mais agradável proporção entre dois segmentos ou duas medidas. Os gregos antigos a designavam como “divisão de um segmento em média e extrema razão” ou simplesmente “secção”.

Esse trabalho tem como proposta apresenta uma das mais interessantes sequências da Matemática, as chamadas sequências de Fibonacci, bem como, a sua relação com a razão Áurea, um número irracional que surge na natureza e nas variadas áreas da ciência. O objetivo geral é apresentar a história de Fibonacci, sua descoberta que levou a razão áurea, exemplos dessas sequências, bem como, o processo de demonstração usado pelos estudiosos da área visando provar essa verdade matemática, descoberta no século XI e, até hoje, conhecida como razão áurea. Bem como demonstrar o retângulo áureo e algumas observações dele em objetos do nosso dia-a-dia.

Este estudo está organizado em cinco partes, são elas: História de Fibonacci; Origem e definição da sequência de Fibonacci; Definição da Razão Áurea; o retângulo áureo e suas aplicações, e algumas considerações sobre a contribuição de Fibonacci.

2 I HISTÓRIA DE FIBONACCI

Segundo Boyer[1] (1974),Leonardo de Pisa, nasceu em Pisa na Toscânia (Itália) em 1170, e ficou conhecido como Leonardo Fibonacci devido ao fato de Fibonacci ser um diminutivo de Fillius Bonacci, que queria dizer filho de Bonacci, pelo que o nome de seu pai era, Guilielmo Bonnacci. Foi considerado o mais talentoso matemático de sua época, e viveu até os 75 anos.

No inicio do século XII, Pisa era um dos grandes centros comerciais italianos, tais como Gênova e Veneza, e tinha vários entrepostos comerciais pelos portos do Mediterrâneo. O pai de Leonardo ocupou o lugar de chefe de um desses entrepostos, no norte da costa de África e foi lá que Leonardo iniciou os seus estudos de matemática com professores islâmicos. Viajou pelo Mediterrâneo adquirindo o conhecimento matemático do mundo árabe. Entrou em contato com os procedimentos matemáticos orientais, com os métodos algébricos árabes e os numerais indo-arábicos e assimilou numerosas informações aritméticas e algébricas.

Convencido da superioridade prática desse sistema de numeração em comparação com o sistema de numeração Romana, tanto para os cálculos como para a escrita, por volta de 1202, quando regressa a sua cidade natal, publica a sua mais famosa obra intitulada Líber Abacci (livro do ábaco). Onde segundo Boyer[1] (1974), este não é um livro somente sobre ábaco, é um tratado muito complexo sobre os métodos e problemas algébricos em que o uso dos numerais indo-arábicos é fortemente recomendado.

O livro trata de assuntos aritméticos e algébricos e, com certeza foi um grande difusor pela Europa do sistema indo-arábico. Os inúmeros capítulos que integram a obra retratam a leitura e escrita desses numerais, assim como a resolução de vários problemas relacionados ao cálculo de inteiros e frações, e problemas de geometria e quanto à permutação de mercadorias.

O problema mais famoso entre todos os seus tratados é o que deu origem a sequência numérica 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,..., hoje conhecida como Sequência de Fibonacci.

3 I ORIGEM E DEFINIÇÃO DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Segundo boyer[1] (1974), no livro Ábaco de Leonardo, no capitulo 12, destaca-se o problema relacionado a reprodução de coelhos, onde o mesmo detectou a existência de uma regularidade matemática. Que consiste em um homem por um par de coelhos num lugar cercado por todos os lados por um muro. E se deseja saber quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par em um ano se, supostamente, todos os meses cada par dá à luz um novo par, que é fértil a partir do segundo mês.

Considerado as condições do problema, vejamos o processo de reprodução a cada mês:

- No primeiro mês nasce apenas um casal;
- Casais amadurecem e reproduzem-se apenas após o segundo mês de vida;
- Não há problemas genéticos no cruzamento consanguíneo;
- Todos os meses, cada casal fértil dá à luz um novo casal;
- Os coelhos nunca morrem.

Considerando as condições estabelecidas para o problema, o processo de reprodução, a cada mês obedece a configuração indicada na tabela 1.

