

# Ensino Aprendizagem de Matemática

Eliel Constantino da Silva  
(Organizador)



**Eliel Constantino da Silva**  
(Organizador)

# **Ensino Aprendizagem de Matemática**

Atena Editora  
2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Executiva: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Geraldo Alves  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

#### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E59	Ensino aprendizagem de matemática [recurso eletrônico] / Organizador Eliel Constantino da Silva. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019.  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-545-7 DOI 10.22533/at.ed.457192008  1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Formação. I. Silva, Eliel Constantino da.  CDD 510.7
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

Os trabalhos abordam temas atuais e relevantes ao ensino e aprendizagem da Matemática, tais como: a relação da Matemática com a música no ensino de frações, livros didáticos e livros literários no ensino de Matemática, uso de instrumentos de desenho geométrico, jogos, animes e mangá como contribuições para o desenvolvimento da Matemática em sala de aula, análise dos problemas que envolvem o ensino de Trigonometria no Ensino Médio, a ausência do pensamento matemático e argumento dedutivo na Educação Matemática, investigação e modelagem matemática, tendências em Educação Matemática, formação inicial de professores de Matemática e apresentam um aprofundamento da Matemática através dos dígitos verificadores do cadastro de pessoas físicas (CPF), simetria molecular, análise numérica e o Teorema de Sinkhorn e Knopp.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca do ensino e aprendizagem da Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas.

O livro inicia-se com seis capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Em seguida há 9 capítulos que abordam o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, seguidos de 4 capítulos que abordam a temática do livro no Ensino Superior. E por fim, encontram-se 10 capítulos que trazem em seu cerne a Matemática enquanto área do conhecimento, sem a apresentação de uma discussão acerca do seu ensino e do processo de aprendizagem.

Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Elie Constantino da Silva

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA: UMA FORMA DE TRABALHAR COM FRAÇÕES	
<i>Enoque da Silva Reis</i> <i>Hemerson Milani Mendes</i> <i>Samanta Margarida Milani</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920081</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>14</b>
POSSIBILIDADES DIDÁTICAS E PEDAGÓGICAS DO USO DA IMAGEM VIRTUAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO ENVOLVENDO SEMIÓTICA EM UMA FANPAGE E LIVROS DIDÁTICOS	
<i>Luciano Gomes Soares</i> <i>José Joelson Pimentel de Almeida</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920082</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>26</b>
PIFE DA POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO – UMA ALTERNATIVA METODOLÓGICA	
<i>Ítalo Andrew Rodrigues Santos</i> <i>João Paulo Antunes Carvalho</i> <i>Josué Antunes de Macêdo</i> <i>Lílian Isabel Ferreira Amorim</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920083</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>35</b>
O ENSINO DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DE LIVROS LITERÁRIOS EM TURMAS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<i>Karine Maria da Cruz</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920084</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>46</b>
RELATO DA UTILIZAÇÃO DE INSTRUMENTOS DE DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS	
<i>Luana Cardoso da Silva</i> <i>Washington Leonardo Quirino dos Santos</i> <i>Leonardo Cinésio Gomes</i> <i>Cristiane Fernandes de Souza</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920085</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>55</b>
ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO VAI E VEM DAS EQUAÇÕES NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU	
<i>Anderson Dias da Silva</i> <i>Lucília Batista Dantas Pereira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920086</b>	

<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>68</b>
TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DOS PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O SEU ENSINO NO IFPB CAMPUS CAJAZEIRAS-PB	
<i>Francisco Aureliano Vidal</i>	
<i>Carlos Lisboa Duarte</i>	
<i>Adriana Mary de Carvalho Azevedo</i>	
<i>Kíssia Carvalho</i>	
<i>Geraldo Herbetet de Lacerda</i>	
<i>Uelison Menezes da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920087</b>	
<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>81</b>
OS JOGOS MATEMÁTICOS PARA MINIMIZAR A MATEMATOFOBIA DOS ALUNOS: UM ENCONTRO NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA	
<i>Hellen Emanuele Vasconcelos Albino</i>	
<i>Yalorisa Andrade Santos</i>	
<i>Kátia Maria de Medeiros</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920088</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>90</b>
O ESTUDO DA PARÁBOLA NA FORMA CANÔNICA E COMO LUGAR GEOMÉTRICO	
<i>Micheli Cristina Starosky Roloff</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4571920089</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>98</b>
LEONHARD EULER (1707-1783) E ESTUDO DA FÓRMULA DE POLIEDROS NO ENSINO MÉDIO	
<i>Julimar da Silva Aguiar</i>	
<i>Eliane Leal Vasquez</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200810</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>116</b>
AUSÊNCIA DE PENSAMENTO MATEMÁTICO E ARGUMENTO DEDUTIVO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: RESULTADOS DE UMA PESQUISA	
<i>Marcella Luanna da Silva Lima</i>	
<i>Abigail Fregni Lins</i>	
<i>Patricia Sandalo Pereira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200811</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>129</b>
AS FORMAS GEOMÉTRICAS NO DESENHO (ANIMES, MANGÁ): UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA AO ENSINO DE GEOMETRIA	
<i>Luciano Gomes Soares</i>	
<i>Tayná Maria Amorim Monteiro Xavier</i>	
<i>Mônica Cabral Barbosa</i>	
<i>Rosemary Gomes Fernandes</i>	
<i>Maria da Conceição Vieira Fernandes</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200812</b>	

