# Ensino Aprendizagem de Matemática

Eliel Constantino da Silva (Organizador)



# Eliel Constantino da Silva

(Organizador)

# Ensino Aprendizagem de Matemática

Atena Editora 2019

# 2019 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2019 Os Autores

Copyright da Edição © 2019 Atena Editora

Editora Executiva: Profa Dra Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação: Geraldo Alves Edição de Arte: Lorena Prestes

Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

#### Conselho Editorial

#### Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

- Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto Universidade Federal de Pelotas
- Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson Universidade Tecnológica Federal do Paraná
- Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho Universidade de Brasília
- Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior Universidade Estadual de Ponta Grossa
- Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio Universidade de Lisboa
- Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira Universidade Federal de Rondônia
- Prof. Dr. Gilmei Fleck Universidade Estadual do Oeste do Paraná
- Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
- Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior Universidade Federal Fluminense
- Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves Universidade Federal do Tocantins
- Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan Instituto Federal do Rio Grande do Norte
- Profa Dra Paola Andressa Scortegagna Universidade Estadual de Ponta Grossa
- Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior Universidade Federal do Oeste do Pará
- Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera Universidade Federal de Campina Grande
- Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme Universidade Federal do Tocantins

#### Ciências Agrárias e Multidisciplinar

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
- Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira Instituto Federal Goiano
- Profa Dra Daiane Garabeli Trojan Universidade Norte do Paraná
- Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva Universidade Estadual Paulista
- Prof. Dr. Fábio Steiner Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
- Profa Dra Girlene Santos de Souza Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
- Prof. Dr. Jorge González Aguilera Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
- Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza Universidade do Estado do Pará
- Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior Universidade Federal de Alfenas

#### Ciências Biológicas e da Saúde

- Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto Universidade Federal de Goiás
- Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio Universidade Federal de Santa Catarina
- Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco Universidade Federal de Santa Maria
- Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior Universidade Federal do Oeste do Pará



Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Profa Dra Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos - Universidade Federal do Maranhão

Profa Dra Vanessa Lima Gonçalves - Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

#### Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado - Universidade do Porto

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos - Instituto Federal do Pará

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Takeshy Tachizawa - Faculdade de Campo Limpo Paulista

#### Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira - Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos - Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba

Prof. Msc. André Flávio Goncalves Silva - Universidade Federal do Maranhão

Prof.<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Andreza Lopes - Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico

Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda - Universidade Federal do Pará

Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva - Universidade Estadual Paulista

Prof.<sup>a</sup> Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Msc. Leonardo Tullio - Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof.<sup>a</sup> Msc. Renata Luciane Polsague Young Blood - UniSecal

Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel - Universidade Paulista

#### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E59 Ensino aprendizagem de matemática [recurso eletrônico] /

Organizador Eliel Constantino da Silva. - Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-7247-545-7

DOI 10.22533/at.ed.457192008

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Formação. I. Silva, Eliel Constantino da.

CDD 510.7

#### Elaborado por Maurício Amormino Júnior - CRB6/2422

Atena Editora Ponta Grossa - Paraná - Brasil www.atenaeditora.com.br contato@atenaeditora.com.br



## **APRESENTAÇÃO**

Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

Os trabalhos abordam temas atuais e relevantes ao ensino e aprendizagem da Matemática, tais como: a relação da Matemática com a música no ensino de frações, livros didáticos e livros literários no ensino de Matemática, uso de instrumentos de desenho geométrico, jogos, animes e mangá como contribuições para o desenvolvimento da Matemática em sala de aula, análise dos problemas que envolvem o ensino de Trigonometria no Ensino Médio, a ausência do pensamento matemático e argumento dedutivo na Educação Matemática, investigação e modelagem matemática, tendências em Educação Matemática, formação inicial de professores de Matemática e apresentam um aprofundamento da Matemática através dos dígitos verificadores do cadastro de pessoas físicas (CPF), simetria molecular, análise numérica e o Teorema de Sinkhorn e Knopp.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca do ensino e aprendizagem da Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas.

