Ensino Aprendizagem de Matemática

Eliel Constantino da Silva
(Organizador)

Atena Editora
Ano 2019

Eliel Constantino da Silva
(Organizador)

Ensino Aprendizagem de Matemática

Atena Editora
2019

2019 *by Atena Editora*
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E59 Ensino aprendizagem de matemática [recurso eletrônico] / Organizador Eliel Constantino da Silva. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-545-7
DOI 10.22533/at.ed.457192008

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3.Professores de matemática – Formação. I. Silva, Eliel Constantino da.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2019

APRESENTAÇÃO

Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

Os trabalhos abordam temas atuais e relevantes ao ensino e aprendizagem da Matemática, tais como: a relação da Matemática com a música no ensino de frações, livros didáticos e livros literários no ensino de Matemática, uso de instrumentos de desenho geométrico, jogos, animes e mangá como contribuições para o desenvolvimento da Matemática em sala de aula, análise dos problemas que envolvem o ensino de Trigonometria no Ensino Médio, a ausência do pensamento matemático e argumento dedutivo na Educação Matemática, investigação e modelagem matemática, tendências em Educação Matemática, formação inicial de professores de Matemática e apresentam um aprofundamento da Matemática através dos dígitos verificadores do cadastro de pessoas físicas (CPF), simetria molecular, análise numérica e o Teorema de Sinkhorn e Knopp.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca do ensino e aprendizagem da Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas.

O livro inicia-se com seis capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Em seguida há 9 capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, seguidos de 4 capítulos que abordam a temática do livro no Ensino Superior. E por fim, encontram-se 10 capítulos que trazem em seu cerne a Matemática enquanto área do conhecimento, sem a apresentação de uma discussão acerca do seu ensino e do processo de aprendizagem.

Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Eliel Constantino da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 15

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Júlio César dos Reis
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas.
Vitória da Conquista – Bahia.

Aldo Brito de Jesus
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas.
Vitória da Conquista – Bahia.

RESUMO: O presente trabalho teve como objetivo analisar as diferentes estratégias utilizadas por uma turma de alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática durante a aplicação de uma atividade envolvendo congruência de triângulos. A aula foi desenvolvida na modalidade investigativa baseada na definição de Ernest para investigação matemática. Os alunos foram organizados em grupos e não receberam nenhuma orientação inicial de como proceder para cumprir a tarefa, os mesmos tiveram que discutir a situação proposta e elaborar planos para investigação da mesma. Partindo da observação do momento em sala de aula e das redações apresentadas pelos grupos fizemos uma análise qualitativa dos dados e vimos que os alunos apresentaram diferentes estratégias, cada uma delas com seus sucessos e suas respectivas falhas. Abordar o conteúdo de congruência de triângulo de forma investigativa e desenvolver o trabalho em equipe permitiu uma melhor discussão e troca de conhecimento entre os alunos, além disso proporcionou um ambiente aberto para a formulação de conjecturas sem a necessidade de se preocupar inicialmente com o erro.

PALAVRAS-CHAVE: Estratégias. Investigação Matemática. Congruência de Triângulos.

CONGRUENCE OF TRIANGLES: AN INVESTIGATIVE APPROACH

ABSTRACT: This paper analyzes different strategies used by students of a Mathematics Degree Course to solve an activity on congruence of triangles. The activity was investigative (as defined by Ernest for mathematical investigation). The students were organized into groups and received no initial orientation to accomplish the task. The students discussed the proposed situation and the students drew up plans to resolve the activity. We observed the solutions presented by the students and we qualitatively analyze the solutions.We conclude that students presented different strategies, each with successes and failures. We concluded that the activity allowed a better discussion and exchange of knowledge among the students and in addition the activity provided an environment open for the formulation of conjectures. In this environment there was no need to worry about the error initially.

KEYWORDS: Strategies. Mathematical Research. Congruence of Triangles.

1 I INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática muitas vezes limita-se a memorizar fórmulas e aplicar algoritmos para a resolução de exercícios, como se a Matemática estivesse esgotada. Alguns conteúdos quando abordados de maneira não adequada impede que os alunos desenvolvam métodos diferentes de resolução de problemas e não deixa espaço para que os aprendizes façam suposições e encontrem relações entre a realidade e a Matemática e/ou entre a Matemática e as demais áreas de conhecimento.