Mês	Casais adultos	Filhotes	Total
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	2
4	2	1	3
5	3	2	5
6	5	3	8
7	8	5	13
8	13	8	21
9	21	13	34
10	34	21	55
11	55	34	89
12	89	55	144

Tabela 1 – Crescimento populacional da espécie investigada.

Fonte: Elaborado pelos autores.

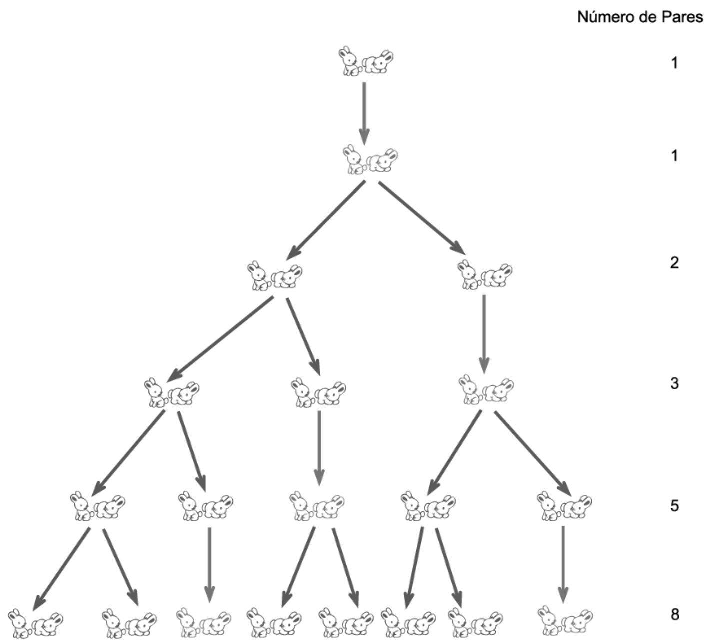


Figura 1: Esquema ilustrativo do cruzamento dos coelhos.

Fonte: https://goo.gl/owGnSu, 2018

Concluindo, o número de pares de coelhos em determinado mês, é a soma dos pares de coelhos existentes nos dois meses anteriores a este.

Os resultados das observações motivou Fibonacci a definir a seguinte sequência: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...), a qual ficou conhecida como sequência de Fibonacci.

Nessa direção, o modelo matemático que representa a situação é dado por:

$$F(n) = F_n = \begin{cases} 1, n = 1; \\ 1, n = 2; \\ F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 3, \text{ onde n é um número natural maior ou igual a 3.} \end{cases}$$

Essa relação é a lei associativa que representa a Sequência de Fibonacci, anteriormente explicitada.

A referida Sequência consiste numa sucessão infinita de números que obedecem a um padrão, em que cada elemento subsequente é a soma dos dois anteriores. Assim, após 0 e 1, vêm 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, etc.

4 I DEFINIÇÃO DA RAZÃO ÁUREA

Nessa seção, será definida uma intrigante constante da matemática, o número de ouro, daí surge á razão áurea.

A razão áurea, conhecida também como segmento áureo ou proporção áurea, representa a mais agradável proporção entre duas medidas. Os gregos antigos a designavam como “divisão de um segmento em média e extrema razão” ou simplesmente ‘secção”. No começo do século XXI acertou-se identificá-la pela letra grega **ϕ** (phi) (lê-se: Fi), em homenagem ao responsável pelo templo grego Parthenon, o arquiteto e escultor Phídias.

Podemos chega à razão áurea através da demonstração:

Consideremos que a m(AC) = 1 unidade, m(AB) = X e a m(BC) = 1-X.

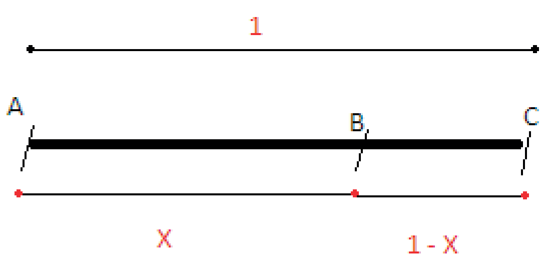


Figura 2: Segmento áureo.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Obtemos então a divisão de um segmento em média e extrema razão:

$$\frac{m(AC)}{m(AB)} = \frac{m(AB)}{m(BC)}$$

Ou seja:

$$\frac{1}{X} = \frac{X}{1-X}$$

Aplicamos a propriedade fundamental das proporções. O produto dos meios é igual ao produto dos extremos, obtendo uma equação de segundo grau:

$x^2 = 1 - x \rightarrow x^2 + x - 1 = 0$

Resolvemos a equação e encontramos duas raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4.1.(-1)}}{2.1}$$

$$\mathrm{x} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Desprezamos a raiz negativa e calculamos a razão phi = 1/x para obter:

$phi = \frac{1}{-1+\sqrt{5}/_2}$ ≈ 1,61803398875..., que é o número phi, denominado número de ouro.