O livro inicia-se com seis capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Em seguida há 9 capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, seguidos de 4 capítulos que abordam a temática do livro no Ensino Superior. E por fim, encontram-se 10 capítulos que trazem em seu cerne a Matemática enquanto área do conhecimento, sem a apresentação de uma discussão acerca do seu ensino e do processo de aprendizagem.

Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Eliel Constantino da Silva

SUMÁRIO
CAPÍTULO 11
RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA: UMA FORMA DE TRABALHAR COM FRAÇÕES
Enoque da Silva Reis Hemerson Milani Mendes Samanta Margarida Milani
DOI 10.22533/at.ed.4571920081
CAPÍTULO 214
POSSIBILIDADES DIDÁTICAS E PEDAGÓGICAS DO USO DA IMAGEM VIRTUAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO ENVOLVENDO SEMIÓTICA EM UMA FANPAGE E LIVROS DIDÁTICOS
Luciano Gomes Soares José Joelson Pimentel de Almeida
DOI 10.22533/at.ed.4571920082
CAPÍTULO 3
PIFE DA POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO – UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA Ítalo Andrew Rodrigues Santos Joao Paulo Antunes Carvalho Josué Antunes de Macêdo Lílian Isabel Ferreira Amorim
DOI 10.22533/at.ed.4571920083
CAPÍTULO 435
O ENSINO DE MATEMÁTICA COM O AUXILIO DE LIVROS LITERÁRIOS EM TURMAS DO 8ºANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
Karine Maria da Cruz Lucília Batista Dantas Pereira
DOI 10.22533/at.ed.4571920084
CAPÍTULO 5
RELATO DA UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS DE DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS  Luana Cardoso da Silva Washington Leonardo Quirino dos Santos Leonardo Cinésio Gomes
Cristiane Fernandes de Souza

ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO VAI E VEM DAS EQUAÇÕES NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU

Anderson Dias da Silva Lucília Batista Dantas Pereira

DOI 10.22533/at.ed.4571920086

CAPITULO 7
TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DOS PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O SEU ENSINO NO IFPB CAMPUS CAJAZEIRAS-PB  Francisco Aureliano Vidal Carlos Lisboa Duarte Adriana Mary de Carvalho Azevedo Kíssia Carvalho Geraldo Herbetet de Lacerda Uelison Menezes da Silva
DOI 10.22533/at.ed.4571920087
CAPÍTULO 8
OS JOGOS MATEMÁTICOS PARA MINIMIZAR A MATEMATOFOBIA DOS ALUNOS: UM ENCONTRO NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA Hellen Emanuele Vasconcelos Albino Yalorisa Andrade Santos Kátia Maria de Medeiros
DOI 10.22533/at.ed.4571920088
CAPÍTULO 990
O ESTUDO DA PARÁBOLA NA FORMA CANÔNICA E COMO LUGAR GEOMÉTRICO Micheli Cristina Starosky Roloff
DOI 10.22533/at.ed.4571920089
CAPÍTULO 1098
LEONHARD EULER (1707-1783) E ESTUDO DA FÓRMULA DE POLIEDROS NO ENSINO MÉDIO  Julimar da Silva Aguiar  Eliane Leal Vasquez  DOI 10.22533/at.ed.45719200810
CAPÍTULO 11
AUSÊNCIA DE PENSAMENTO MATEMÁTICO E ARGUMENTO DEDUTIVO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: RESULTADOS DE UMA PESQUISA  Marcella Luanna da Silva Lima Abigail Fregni Lins Patricia Sandalo Pereira  DOI 10.22533/at.ed.45719200811
CAPÍTULO 12
AS FORMAS GEOMÉTRICAS NO DESENHO (ANIMES, MANGÁ): UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA AO ENSINO DE GEOMETRIA  Luciano Gomes Soares Tayná Maria Amorim Monteiro Xavier Mônica Cabral Barbosa Rosemary Gomes Fernandes Maria da Conceição Vieira Fernandes
DOI 10.22533/at.ed.45719200812