**CAPÍTULO 13 ..... 141**

**A INVESTIGAÇÃO E A MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO EXPERIMENTAL COM A LARANJA CITRUS SENENSIS**

*Igor Raphael Silva de Melo*  
*Célia Maria Rufino Franco*  
*Marcos dos Santos Nascimento*  
*Villalba Andréa Vieira de Lucena*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200813**

**CAPÍTULO 14 ..... 150**

**“A MAÇÃ DO PROFESSOR”: EXPLORANDO O CÁLCULO DO VOLUME DE UMA MAÇÃ EM AULAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

*Igor Raphael Silva de Melo*  
*Célia Maria Rufino Franco*  
*Isaac Ferreira de Lima*  
*João Elder Laurentino da Silva*  
*Jucimeri Ismael de Lima*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200814**

**CAPÍTULO 15 ..... 160**

**CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA**

*Júlio César dos Reis*  
*Aldo Brito de Jesus*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200815**

**CAPÍTULO 16 ..... 171**

**ESTADO DA ARTE SOBRE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO/UFPE-CAA**

*Marcela Maria Andrade Teixeira da Silva*  
*Edelweis José Tavares Barbosa*  
*Maria Lucivânia Souza dos Santos*  
*Jéssika Moraes da Silva*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200816**

**CAPÍTULO 17 ..... 181**

**CONTRIBUIÇÕES DO PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

*Eduardo da Silva Andrade*  
*Eduarda de Lima Souza*  
*Fanciclaudio de Meireles Silveira*  
*Egracieli dos Santos Ananias*  
*Leonardo Cinésio Gomes*  
*Tiago Varelo da Silva*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200817**

**CAPÍTULO 18 ..... 189**

**A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO CURSO DE PEDAGOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS**

*Meire Aparecida De Oliveira Lopes*  
*Liliane Oliveira Souza*

**DOI 10.22533/at.ed.45719200818**

<b>CAPÍTULO 19</b> .....	<b>204</b>
OS DÍGITOS VERIFICADORES DO CADASTRO DE PESSOAS FÍSICAS (CPF)	
<i>Pedro Leonardo Pinto de Souza</i>	
<i>Vinícius Vivaldino Pires de Almeida</i>	
<i>Edney Augusto Jesus de Oliveira</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200819</b>	
<b>CAPÍTULO 20</b> .....	<b>218</b>
SIMETRIA MOLECULAR	
<i>Guilherme Bernardes Rodrigues</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Alonso Sepúlveda Castellanos</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200820</b>	
<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>225</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200821</b>	
<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>235</b>
SOLUÇÕES FRACAS PARA EQUAÇÃO DE BURGERS COM VISCOSIDADE NULA	
<i>Ana Paula Moreira de Freitas</i>	
<i>Santos Alberto Enriquez-Remigio</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200822</b>	
<b>CAPÍTULO 23</b> .....	<b>244</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO DE CRANK-NICOLSON	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200823</b>	
<b>CAPÍTULO 24</b> .....	<b>254</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA ONDA UNIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Gabriel Machado dos Santos</i>	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200824</b>	