Convém observar que, sendo irracional, o número de ouro é um número decimal infinito e não periódico. Assim, qualquer representação finita de phi é uma aproximação e não o valor do número de ouro.

5 I O RETÂNGULO ÁUREO E SUA APLICAÇÕES

O retângulo áureo é uma figura esteticamente agradável aos olhos. Ele apresenta os seus lados na razão áurea, isto e: a/b = 1,618... O Partenon Grego, construído por volta de 447 e 433 a.C, templo representativo de Péricles contém a razão de Ouro no retângulo que contém a fachada e que Phídias foi o escultor e o arquiteto encarregado da construção deste templo. Muitos pintores do Renascimento também fizeram uso desse retângulo em suas obras e trabalhos. Citando alguns exemplos temos: O Sacramento da Última Ceia, de Salvador Dalí, onde as dimensões do quadro são aproximadamente 270 cm x 167 cm, que estão numa razão áurea entre si. Também temos a obra de Mona Lisa (La Gioconda), feita em 1505, como o quadro A anunciação, feito em 1472 ambos do pintor Leonardo da Vinci onde podem ser observados os retângulos áureos. Um obra arquitetônica importante é a Catedral de Notre Dame de Chartres, na França, considerada a rainha das catedrais góticas, a Fonte em pedra e luz de toda uma Fé.

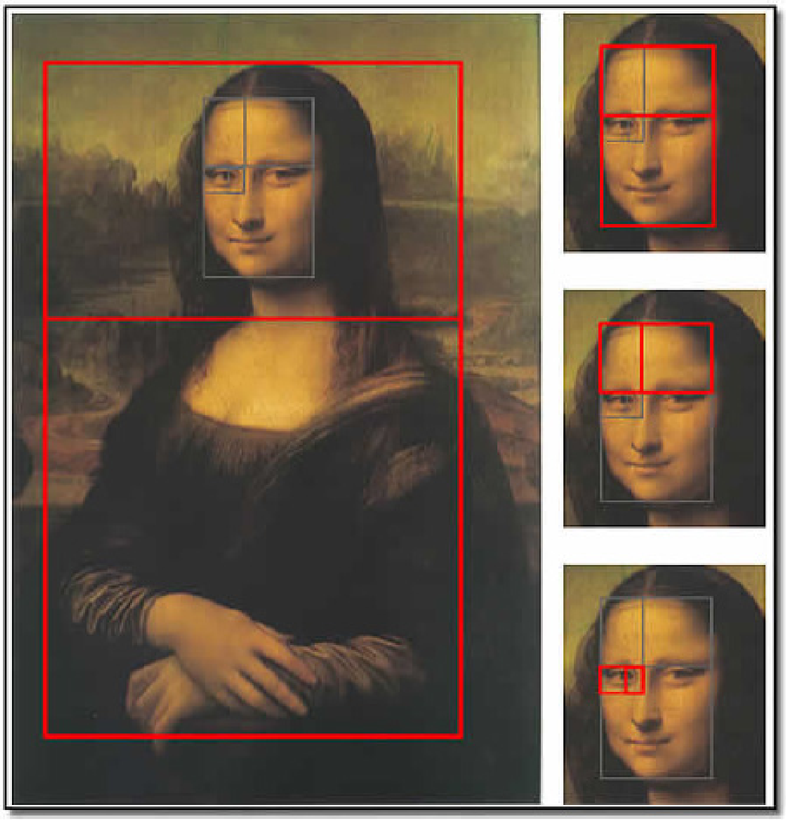
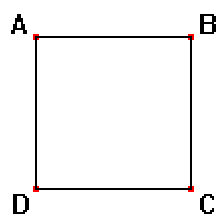
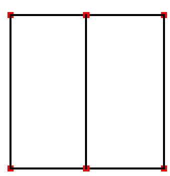
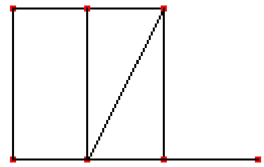
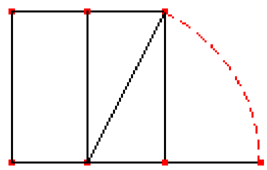
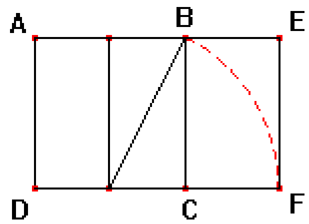
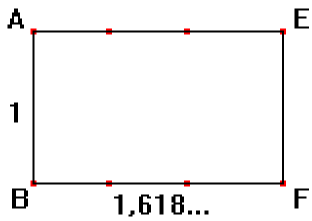