CAPITULO 13141
A INVESTIGAÇÃO E A MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO EXPERIMENTAL COM A LARANJA CITRUS SENENSIS
Igor Raphael Silva de Melo Célia Maria Rufino Franco Marcos dos Santos Nascimento Villalba Andréa Vieira de Lucena
DOI 10.22533/at.ed.45719200813
CAPÍTULO 14150
"A MAÇÃ DO PROFESSOR": EXPLORANDO O CÁLCULO DO VOLUME DE UMA MAÇÃ EM AULAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA  Igor Raphael Silva de Melo Célia Maria Rufino Franco Isaac Ferreira de Lima João Elder Laurentino da Silva Jucimeri Ismael de Lima
DOI 10.22533/at.ed.45719200814
CAPÍTULO 15160
CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA
Júlio César dos Reis Aldo Brito de Jesus
DOI 10.22533/at.ed.45719200815
CAPÍTULO 16171
ESTADO DA ARTE SOBRE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO/UFPE-CAA  Marcela Maria Andrade Teixeira da Silva  Edelweis José Tavares Barbosa  Maria Lucivânia Source dos Santos
Maria Lucivânia Souza dos Santos Jéssika Moraes da Silva
DOI 10.22533/at.ed.45719200816
CAPÍTULO 17181
CONTRUBUIÇÕES DOPIBIDNA FORMAÇÃO INICIAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA  Eduardo da Silva Andrade Eduarda de Lima Souza Fanciclaudio de Meireles Silveira Egracieli dos Santos Ananias Leonardo Cinésio Gomes Tiago Varelo da Silva
DOI 10.22533/at.ed.45719200817
CAPÍTULO 18
A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO CURSO DE PEDAGOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS  Meire Aparecida De Oliveira Lopes  Liliane Oliveira Souza

DOI 10.22533/at.ed.45719200818

CAPITULO 19204
OS DÍGITOS VERIFICADORES DO CADASTRO DE PESSOAS FÍSICAS (CPF)  Pedro Leonardo Pinto de Souza  Vinícius Vivaldino Pires de Almeida  Edney Augusto Jesus de Oliveira
DOI 10.22533/at.ed.45719200819
CAPÍTULO 20
CAPÍTULO 21
DOI 10.22533/at.ed.45719200821
CAPÍTULO 22
CAPÍTULO 23
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO DE CRANK-NICOLSON  Ítalo Augusto Magalhães de Ávila Felipe José Oliveira Ribeiro Hélio Ribeiro Neto Aristeu da Silveira Neto  DOI 10.22533/at.ed.45719200823
CAPÍTULO 24254
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA ONDA UNIDIMENSIONAL EM REGIME
TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO  Gabriel Machado dos Santos  Ítalo Augusto Magalhães de Ávila  Hélio Ribeiro Neto  Aristeu da Silveira Neto
DOI 10.22533/at.ed.45719200824

CAPÍTULO 25
A IDEIA GEOMÉTRICA DA HOMOLOGIA E DO GRUPO FUNDAMENTAL Wendy Díaz Valdés Lígia Laís Fêmina Teófilo Jacob Freitas e Souza Joyce Antunes da Silva
DOI 10.22533/at.ed.45719200825
CAPÍTULO 26
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO BIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO  Ítalo Augusto Magalhães de Ávila Felipe José Oliveira Ribeiro Hélio Ribeiro Neto Aristeu da Silveira Neto  DOI 10.22533/at.ed.45719200826
CAPÍTULO 27
TEOREMA DE SINKHORN E KNOPP  Gabriel Santos da Silva  Daniel Cariello  Wendy Díaz Valdés  Joyce Antunes da Silva
DOI 10.22533/at.ed.45719200827
CAPÍTULO 28
O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O AUXILIO DO SOFTWARE GEOGEBRA UTILIZANDO PROJEÇÃO PARA ÓCULOS ANAGLIFO Rosângela Costa Bandeira Aécio Alves Andrade Hudson Umbelino dos Anjos Jarles Oliveira Silva Nolêto
DOI 10.22533/at.ed.45719200828
CAPÍTULO 29298
O USO DE SOFTWARES EDUCACIONAIS COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS Cristiane Batista da Silva Aécio Alves Andrade Hudson Umbelino dos Anjos Jarles Oliveira Silva Nolêto
DOI 10.22533/at.ed.45719200829
SOBRE O ORGANIZADOR309
ÍNDICE REMISSIVO