Abordagens mecânicas e apenas com resolução de exercícios, levam os alunos a acreditarem que todos os problemas que envolvem Matemática serão resolvidos apenas com a imitação do que é feito em sala de aula. Nesse tipo de abordagem o aluno não participa do processo construtivo da Matemática, o que faz com que os mesmos acreditem que tudo na Matemática é posto como verdade, sem que exista qualquer tipo de justificativas ou encadeamento lógico com o funcionamento da natureza e da realidade. É tirado dos alunos o prazer pela descoberta de fatos implícito no estudo da Matemática básica.

Acreditamos que aprender Matemática não é uma mera transmissão de conhecimento, mas, sim um aprender construtivo, no qual os educandos são protagonistas do próprio conhecimento. São eles quem devem desenvolver métodos e estratégias para resolver problemas e criar conjecturas a respeito daquilo exposto em sala de aula. O aluno deve ser um questionador de si mesmo para entender que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada. Como aponta Brocardo (2001, p.88) “a Matemática é uma coisa só que apenas pode ser realmente entendida quando conseguirmos ajustar as diferentes visões parciais que, per si, são erradas uma vez que incompletas e facciosas.”

A formalidade da apresentação dos conteúdos matemáticos, muitas vezes impede que o aluno busque formas alternativas de construir o conhecimento e o mesmo tem uma visão de que a Matemática é sempre formal e que não precisa de intuição, de dúvidas, incertezas e a outros aspectos não formais. Lakatos apud Brocardo, aponta que: “Nenhum dos períodos ‘criativos’ e praticamente nenhum dos períodos ‘críticos’ das teorias matemáticas poderia ser admitido no paraíso formalista, onde as teorias matemáticas são apresentadas como safiras, purificadas das incertezas terrestres”.

Por isso estamos de acordo com Brocardo e acreditamos que os conteúdos matemáticos a serem trabalhados em sala de aula devem ter sempre um caráter investigativo, no qual os alunos possam entender os processos de validação das conjecturas. Em particular, vemos a geometria como um espaço rico para o entendimento da Matemática como um processo construtivo, baseado em ideias centrais que fundamentam toda uma teoria.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

Toda e qualquer Matemática parece ser insuficiente para a demanda apresentada pela Ciência, é por esse e por outros motivos que ela está em constante evolução. Em nenhum momento da história da humanidade se produziu tanta matemática quanto no final do século XX e início do século XXI.

Em relação a Matemática do século XX, Lawrence Shirley (2000, p.1) aponta que “a matemática não só está viva e bem, como está no seu período mais produtivo de sempre. Os historiadores descobriram que mais da metade da matemática que se conhece foi desenvolvida desde 1900”. Dessa forma, é um equívoco acreditar que toda a Matemática está pronta e exposta em livros.

No mesmo trabalho Shirley aponta que o excesso de rigor e a abstração causaram o fracasso do que ficou conhecido como a “nova matemática”. Muitas vezes o rigor impede que os alunos tenham autonomia para formular conjecturas em relação a determinados conteúdos e os mesmos acabam acreditando que não existe espaço para a criação ou para o aprimoramento do que já está colocado como verdade.

Acreditamos que a investigação matemática pouco se aproxima da ideia apresentada nos anos 50 e 60 em relação a maneira de trabalhar os conteúdos em sala de aula. Pois, nesse tipo de abordagem, não é exigido a priori um rigor matemático, os alunos são livres para elaborar suas hipóteses, mesmo que elas não façam sentido em um primeiro momento. Não estamos descartando o rigor matemático, apenas acreditamos que isso pode ser tratado em um segundo momento, no qual o discente deve formular argumentos para convencer os colegas e a si mesmo da veracidade de suas conjecturas.

No presente trabalho, no que se refere ao conceito de investigação matemática, adotamos o de Ernest apresentada por Brocardo. A definição do autor não deixa espaço para que exista confusão entre o ato de investigar e investigação matemática. Desse modo, questões do tipo “investigue a relação entre o x do vértice e os zeros da função quadrática” não fazem da aula uma abordagem investigativa, apenas direciona o aluno para chegar a uma determinada conclusão.