Figura 3: Os retângulos áureos no quadro de Mona Lisa.

Fonte: https://goo.gl/NjFnn1, 2018

Observe como podemos construir um retângulo áureo:

Inicialmente vamos construir um quadrado cuja medida do lado seja uma unidade de comprimento;	
Unindo o ponto médio do lado AB com o ponto médio do lado DC, obtemos dois retângulos congruentes.	

Prolongamos o lado DC do quadrado e traçamos uma das diagonais do segundo retângulo, conforme o modelo ao lado.	
Com a ponta seca do compasso no vértice inferior esquerdo do segundo retângulo, abertura igual a medida da diagonal, traçamos um arco do vértice direito superior do retângulo ao prolongamento do lado DC do quadrado.	
Partindo do ponto de interseção do arco com o segmento da base, traçamos o segmento EF paralelo ao lado AD. Prolongamos o lado AB do quadrado até encontrar o segmento EF para formar o retângulo;	
O retângulo AEFB aqui construído apresenta a razão entre suas dimensões igual a 1,618..., por isso e chamado retângulo áureo.	

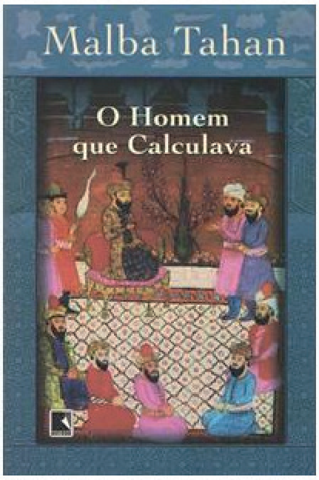
Sendo tão agradável aos olhos o retângulo áureo é utilizado até hoje em diversas áreas, aqui demostraremos a razão áurea nas medidas de cartões de crédito, carteiras de habilitação, capas de livros.

Figura 3: medidas cartão de crédito.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Podemos observar que a razão entre as medidas do cartão de crédito 86/54 = 1,592..., se aproximam do número de ouro (1,618...).

21 cm



13,5 cm

Figura 4: Medidas capa de livro.

Fonte: Elaborada pelos autores.

A medida da capa do livro também se aproxima da razão áurea, 21/13,5 = 1,555...

6 I ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A CONTRIBUIÇÃO DE FIBONACCI.

Livio[6] (2011) destaca a importância de Fibonacci na difusão da razão Áurea.

“O papel de Fibonacci na história da Razão Áurea é realmente fascinante. Por um lado, nos problemas em que usava conscientemente a Razão Áurea, foi responsável por um progresso significativo, mas não espetacular. Por outro, simplesmente formulando um problema que, em princípio, nada tinha a ver com a Razão Áurea, ele expandiu drasticamente o escopo da Razão Áurea e de suas aplicações.” (Livio, 2011, p.115)

Por vários séculos muitos matemáticos se debruçaram no estudo da Razão Áurea, mas foi o célebre astrônomo das três leis planetárias Johannes Kepler que notou em 1611, que a divisão entre um número de Fibonacci e sua antecedente leva ao número ϕ quando se avança para valores cada vez maiores na sequência. Em termos matemáticos, $^{F_n}/_{F_{n-1}}$ isto quer dizer que tende para ϕ quando n tende para o infinito.