# **CAPÍTULO 20**

### SIMETRIA MOLECULAR

#### **Guilherme Bernardes Rodrigues**

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica

Uberlândia - MG

#### Wendy Díaz Valdés

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Matemática

Uberlândia - MG

#### Teófilo Jacob Freitas e Souza

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica

Uberlândia - MG

#### Alonso Sepúlveda Castellanos

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Matemática

Uberlândia - MG

RESUMO: A simetria molecular tem sido amplamente utilizada como ferramenta de estudo em aplicações como a espectroscopia vibratória, a teoria orbital molecular e a espectroscopia eletrônica. O interessante deste trabalho é que por meio dele se possibilita verificar o uso de conceitos matemáticos, como o de Grupos Diedrais e de Teoria de Grupo de Pontos, na determinação das propriedades de uma molécula de forma mais prática e simples, como por exemplo a polaridade e a quiralidade. Tal fato ocorre observando em qual grupo de pontos a molécula é classificada.

**PALAVRAS-CHAVE:** Teoria de grupos, Moléculas, Grupo de pontos.

#### MOLECULAR SYMMETRY

ABSTRACT: Molecular symmetry has been widely used as a study tool in applications such as vibration spectroscopy, molecular orbital theory and electron spectroscopy. The interesting thing about this work is that by means of it, it is possible to verify the use of mathematical concepts, such as the Diedrais Groups and the Group of Points Theory, in determining the properties of a molecule in a more practical and simple form, such as polarity and chirality. This fact occurs by observing at which group of points the molecule is classified. **KEYWORDS:** Groups theory, Molecules, Group of points.

# 1 I INTRODUÇÃO

Segundo Lima (1998), um grupo é um conjunto não vazio G munido de uma operação interna denotada por  $\rho(g,h)=g*h$  que satisfaz as seguintes propriedades:

i. Associativa - Para todo  $g,h,k \in G$  tem-se que g\*(h\*k)=(g\*h)\*k;

ii. Existência de elemento neutro - Existe  $e \in G$  tal que g \* e = e \* g = g;

iii. Existência de elemento inverso - Para cada  $g \in G$  existe  $h \in G$  tal que g\*h=h\*g=e .

Como exemplos pode-se citar o conjunto dos números inteiros, que é um grupo com operação natural de soma. Sendo que o elemento neutro nesse caso é o número 0 e o inverso de um elemento qualquer  $\mathcal{G}$  é  $-\mathcal{G}$ . Tem-se também que o conjunto dos números reais  $\mathbb{R}\setminus\{0\}$  é um grupo com operação natural de multiplicação, onde o elemento neutro é o número 1 e o inverso de um elemento qualquer  $\mathcal{G}$  é  $1/\mathcal{G}$ . As simetrias associadas aos polígonos regulares e suas operações pertencem aos chamados grupos diedrais, os quais são denotados por  $D_n$ . Os grupos diedrais são encontrados frequentemente em obras arquitetônicas, objetos e até mesmo em animais e moléculas (GARCIA e LEQUAIN, 2009).

Pode ser mostrado que  $D_n=\langle R,F\rangle$ , que representa o conjunto gerado por  $R=R_{360/n}$  e F uma reflexão qualquer. Então,  $R^n=F^2=Id$  e  $FRF=R^{-1}$ . Logo,

$$D_n = \{Id, R, R^2, ..., R^{n-1}, F, FR, FR^2, ..., f = FR^{n-1}\}$$

Em particular, para n=3, tem-se as simetrias do triângulo que formam o grupo diedral  $D_3$ . Noteque es segrupo tem se is elementos  $D_3=\left\{R_1,R_2,R_3,F_1,F_2,F_3\right\}$  e em geral os grupos diedrais tem 2n elementos onde n é o número de lados do polígono.