Segundo Brocardo (2001, p.100) investigação é uma atividade que “envolve diversos processos matemáticos – formulação de questões, formulação de conjecturas, teste de conjecturas, prova das conjecturas que resistiram a sucessivos testes – que interagem entre si”. Destacamos a ideia de resistência aos testes pois, acreditamos que é nesse momento que os alunos conseguem identificar quais são os argumentos lógicos que devem ser usados na demonstração da conjectura.

A definição de Ernest não é a única apresentada por Brocardo, são discutidas outras, dentre as quais selecionamos as definições de Frobisher e Pehkonen. Acreditamos que a proposta de atividade apresentada neste trabalho enquadra-se na definição de Ernest. Baseados na discussão da autora a respeito das aproximações e dos distanciamentos entre as três definições, montamos um quadro com os elementos básicos de cada definição.

Ernest (1996)	Frobisher (1994)	Pehkonen (1997)
• Situação inicial; • Procura; • Ação de investigar; • Exame sistemático; • Inquirição.	• "problemas". • Ação de investigar; • Problema aberto; • Objetivos	• Situação de partida; • Situação aberta; • Objetivo aberto.

Tabela 1- Quadro com elementos básicos das definições.

Fonte: elaborado pelos autores.

Ernest aponta que investigação é um processo que envolve a procura, a ação de investigar, o exame sistemático e a inquirição. O autor considera que para trabalhar com investigação em sala de aula o professor pode escolher uma situação inicial ou pode aprovar alguma proposta apresentada pelos alunos. Em ambos os casos cabe ao aluno a formulação de questões, o que pode ou não mudar o foco da atividade e isso exige dos próprios alunos a exploração e análise do que foi formulado. Os mesmos devem conduzir a investigação, escolhendo o objetivo e os procedimentos para alcançá-los.

Frobisher apresenta um esquema no qual procura definir investigação matemática partindo do que considera "problemas". O autor divide os "problemas" em convergentes e divergentes, e acredita que os do segundo tipo define o que se considera por investigação. Esta definição se aproxima da de Ernest na medida que tais problemas dão espaço para que o aluno escolha a maneira de explorar a situação inicial. No entanto, se distancia na medida que deixa espaço para problemas com um objetivo definido.

Assim como Frobisher, Pehkonen procura definir investigação matemática a partir de problemas. O autor acredita que existe uma situação de partida e um objetivo da situação. Tanto as situações como os objetivos estão classificados em fechados e abertos. O mesmo considera a investigação matemática se aproxima muito de uma situação de partida fechada e um objetivo aberto, isto é, uma situação explicada e um objetivo não predeterminado.

A atividade de investigação proposta nesse trabalho facilmente se enquadra em qualquer uma das ideias apontadas pelos três pesquisadores, basta que sejam feitas algumas alterações a fim de restringir o leque de possibilidades e de caminhos a serem seguidos durante o processo de investigação. Optamos pela definição de Ernest por acreditar que a mesmo deixa claro quais são as etapas envolvidas em uma aula investigativa.

Nesse trabalho procuramos analisar as estratégias utilizadas pelos alunos para responder alguns questionamentos levantados a partir de uma situação problema. Acreditamos que criar estratégias faz parte do processo envolvido em uma aula investigativa. Segundo Brocardo baseada no esquema de Oliveira (1998):

> [...] os processos matemáticos envolvidos numa actividade de investigação, salienta-se aquilo que designo por não linearidade. Este aspecto constitui uma importante característica da actividade de investigação. De facto, por exemplo, ao perceber-se que os testes realizados não confirmam determinada conjectura é necessário voltar atrás de forma a formular outra conjectura. No entanto, para isso, é importante perceber-se o que falhou para que a primeira conjectura não resistisse aos sucessivos testes e procurar ter em conta esse aspecto na formulação de uma nova conjectura.

Baseados nesta interpretação de Brocardo para o esquema de Oliveira e no modelo de Lakatos apresentado pela pesquisadora, fizemos uma análise de como os alunos mudavam de estratégias à medida que visualizavam possíveis falhas para as conjecturas iniciais.

3 I METODOLOGIA

O presente trabalho foi desenvolvido com 23 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) matriculados na disciplina Geometria Euclidiana no primeiro semestre letivo de 2016. Optamos por essa turma devido a facilidade de acesso, já que o primeiro autor era o professor da disciplina e o segundo era o monitor.