<b>CAPÍTULO 25</b> .....	<b>265</b>
A IDEIA GEOMÉTRICA DA HOMOLOGIA E DO GRUPO FUNDAMENTAL	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Lígia Laís Fêmina</i>	
<i>Teófilo Jacob Freitas e Souza</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200825</b>	
<b>CAPÍTULO 26</b> .....	<b>271</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO BIDIMENSIONAL EM REGIME TRANSIENTE PELO MÉTODO EXPLÍCITO	
<i>Ítalo Augusto Magalhães de Ávila</i>	
<i>Felipe José Oliveira Ribeiro</i>	
<i>Hélio Ribeiro Neto</i>	
<i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200826</b>	
<b>CAPÍTULO 27</b> .....	<b>280</b>
TEOREMA DE SINKHORN E KNOPP	
<i>Gabriel Santos da Silva</i>	
<i>Daniel Cariello</i>	
<i>Wendy Díaz Valdés</i>	
<i>Joyce Antunes da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200827</b>	
<b>CAPÍTULO 28</b> .....	<b>285</b>
O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA UTILIZANDO PROJEÇÃO PARA ÓCULOS ANAGLIFO	
<i>Rosângela Costa Bandeira</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200828</b>	
<b>CAPÍTULO 29</b> .....	<b>298</b>
O USO DE SOFTWARES EDUCACIONAIS COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS	
<i>Cristiane Batista da Silva</i>	
<i>Aécio Alves Andrade</i>	
<i>Hudson Umbelino dos Anjos</i>	
<i>Jarles Oliveira Silva Nolêto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.45719200829</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>309</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>310</b>

## LEONHARD EULER (1707-1783) E ESTUDO DA FÓRMULA DE POLIEDROS NO ENSINO MÉDIO

### Julimar da Silva Aguiar

Governo do Estado do Amapá, Secretaria de Estado da Educação, Escola Estadual Joaquim Nabuco, Oiapoque-AP.

### Eliane Leal Vasquez

Universidade Federal do Amapá, Departamento de Educação a Distância, Campus Marco Zero do Equador, Macapá-AP.

**RESUMO:** Este artigo discute a história da matemática como estratégia de ensino, com foco na fórmula de poliedro. Filósofos, artistas e matemáticos realizaram estudos que abordam este assunto, como Platão, Arquimedes, Euclides, Piero, Kepler e Descartes. Euler mencionou o teorema  $H + S = A + 2$  na *Lettre CXXXV* de 14 de novembro de 1750 para Christian Goldbach e em outros trabalhos. Este teorema é citado em livros didáticos de matemática através da fórmula  $V - A + F = 2$ . A oficina desta pesquisa possibilitou aos estudantes da escola pública, compreender que os livros pouco explanam sobre a história do poliedro no ensino médio, além de saber que Euler não foi o único que teorizou sobre o tema.

**PALAVRAS-CHAVE:** História da Matemática. Fórmula de Poliedro. Estratégia de Ensino. Ensino Médio.

**ABSTRACT:** This paper discusses the history

of mathematics as a teaching strategy, focusing on the formula of the polyhedron. Philosophers, artists, and mathematicians conducted studies that deal with this subject, such as Plato, Archimedes, Euclid, Piero, Kepler, and Descartes. Euler mentioned the theorem  $H + S = A + 2$  in Letter CXXXV of November 14, 1750, to Christian Goldbach and in others works. This theorem is cited in math textbooks through the formula  $V - A + F = 2$ . The workshop of this research enabled students from the public school, to understand that books little explain about the history of the polyhedron in the high school, besides knowing that Euler was not the only one who theorized on the matter.

**KEYWORDS:** History of Mathematics. Formula of Polyhedron. Teaching Strategy. High School.

### 1 | INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência que se desenvolveu desde as civilizações antigas, a partir da interpretação do mundo e da natureza, que se registrou em papiros, manuscritos, livros, cartas, artigos, livros e outros suportes ao longo da História da Ciência, constituindo-se como parte do patrimônio cultural da humanidade, o que é documentado em Boyer (1996), Garbi (2006) e Eves (2004).

Atualmente, no Brasil a matemática é ensinada nas escolas e universidades em diferentes cursos aos estudantes, como parte da formação geral ou específica. As *Orientações Curriculares do Ensino Médio* propõem “a utilização da História da Matemática em sala de aula pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2006, p. 86).

O referido documento ainda esclarece:

A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. É importante, porém, que esse recurso não fique limitado à descrição de fatos ocorridos no passado ou à apresentação de biografias de matemáticos famosos. A recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. A História da Matemática pode contribuir também para que o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira, podem refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático (BRASIL, 2006, p. 86).