Outro conceito importante que será utilizado neste trabalho é o conceito de grupos cíclicos. Um grupo é cíclico se ele é gerado por um dos seus elementos. Por exemplo, o grupo  $\mathbb{Z}_6 = \left\{0,1,2,3,4,5\right\}$  com a soma módulo 6 é um grupo cíclico já que o elemento 1 gera o grupo todo.

De acordo com Hochstrasser (1966) existem cinco tipos de operações de simetria:

- 1 A operação identidade é a mais simples, geralmente indicada pelo símbolo
   E é uma rotação de 0 graus;
- 2 A reflexão (rotação de 180 graus) por meio de um plano é denotada pela letra grega  $\sigma$ ;
- 3 A rotação sobre um eixo é denotada  $C_n$ . Onde C significa que uma rotação está envolvida e o subíndice n indica qual a fração de uma rotação completa por  $2\pi$  deve ser executada. Por exemplo, uma rotação de 120 graus ou  $\left(2\pi/3\right)$ é chamada de rotação  $C_3$ . Escolhendo-se o sentido horário para a rotação  $C_n$ ;
- 4 Uma roto-reflexão  $\left(S_{n}\right)$  consiste em uma rotação seguida de uma reflexão por meio do plano perpendicular ao eixo de rotação;
- 5 A inversão (i) consiste na passagem de cada ponto através do centro de inversão e o posicionamento destes a uma distância similar no lado oposto.

#### **2 I SIMETRIA MOLECULAR**

Os grupos de pontos são uma classificação que as moléculas recebem usando critérios simétricos. A seguir, um resumo dessa classificação proposta por Vallance (2009), Willock (2009) e Hochstrasser (1966), dentre outros autores.

1. Grupo sem-eixo:  $C_s$ ,  $C_i$  e  $C_1$ . Se não houver nenhum eixo de simetria, então há apenas algumas opções para elementos simétricos que podem ser usadas em um grupo. O grupo  $C_1$  apresenta somente a identidade (item a da Fig. 1). O grupo  $C_s$  além da identidade apresenta um plano de reflexão,  $\sigma_h$  (item b da Fig. 1). O grupo  $C_i$  apresenta a identidade e um centro de inversão i (item c da Fig. 1). Algumas moléculas deste grupo são apresentadas mais à direita da Fig. 1.

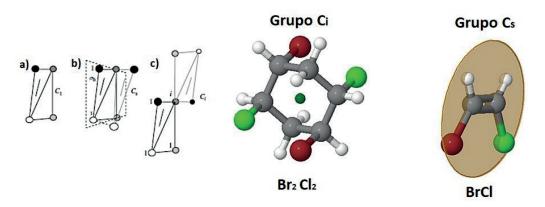


Figura 1: Grupos sem-eixo (SYMMETRY OTTERBEIN).

2. Grupos cíclicos:  $C_n$  e  $S_n$ . O grupo de pontos  $C_n$  contém a identidade e n planos de rotação. Já o grupo de pontos  $S_n$  contém a identidade e um eixo de roto-reflexão. Em ambos os casos, o subíndice indica a ordem do eixo. Na Fig. 2 são apresentadas algumas moléculas deste grupo.

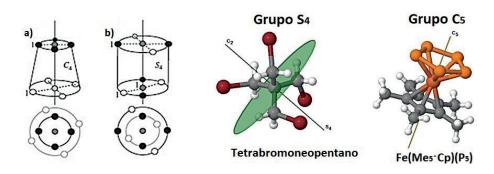


Figura 2: Grupos cíclicos (SYMMETRY OTTERBEIN).