Para a aplicação da atividade os alunos foram organizados em seis grupos, sendo cinco deles com quatro pessoas e um apenas com três. Todas as equipes receberam folhas de papel na qual deveria fazer seus rascunhos e escrever a redação final com a resposta. Utilizamos as letras maiúsculas de A até F para identificar os grupos.

A proposta foi desenvolvida em uma das aulas da disciplina e teve como objetivo investigar as diferentes estratégias adotadas e os diferentes recursos utilizados pelos alunos na exploração de conceitos de geometria plana presentes em uma situação do cotidiano. A atividade foi realizada na modalidade de aula investigativa, que segundo Brocardo (2001) são indispensáveis para estimular a participação dos alunos de modo a favorecer uma aprendizagem significativa.

A atividade surgiu a partir da observação do movimento de uma câmera em um estádio de futebol. Um dos autores deste trabalho visualizou ali um espaço rico para trabalhar com a geometria. A ideia inicial foi discutida pelos dois autores e adaptada para ser desenvolvida com a turma em questão.

Os alunos não receberam nenhuma orientação inicial de como proceder para cumprir a tarefa, os mesmos tiveram que discutir a situação proposta e elaborar planos para investigação da mesma. O objetivo era analisar as estratégias utilizadas por eles, dessa maneira deixamos os grupos livres em relação a isso e aos recursos utilizados. Alguns alunos usaram softwares de geometria para simular o movimento da câmera, outros fios e réguas, dentre outros recursos.

Para esta análise não levamos em conta dados numéricos. Fizemos uma análise qualitativa dos procedimentos e dos argumentos utilizados pelos alunos para justificar as suas respostas diante dos questionamentos. E seguimos a ideia de Borba para pesquisa qualitativa.

> O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado "verdadeiro", dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado. (BORBA, 2004, p.2)

Estamos de acordo com Borba em relação ao "verdadeiro" ser passível de alterações, por isso acreditamos que esta primeira análise pode sofrer algumas alterações à medida que a situação proposta inicialmente seja estudada e sejam verificadas falhas e potencialidades.

4 I A PROPOSTA DE ATIVIDADE

A proposta foi exposta por meio de slides. Primeiro apresentamos a situação em que foi criada a atividade, como segue:

"O avanço das tecnologias tem nos proporcionado ganhos significativos na qualidade da telecomunicação, um exemplo disso são as transmissões de alguns jogos de futebol. A maioria dos esquemas de filmagem dos estádios contam com câmera aérea móvel, permitindo assim o acompanhamento da movimentação dos jogadores durante toda a partida."

Em seguida procuramos explicar como a câmera era controlada a fim de que os alunos entendessem quais eram os possíveis movimentos e quais as restrições para o mesmo e exibimos algumas simulações. O esquema funciona da seguinte maneira:

- A câmera aérea (ponto P) fica presa, por meio de cabos, a quatro pontos fixos que chamaremos de A, B, C e D;
- Esses pontos são tais que ABCD é um retângulo.
- A câmera é controlada por meio dos cabos, para que ela seja movimentada de uma posição P até uma posição P_n, é necessário aumentar a tamanho de alguns cabos e diminuir de outros.

A figura 1 foi apresentada para os alunos com exemplo de uma possível posição inicial para o ponto P_0 e de um possível deslocamento determinando o ponto denotado por P_1.

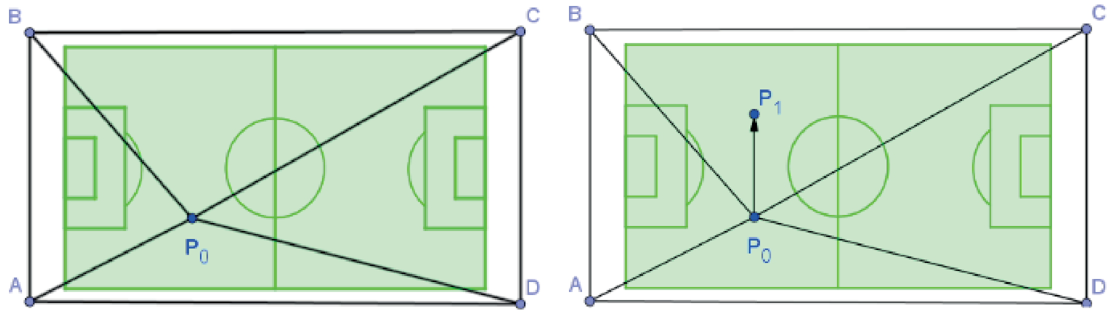

Figura 1 - Possível posição inicial e possível deslocamento.