Shirley (2000) comenta sobre aplicação história da matemática em sala de aula:

Muitas vezes recomenda-se a discussão da história da matemática nas salas de aula como uma das maneiras para ajudar a mostrar que a matemática não passou inalterável das mãos de Deus (ou de Euclides!) para os cadernos dos alunos, mas que foi mudando e crescendo ao longo dos séculos (SHIRLEY, 2000, p. 73).

Assim, os livros de história da matemática são recursos didáticos que auxiliam os professores no planejamento e no ensino de matemática, cabendo a eles refletirem sobre o uso da história da matemática como estratégia de ensino em sala de aula.

A história da matemática oferece oportunidades de contextualização do conhecimento matemático, em que a articulação com a história pode ser feita nessa perspectiva. Entretanto, o documento intitulado *Orientações Curriculares do Ensino Médio*, não é o único que defende a aplicação da história da matemática como estratégia de ensino (BRASIL, 2006).

Assim, é importante lembrar que nos *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio* encontramos a seguinte citação:

A importância da história das Ciências e da Matemática, contudo, tem uma relevância para o aprendizado que transcende a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos (BRASIL, 2000, p. 54).

Pelo exposto, é preciso considerar também que os estudantes necessitam saber que os conceitos matemáticos se modificaram na História da Matemática. Além de entender as disputas em torno de uma teoria que foi sistematizada no seu contexto histórico, como é o caso, dos axiomas, teoremas e fórmulas que se aplicam para resolver problemas matemáticos.

A aplicação da história da matemática como estratégia de ensino na educação básica, pode auxiliar no desenvolvimento de competências e habilidades para além de resolver um problema matemático sobre poliedros, pois o ensino da matemática no ensino médio deve voltar-se para competências e habilidades envolvendo: “Representação e comunicação, investigação e compreensão, contextualização sociocultural” (BRASIL, 2000, p. 46).

O ensino da fórmula de poliedros no ensino médio também envolve estas competências e habilidades, pois o estudante deve ler e interpretar textos de matemática, expressar-se tanto na sua língua materna, como utilizar a linguagem simbólica da matemática escolar. Também deve compreender enunciados, formular questões e identificar o problema matemático para resolvê-lo, bem como conhecer e relacionar o estudo de poliedros com a História da Matemática.

A discussão sobre como ensinar matemática na educação básica é um assunto bastante tratado na área de pesquisa em Educação Matemática. Mas esta temática também vem sendo discutida na área da História da Ciência e Ensino por pesquisadores e professores interessados na aplicação da história da matemática como estratégia de ensino, o que neste estudo constatamos por meio dos trabalhos de D’Ambrosio (1993), González Urbaneja (2004), Miguel e Miorim (2011), Fernandes, Longhini e Marques (2011), Saito e Dias (2013).

Considerando que os livros didáticos de matemática pouco tratam de aspectos históricos, é interessante destacar alguns trabalhos que evidenciam argumentos a favor da história da matemática como estratégia de ensino.

Para González Urbaneja (2004) estes argumentos são os seguintes:

Na História das Matemáticas, o professor pode encontrar um meio de autoformação para compreensão profunda das matemáticas e suas dificuldades de transmissão, o que permitirá suavizar o caminho de conduzir o Ensino Aprendizagem; um instrumento para desenvolver a capacidade de renovação e adaptação pedagógicas e uma metodologia que permita fazer ativamente a aprendizagem com um redescobrimto (...). Além disso, a História das Matemáticas é uma fonte inesgotável de material didático, de ideias e problemas interessantes e também, um alto grau de diversão e recreio intelectual, em suma de enriquecimento pessoal, científico e profissional, que o professor pode aproveitar para motivar seu trabalho de transmissão do conhecimento desdramatizando o Ensino das Matemáticas. Finalmente a História das Matemáticas como lugar de encontro entre as ciências e as humanidades, é um instrumento magistral para enriquecer culturalmente o ensino de matemática e integrá-la harmônica e interdisciplinar no currículo acadêmico (GONZÁLEZ URBANEJA, 2004, p. 27).

Este autor apresentou quatro argumentos para aplicação da história da matemática como estratégia de ensino, apoiando-se em textos de matemáticos, pedagogos, historiadores, os quais “reclamam uma função didática para a história da matemática como instrumento de compreensão de seus fundamentos e das dificuldades de seus conceitos para assim enfrentar aos desafios da sua aprendizagem” (GONZÁLEZ URBANEJA, 2004, p. 17).