3. Grupos relativos ao eixo (axiais) contendo planos de espelho:  $C_{n\,h}$  e  $C_{n\,v}$ . Nesses grupos, há apenas um eixo e o subíndice né usado para indicar sua ordem. Os grupos de pontos  $C_{n\,h}$  contêm um único plano horizontal, enquanto os grupos  $C_{n\,v}$  têm n planos verticais. Duas moléculas deste

4. Grupos relativos ao eixo com múltiplos eixos de rotação:  $D_n$ ,  $D_{nd}$  e  $D_{nh}$ . Grupos que contêm múltiplos eixos de rotação que não podem ser considerados grupos cúbicos, são representados com o símbolo começando com a letra D. O grupo  $D_n$  apresenta apenas eixo de reflexão. O grupo  $D_{nd}$  é uma extensão do grupo  $D_n$  com a introdução de planos diedrais espelhados entre os eixos  $C_2$  horizontais. Já o grupo  $D_{nh}$  possui os mesmos elementos de simetria do grupo  $D_n$ , porém com a introdução de um plano horizontal. Algumas moléculas deste grupo são indicadas na Fig. 4.

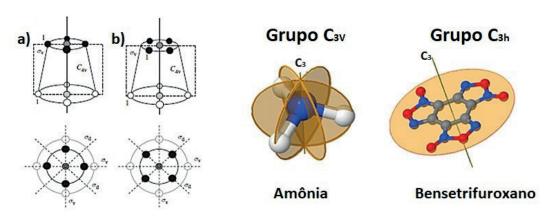


Figura 3: Grupos com planos espelhos (SYMMETRY OTTERBEIN).

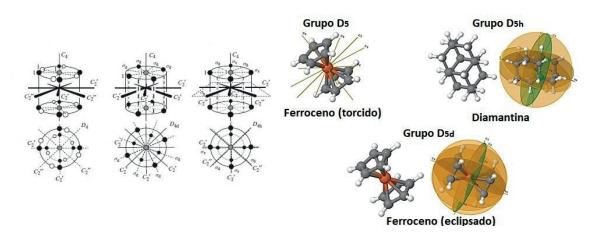


Figura 4: Grupos com múltiplos eixos de rotação (SYMMETRY OTTERBEIN).

Grupos especiais para moléculas lineares:  $C_{\infty \ \nu}$  e  $D_{\infty \ h}$ . Moléculas com infinitos planos espelhos verticais e eixos de rotação se encontram nos grupos chamados de  $C_{\infty \ \nu}$ . Neste caso as moléculas são lineares e com extremos diferentes. Se a molécula tiver pontos equivalentes em qualquer extremidade do eixo, ela também terá um plano de espelho horizontal  $\sigma_h$  e um número infinito de eixos  $C_2$  perpendiculares ao eixo principal. Neste caso, o grupo de pontos será  $D_{\infty \ h}$ . Algumas moléculas desses grupos são mostradas na Fig. 5.

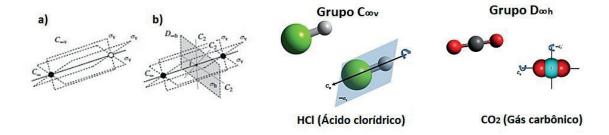


Figura 5: Grupos com moléculas lineares (SYMMETRY OTTERBEIN).

5. Os grupos cúbicos:  $T_d$  e  $O_h$ . O grupo  $T_d$  apresenta os elementos de simetria de um tetraedro regular, incluindo a identidade, 4 eixos  $C_3$ , 3 eixos  $C_2$ , 6 planos espelhos diedrais e 3 eixos  $S_4$ . O grupo  $O_h$  apresenta os elementos de simetria de um octaedro regular. Algumas moléculas deste grupo se encontram na Fig. 6. Vale ressaltar que os grupos T e O são semelhantes aos grupos  $T_d$  e  $O_h$ , respectivamente, porém sem os planos de reflexão. O grupo  $T_h$  é similar ao grupo T , mas contendo o centro de inversão.



Figura 6: Grupos cúbicos (SYMMETRY OTTERBEIN).

A simetria do grupo de pontos é uma propriedade importante de moléculas amplamente utilizada em alguns ramos da química como a espectroscopia, a química quântica e a cristalografia. Entre as propriedades físicas e químicas tem-se a polaridade e a quiralidade (VALLANCE, 2009).