Fonte: elaborado pelos autores.

Após entendido a movimentação da câmera passamos a seguinte orientação:

“Note que cada posição P_n determina alguns triângulos de base AB, BC, CD, DA, AC ou BD e um vértice P_n. Para essa atividade iremos considerar apenas triângulos com base AB, BC, CD ou DA e um vértice P_n”

Em seguida foi apresentada uma lista com algumas indagações iniciais, objetivando direcionar os alunos em relação a investigação de algumas propriedades geométrica presentes na atividade. O propósito era que cada grupo formulasse conjeturas e a partir disso tentasse demonstrar a validade da mesma. A lista continha um total de seis perguntas, como a maioria dos grupos apresentaram solução apenas para as duas primeiras, omitimos as demais. As duas primeiras perguntas e as nossas expectativas com as mesmas, foram as seguintes:

1) Considerando que os pontos A, B, C, D e P_n são coplanares e uma posição inicial para a câmera (ponto P_0), movendo o ponto P de acordo com as possibilidades de movimento da câmera, para uma nova posição P_n, é possível determinar quantos triângulos de vértice P_n, congruentes ao triângulo ABP_0 inicial? É possível mostrar que os triângulos são congruentes? Por quais casos de congruência?

Nesta primeira pergunta esperávamos que os alunos determinassem a quantidade de triângulos congruentes de uma forma geral ou dividindo nos seguintes casos: apenas dois triângulos, caso o inicial seja isósceles de base AB, BC, CD ou DA e quatro para os casos em que os pontos estivesse em uma posição diferente das citadas.

2) Usando o mesmo raciocínio da questão anterior responda se para qualquer posição P_0 inicial é possível determinar a mesma quantidade de triângulos congruentes?

Para esta segunda pergunta esperávamos que os alunos analisassem a resposta da questão 1 e investigassem se existem outras posições para as quais a resposta não seja a mesma. Esperávamos que os mesmos citassem que existe casos em que a quantidade de triângulo pode variar.

5 I APRESENTAÇÃO DAS REDAÇÕES DOS GRUPOS

No que segue, apresentamos as observações feitas durante a aplicação da atividade e um resumo das estratégias e das redações apresentadas pelos alunos. Optamos por apresentar os resultados por grupo, para facilitar a leitura.

Grupo A. A redação apresentada como resposta para o problema 1, nos permitiu observar que o primeiro passo adotado pelos integrantes do grupo foi entender melhor a situação proposta, e como estratégia de resolução listaram os casos de congruência de triângulos estudado na disciplina até então.

O grupo fez alguns esboços de possíveis posições para o ponto P_0, no entanto, analisou apenas o caso em que tal ponto coincidia com o ponto médio de um dos lados do retângulo. Apresentou quatro triângulos congruentes entre si, observou que todo triângulo é congruente a ele mesmo e justificou a congruência entre os demais usando o caso LAL (lado, ângulo, lado). O grupo não apresentou nenhuma solução para os demais questionamentos.

Grupo B. Não foi possível fazer uma análise detalhada das respostas desse grupo pois, o mesmo apresentou todas a respostas de modo muito objetivo e sem justificativas. Por exemplo, no problema 1 o grupo respondeu de forma equivocada que existiria apenas um triângulo caso P_0 fosse o ponto médio do lado do retângulo e não apresentou nenhuma justificativa.

Durante a aplicação da atividade o grupo apresentou muita dificuldade em relação a ideia de movimento de um ponto e tentou fazer algumas simulações com canetas, régua e fios e com um software de geometria dinâmica.

Grupo C. O grupo apresentou solução apenas para os problemas 1 e 2. A estratégia adotada para a resolução do primeiro problema foi a existência de retas paralelas aos lados do retângulo e a ideia de equidistância em relação a tais retas. A redação apresentada descreve os passos para a construção das retas, quais pontos serão tomados como vértices e aponta o caso LLL (lado, lado, lado) como justificativa para a congruência entre os triângulos, no entanto, não diz como proceder para verificar a congruência.

No problema 2, o grupo considerou o caso em que o ponto P_0 coincidia com a intersecção das diagonais do retângulo e justificou de forma correta que para essa posição inicial havia apenas um triângulo congruente.