Miguel e Miorim (2011) também contribuem com reflexões sobre a temática deste estudo, já que a abordagem histórica dos conteúdos matemáticos, segundo estes autores servem como apoio para se atingir objetivos pedagógicos, a saber:

(1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das idéias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de idéias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIGUEL, MIORIM, 2011, p. 53).

Assim, a abordagem histórica dos conteúdos matemáticos é uma das tendências da educação matemática na atualidade. Esta possibilita ao professor explicar na educação básica que a matemática escolar é resultado de diferentes culturas, bem como o fato de que os temas das áreas da matemática relacionam-se com outras ciências.

Lopes e Ferreira (2013) avaliam que a história da matemática se consolidou como área de conhecimento e pesquisa em educação matemática, e, também como metodologia de ensino:

Ao longo dos últimos trinta anos, a História da Matemática vem se consolidando como área de conhecimento e investigação em Educação Matemática. Pesquisas desenvolvidas na área mostram que o saber matemática está intimamente ligado à motivação e interesse dos alunos por essa ciência. Como metodologia de ensino, acredita-se que a História da Matemática pode tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes. Afinal, ao perceber a fundamentação histórica da matemática, o professor tem em suas mãos ferramentas para mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos, fugindo das repetições mecânicas de algoritmos. O resgate da história dos saberes matemáticos ensinados no espaço escolar traz a construção de um olhar crítico sobre o assunto em questão, proporcionando reflexões acerca das relações entre a matemática e outras áreas de conhecimento (LOPES, FERREIRA, 2013, p. 77).

Já Gasperi e Pacheco (2016) apontam mais argumentos a favor do uso didático da história da matemática na educação básica, tendo como referências os estudos de outros autores, os quais destacamos:

- 1) Compreensão da natureza e das características específicas do pensamento matemático em relação a outras disciplinas, interdisciplinaridade.
- 2) Seleção de tópicos, problemas e episódios considerados motivadores da aprendizagem matemática. A matemática é uma disciplina dedutivamente orientada. Seu desenvolvimento histórico explica que a dedução vem depois de certa maturidade. Ela foi sempre construída a partir de conhecimentos prévios.
- 3) Possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino. A matemática é um desenvolvimento humano e não um sistema de verdades rígidas. A matemática não é fruto de uma estrutura rígida, mas um processo intelectual humano contínuo, ligado a outras ciências, culturas e sociedades (GASPERI;

Por outro lado, os trabalhos de Fernandes, Longuini e Marques (2011), Saito e Dias (2013), Gasperi e Pacheco (2016) exemplificam algumas possibilidades de aplicação da história da matemática como estratégia de ensino, já que estes autores apresentam propostas de atividades didáticas com abordagens de pesquisas em educação matemática ou história da ciência e ensino.

A seguir, sintetizamos as propostas de atividades didáticas destes autores:

- Proposta de construção de uma balestilha em madeira, atividade didática que destaca um instrumento de medida que era utilizado no século XVI, como uma proposta pedagógica para educação básica, tendo como referência para estudo, o trabalho *Instrumentos de Navegação, Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimientos Portugueses* de Luís Albuquerque (1988), com aplicação para o ensino de astronomia e matemática (FERNANDES, LONGUINI, MARQUES, 2011);

- Desenvolvimento da atividade didática a partir da escolha da obra *Del modo di misurare* de Cosimo Bartoli (1564), com realização de oficinas e minicursos para professores e estudantes, e em aulas nos cursos de Licenciatura em Matemática e de Especialização em Educação Matemática (SAITO; DIAS, 2013);

- Leitura de livros paradidáticos que mencionam tópicos da História da Matemática, Projeto de Contação de Histórias, Resolução de Problemas Históricos, Textos históricos para introdução de um conteúdo, Pesquisa sobre os matemáticos da história, Uma cronologia da História da Matemática e outras atividades didáticas (GASPERI; PACHECO, 2016).

Assim, a formação de professores de matemática no século XXI, é um grande desafio, conforme avalia D'Ambrosio (1993). Para esta autora, os professores de matemática, deverão ter como característica a visão do que vem a ser a matemática, bem como a visão do que constitui a atividade matemática, e ainda, a visão do que constitui a aprendizagem da matemática e um ambiente propício à aprendizagem matemática.

Para refletir sobre o que vem a ser a matemática e os conteúdos escolares que são estudados na educação básica, os professores de matemática podem utilizar diferentes tipos de trabalhos no seu planejamento de ensino, como livros didáticos, livros de história da matemática e fragmentos de fontes originais para produzir material didático, com objetivo de aplicá-los em sala de aula. Este pode ser um texto, uma atividade didática ou outro tipo de material didático impresso ou digital.