A. Polaridade: Um dipolo é um sistema constituído de duas cargas separadas por uma distância qualquer, como as ligações químicas covalentes em que os átomos têm eletronegatividades diferentes. As interações dipolo- dipolo ou interações entre dipolos permanentes são forças atrativas que ocorrem entre moléculas polares. As forças intermoleculares, genericamente chamadas de Forças de Van der Waals podem ser classificadas em três tipos: dipolo induzido-dipolo induzido, ligações de hidrogênio e dipolo permanente- dipolo permanente. Para que uma molécula tenha um momento de dipolo permanente, ela deve ter uma distribuição de carga assimétrica. Portanto, os únicos grupos compatíveis com um momento de dipolo são  $C_n$ ,  $C_{n,v}$  e  $C_s$ 

. Em moléculas pertencentes a  $C_n$  ou  $C_{nv}$ , o dipolo deve estar ao longo do eixo de rotação. Por exemplo, a molécula da água (Fig. 7), que pertence ao grupo  $C_{2v}$  e seus elementos são o eixo  $C_2$  com operação rotação e os planos  $\sigma_{xz}$  e  $\sigma_{yz}$  com a operação reflexão. Nesse caso, são formados pelos átomos de hidrogênio e um de oxigênio e não se encontram perpendiculares ao eixo de rotação  $C_2$ .

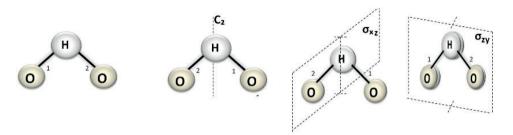


Figura 7: Molécula da água.

B. Quiralidade: Um exemplo de simetria em química é encontrado nos pares isoméricos de moléculas chamadas enantiômeros. Os enantiômeros são imagens-espelho não superponíveis uma a outra, e uma consequência desse relacionamento simétrico é que eles rodam o plano da luz polarizada passando por eles em direções opostas. Formalmente, o elemento de simetria que impede que uma molécula seja quiral é uma roto-reflexão  $S_a$ . Essa operação, geralmente está implícita em outros elementos de simetria presentes em um grupo, como por exemplo: em alguns tipos de ferroceno o eixo C, juntamente com o plano horizontal, coincide com o S, . Além disso, uma molécula definitivamente não pode ser quiral se tiver um centro de inversão ou um plano espelho de qualquer tipo. Mas se esses elementos de simetria estiverem ausentes na molécula deve se verificar cuidadosamente a presença de um eixo S, antes que se conclua que ela é quiral. Um exemplo de molécula quiral é a hidrazina, que é um composto inorgânico com a fórmula química N2H4, conhecido também pelo nome de diamidogênio. É um líquido inflamável incolor com odor de amoníaco. Ela pertence ao grupo C, e como a Fig. 8 mostra, este composto possui somente como elemento de simetria o eixo C<sub>2</sub> com a operação de rotação.

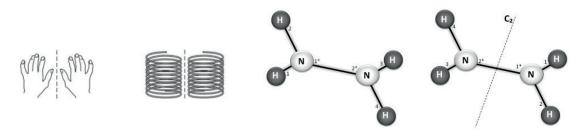


Figura 8: Quiralidade.

### 3 I CONCLUSÃO

A aplicação da Teoria de Grupos é uma ferramenta altamente utilizada hoje em dia que acopla conhecimentos matemáticos a propriedades físico-químicas moleculares, auxiliando a determinação das moléculas e suas principais características. Algumas dessas propriedades como a polaridade e a quiralidade são facilmente verificadas em uma molécula ao analisar seu respectivo grupo de simetria. Além disso, é possível observar que essa teoria consegue avaliar de maneira geral todas as moléculas, e que a tendência é que cada vez mais se consiga determinar propriedades das moléculas ao avaliar apenas o seu grupo.

### **REFERÊNCIAS**

GARCIA, A. e LEQUAIN, Y.; "Elementos de Álgebra", Projeto Euclides, Rio de Janeiro, IMPA, 2009.

HOCHSTRASSER, R.M.; "Molecular aspects of symmetry", University of Pennsylvania, 2009.

LIMA, E. L.; "Álgebra Linear", 3ª Ed., Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro, IMPA, 1998.