Grupo D. O grupo apresentou solução apenas para o problema 1. Foram analisados dois casos, no primeiro caso o ponto médio da diagonal do retângulo foi adotado como o ponto inicial, e o grupo concluiu que havia apenas um triângulo congruente ao considerado inicialmente pelo caso ALA (ângulo, lado, ângulo). No segundo caso, o grupo não apresentou redação como resposta, apenas alguns esboços que foram analisados e nos permitiu concluir que os alunos encontraram quatro triângulos congruentes entre si.

Grupo E. A solução apresentada pelo grupo para o problema 1 foi dividida em três casos e a estratégia adotada foi traçar os eixos de simetria do retângulo. Nos casos 1 e 2 o grupo concluiu que havia apenas dois triângulos congruentes estre si pois, para esses dois casos o ponto inicial pertencia a algum eixo de simetria. Apesar de não existir uma redação explicita, acreditamos que no terceiro caso foi usado a própria simetria para justiçar a existência de quatro triângulos congruentes entre si. O grupo não se posicionou em relação aos demais questionamentos.

Grupo F. O grupo analisou 3 casos possíveis no problema 1. No primeiro caso, apesar dos alunos usar o termo "encontro das medianas", entendemos que os mesmos estavam se referindo ao encontro das diagonais como o ponto inicial. No segundo caso o ponto inicial pertencia ao interior do retângulo e no terceiro a um dos lados do mesmo retângulo. Em todos os casos a quantidade de triângulos estavam de acordo ao esperado para esse primeiro questionamento, porém, houve algumas confusões em relação aos casos de congruência e as justificativas ficaram incompletas. O grupo não apresentou solução para os demais.

As figuras 2 e 3 mostram, respectivamente, a simulação do movimento com o uso de régua e fios apresentada pelo grupo B e o rascunho com os eixos de simetria do retângulo adotada pelo grupo E.

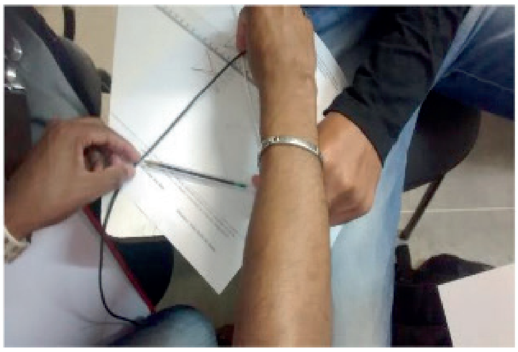

Figura 2 - Simulação do movimento

Fonte: foto tirada em sala de aula.

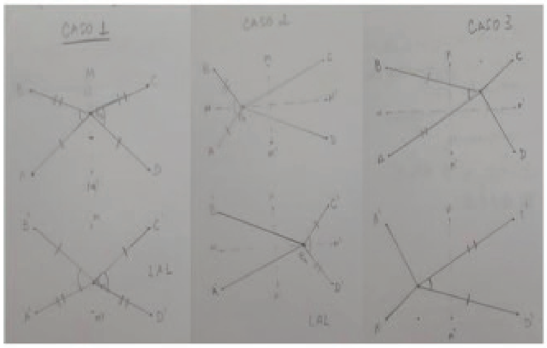

Figura 3- Extrato da resposta do grupo E

Fonte: foto tirada em sala de aula.

6 I ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS RESPOSTAS

A análise das respostas apresentadas pelos grupos chamou a atenção pela ausência de argumentos para a conclusão de fatos importantes como por exemplo as congruências dos triângulos envolvidos. Apenas o grupo A e C elaboraram justificativas, os demais não se preocuparam em justificar a congruência, apenas apontaram como determinar os vértices dos triângulos. Acreditamos que essa falta de argumentação nas respostas está relacionada a imaturidade dos alunos, normalmente Geometria Euclidiana é a primeira disciplina que os mesmos têm contato com esse tipo de demonstração matemática.

Durante a aplicação da atividade percebemos que a escolha da estratégia foi uma construção coletiva, resultante das discussões entre os componentes do grupo. Observamos que em muitos momentos houve discordância entre as ideias de cada membro da equipe, no entanto, esse fato não prejudicou o andamento da atividade, pelo contrário, enriqueceu ainda mais o trabalho e ficou explicito que algumas das estratégias pensadas inicialmente foram logo descartadas, sem a necessidade de ocorrer o erro.