A tabela a seguir ilustra bem a situação descrita. Cada número da 2º coluna da tabela 2 representa um número de Fibonacci. Dividindo-se um número de Fibonacci por seu antecessor podemos verificar que o resultado se aproxima cada vez mais do número de ouro.

N	F_n	F_n/F_{n-1}
1	1	
2	1	1/1 = 1
3	2	2/1 = 2
4	3	3/2 = 1,5
5	5	5/3 = 1,66667
6	8	8/5 = 1,6
7	13	13/8 = 1,625
8	21	21/13 = 1,61538
9	34	34/21 = 1,61905
10	55	55/34 = 1,61765
11	89	89/55 = 1,61818
12	144	144/89 = 1,61798
13	233	233/144 = 1,61806

Tabela 2: Divisão de um número de Fibonacci por seu antecessor e a obtenção de um número cada vez mais próximo de do número de ouro.

Fonte: Elaborada pelos Autores.

O resultado apresentado, na verdade é válido para todas as sequências de Fibonacci, como bem elucida Huntley[5] (1985, p.55). O ϕ, em conformidade com sua característica de aparecer inesperadamente em locais estranhos está relacionado com qualquer sequência de formação de acordo com a lei, segundo a qual, cada termo é a soma de dois termos anteriores, quaisquer que sejam os dois primeiros termos $u_n = u_n + u_{n-1}$. A razão de termos sucessivos, $^{u_{n+1}}/_{u_n}$, aproxima-se cada vez mais de ϕ, à medida que n aumenta.

Seu valor foi a muito identificada como equivalente a 1,618..., convém observar que, sendo irracional, o número Phi, ou número de ouro é um número decimal infinito e não periódico. Assim, qualquer representação finita de Phi é uma aproximação e não o valor do número de ouro.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve a intenção de propor o estudo de um dos números mais intrigantes da matemática: o número de ouro. No decorrer dessa pesquisa, fizemos uma abordagem histórica sobre a vida de Fibonacci, a sequência numérica descoberta por ele, a razão áurea, o retângulo áureo e sua aplicação em objetos históricos e do nosso dia a dia.

Sabemos da sua importância no passado, como a arte, arquitetura, pintura e também a sua importância no presente, na estética, formato de cartões de crédito, carteiras de habilitação e capas de livros. Tudo isso nos faz perceber a importância desta razão ao logo da história e o motivo pelo qual chamamos e número de ouro.

Com os exemplos apresentados neste trabalho, esperamos ter contribuído para mostrar aos alunos e professores que a Matemática e, especificamente, a proporção áurea possuem várias aplicações nas diversas áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

[1] BOYER, C. B. História da Matemática. São Paulo: Editora Edgar Blucher Ltda,1974.

[2] CLUBES DE MATEMÁTICA DA OBMEP, Atividade: A razão áurea. Disponível em < http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-a-razao-aurea/> Acesso em: 15 de setembro de 2018.

[3] CONTADOR, P. R. M. A matemática na arte e na vida. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

[4] EBIOGRAFIA. Leonardo Fibonacci. Disponível em https://www.ebiografia.com/leonardo_fibonacci/ Acesso em 19 de setembro de 2018.

[5] HUMTLEY, H. E. A divina proporção – Um ensaio sobre a beleza matemática. Brasília: Editora UNB, 1985.

[5] LIVIO, M. Razão Áurea: a história de fi, um número surpreendente, 6° edição, Rio de Janeiro: Editora Record, 2011.

[6] MATHEMATIKOS. Retângulo Áureo. Disponível em < http://mathematikos.mat.ufrgs.br/im/mat01038051/projetos/artmat/retan_aureo.htm> Acesso em: 23 de setembro de 2018.

[7] O NÚMERO DE OURO. Disponível em < http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm17/ouro.htm> Acesso em: 11 de setembro de 2018.

[8] WIKIPEDIA. Retângulo de ouro. Disponível em < https://pt.wikipedia.org/wiki/Ret%C3%A2ngulo_de_ouro#cite_ref-Jota_1-0> Acesso em: 01 de outubro de 2018.

ÍNDICE REMISSIVO

A

B

C

D

E

F

I

L

N

P

S

V

W

Atena Editora

2020