SYMETRY OTTERBEIN; "Symmetry Gallery". Acessado em 06/06/2017. Disponível em <a href="http://symmetry.otterbein.edu/gallery/index.html">http://symmetry.otterbein.edu/gallery/index.html</a>.

VALLANCE, C.; "Molecular Symmetry, Group Theory and Applications", Symmetry Lecture Notes, 2009, 57p.

WILLOCK, D. J.; "Molecular Symmetry", Cardiff University. Wiley Ed., 1ªEd. 2009, 438 p.

#### **SOBRE O ORGANIZADOR**

Eliel Constantino da Silva - Licenciado e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Brasil, e Universidade do Minho, Portugal, respectivamente. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e membro do Grupo de Pesquisa Ensino e Aprendizagem como Objeto da Formação de Professores (GPEA). Atuou como professor bolsista do Departamento de Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Tem interesse e desenvolve pesquisas nos sequintes temas: Educação Matemática, Pensamento Computacional, Robótica, Programação Computacional, Tecnologias Digitais na Educação, Ensino e Aprendizagem, Teoria Histórico-Cultural e Formação de Professores. Atualmente é doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), editor de conteúdo da Geekie, colunista do InfoGeekie, membro do Comitê Técnico Científico da Atena Editora, professor do Colégio Internacional Radial e desenvolve ações de formação de professores relacionadas ao uso de tecnologias e Pensamento Computacional na Educação.

### **ÍNDICE REMISSIVO**

#### A

Anos Finais do Ensino Fundamental 46 Aprendizagem 2, 25, 69, 100, 140, 170

#### D

Desenho Geométrico 46, 130, 140

#### Е

Educação Básica 34, 47, 121, 139, 179, 180, 181, 182

Educação Matemática 5, 1, 15, 16, 18, 25, 26, 35, 37, 45, 54, 55, 57, 66, 80, 81, 100, 101, 102, 114, 116, 127, 140, 142, 149, 158, 159, 170, 171, 172, 173, 176, 177, 179, 188, 189, 191, 192, 197 Elementos para esboço gráfico 90

Ensino 2, 5, 8, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 25, 27, 34, 35, 36, 40, 46, 47, 48, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 76, 79, 80, 81, 84, 88, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 100, 103, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 142, 149, 158, 170, 174, 175, 180, 183, 184, 185, 187, 189, 191, 193

Ensino de Geometria 46, 48, 129

Ensino de Matemática 14, 27, 76, 79, 80, 103, 113, 127, 142

Ensino Médio 5, 8, 13, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 81, 84, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 103, 110, 111, 112, 113, 115, 116, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 175, 184, 185, 187

Ensino Superior 5, 184, 189

Equações do 1º e do 2º grau 55

Estratégia de Ensino 98

#### F

Fórmula de Poliedro 98

Fração 1, 3

#### G

GeoGebra 90, 92, 93, 95, 96, 116, 117, 118, 121, 122, 123, 126, 127

#### Н

História da Matemática 13, 54, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 114, 115, 173, 174, 175, 176

ı

Imagem virtual 14

#### J

Jogos Educativos 26

Jogos Matemáticos 55, 66, 81, 88, 89

#### L

Laboratório de Matemática 81, 82, 84, 85, 86

Literatura 35, 37, 38, 43, 44

#### Lugar geométrico 90

#### M

Matemática 2, 5, 9, 1, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 76, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 121, 124, 125, 126, 127, 129, 131, 132, 137, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 147, 149, 150, 151, 152, 158, 159, 160, 161, 162, 164, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 197, 202, 203, 217, 218, 224, 270

Matematofobia 81, 82

Música 1, 13

#### P

Parábola na forma canônica 90

PIBID 9, 26, 27, 28, 34, 56, 129, 130, 133, 181, 182, 183, 184, 186, 187, 188

#### R

Registros de representação 14, 25

Resolução de Problemas 55, 57, 58, 102, 173, 174, 176

#### S

Semiótica 14, 15, 16, 18, 19, 25

#### Т

Trigonometria 5, 69

Agência Brasileira do ISBN ISBN 978-85-7247-545-7

9 788572 475457