Analisando as redações apresentadas percebemos que a maioria dos grupos adotaram estratégias distintas. A seguir apresentamos um quadro com algumas falhas e alguns sucessos na execução das estratégias utilizados pelos alunos.

Estratégias	Sucessos	Falhas
• Listar os casos de con-gruência; • Esboçar possíveis po-si-ções para o ponto P_0; • Simular o movimento da câmera; • Traçar retas paralelas; • Refletir os pontos em rela-ção aos eixos de simetria.	• Listar corretamente os casos de con-gruência; • Visualizar melhor a si-tuação descrita; • Usar a equidistância de retas paralelas; • Tomar os eixos de si-metria do retângu-lo.	• Não saber interpretar os ca-sos de congruência • Analisar apenas posi-ções particulares para o ponto P_0; • Não demonstrar a con-gruência dos triângulos; • Confundir os conceitos de diagonal e mediana;

Tabela 2- Falhas e sucessos na escolha de algumas estratégias.

Fonte: elaborado pelos autores.

Os grupos E e F foram os que melhor conseguiram desenvolver suas estratégias, mesmo assim não houve uma preocupação em demonstrar a congruência entre os triângulos apresentados. As demais equipes não conseguiram colocar em prática o que foi planejado. Acreditamos que isso está relacionado a necessidade de uma análise melhor da situação inicial por parte dos alunos.

Acreditamos que essa miscelânea de estratégias enriquece o trabalho em sala de aula permitindo que os alunos visualizem a Matemática como algo que independe de algoritmos prontos e acabados.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao desenvolver a atividade com uma turma de Licenciatura em Matemática, percebemos a importância de os futuros professores terem um contato com aulas investigativas para uma reflexão sobre a prática em sala de aula e sobre o desenvolvimento da Matemática enquanto ciência, desmistificando a ideia de que a

Matemática é algo pronto, sem dúvidas e sem incerteza.

Os alunos apresentaram diferentes estratégias para investigar a situação proposta inicialmente. Cada uma delas tinha pontos positivos e ajudava a resolver parte da situação. Também foram encontradas falhas em algumas estratégias. Esperamos numa segunda oportunidade discutir as estratégias adotadas pelos alunos e continuar a promover atividades investigativas.

A investigação matemática, quando olhada do ponto de vista de Ernest, tira o aluno do papel de receptor e o coloca como responsável pela construção do conhecimento individual e coletivo. Acreditamos que o Ensino e Aprendizagem da Matemática pode ser melhorado à medida que o professor abre um espaço para que os alunos participem de formar crítica da construção do conhecimento, sem ter medo de errar e ser prejulgado.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho. **A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED. 27., 2004, Caxambu. **Anais**... Caxambu, 2004. p. 21-24

BROCARDO, Joana. **Investigações na Aula de Matemática: Um projeto curricular no 8º ano.** 2001. 621p. Tese de Doutorado da Pós-Graduação em Didática da Matemática - Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001. Disponível em:<http://hdl.handle.net/10451/3101>

SHIRLEY, Lawrence. **Matemática do século XX: o século em breve revista.** Revista Educação e Matemática, Lisboa, Nov. 2000. Caderno 60.

SOBRE O ORGANIZADOR

Eliel Constantino da Silva - Licenciado e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Brasil, e Universidade do Minho, Portugal, respectivamente. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e membro do Grupo de Pesquisa Ensino e Aprendizagem como Objeto da Formação de Professores (GPEA). Atuou como professor bolsista do Departamento de Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Tem interesse e desenvolve pesquisas nos seguintes temas: Educação Matemática, Pensamento Computacional, Robótica, Programação Computacional, Tecnologias Digitais na Educação, Ensino e Aprendizagem, Teoria Histórico-Cultural e Formação de Professores. Atualmente é doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), editor de conteúdo da Geekie, colunista do InfoGeekie, membro do Comitê Técnico Científico da Atena Editora, professor do Colégio Internacional Radial e desenvolve ações de formação de professores relacionadas ao uso de tecnologias e Pensamento Computacional na Educação.

ÍNDICE REMISSIVO

A

D

E

F

G

H

I

J

L

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-545-7
9 788572 475457