Considerando que os poliedros platônicos são abordados no ensino de Geometria Espacial na educação básica, optamos em investigar: Como os livros didáticos da Escola Estadual Joaquim Nabuco apresentam o estudo da fórmula poliedros no ensino médio?

## 2 | METODOLOGIA

### 2.1 Caracterização da Pesquisa

Neste estudo, optamos por realizar uma pesquisa mista, envolvendo a pesquisas bibliográfica e qualitativa para conhecer os trabalhos que discutem o uso da história da matemática como estratégia de ensino na educação básica.

Em seguida, organizamos uma oficina com seis estudantes para aplicar o texto que foi produzido como resultado da pesquisa, originalmente, sendo o tema “Leonhard Euler (1707-1783) e estudo da fórmula de poliedros no ensino médio”.

A pesquisa bibliográfica é definida como:

É um tipo de pesquisa obrigatória a todo e qualquer modelo de trabalho científico. É um estudo organizado sistematicamente com base em materiais publicados. São exigidas as buscas de informações bibliográficas e a seleção de documentos que se relacionam com os objetivos da pesquisa (SANTOS, MOLINA, DIAS, 2007, p. 127).

Já a pesquisa qualitativa:

O principal é um desenho qualitativo para se abordar uma questão. Desde a questão envolva seres humanos, são essenciais a descrição e a reconstrução de cenários culturais, o que é normalmente chamado de uma etnografia (D'AMBROSIO, 2005, p. 103).

Assim, foram importantes para a elaboração deste artigo, livros didáticos localizados na biblioteca da escola pesquisada, livros de história da matemática, trabalhos sobre o matemático Leonhard Euler e sua *Lettre CXXXV* publicada por Fuss (1843), no livro *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII<sup>ème</sup> siècle*.

### 2.2 Local de Execução da Oficina, seu Tema, Carga Horária e Público Alvo

A oficina da pesquisa foi realizada, em 06 e 08 de junho de 2016, como parte da monografia do Curso de Especialização de Ensino de Matemática para o Ensino Médio (AGUIAR, 2016), vinculado ao Programa Universidade Aberta do Brasil, ofertado no Estado do Amapá (UAB/Polo Oiapoque) e pelo Departamento de Educação a Distância da Universidade Federal do Amapá (DEAD/UNIFAP).

A sua execução ocorreu no município de Oiapoque, em uma sala da Escola Estadual Joaquim Nabuco (Figura 1), instituição que faz parte da rede pública de ensino do Estado do Amapá.

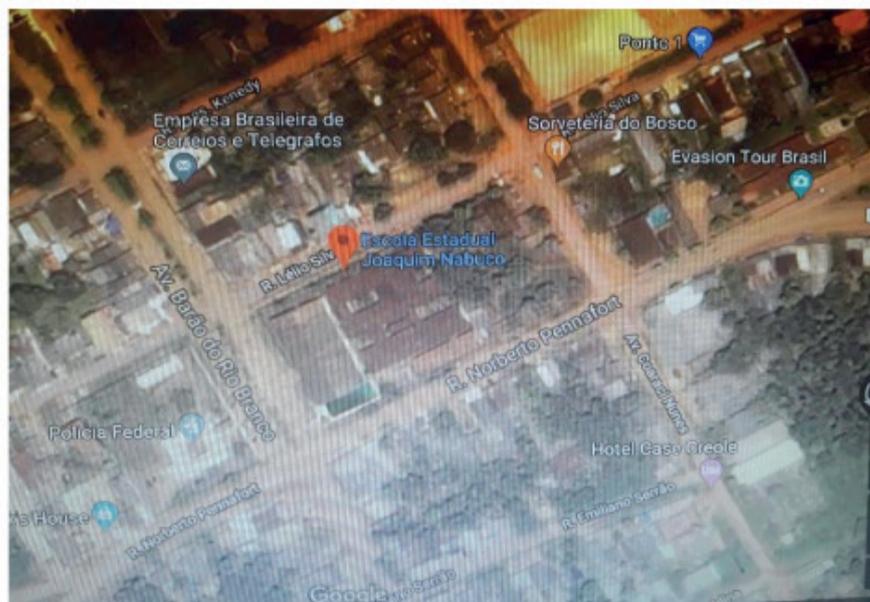


Figura 1 - Localização geográfica da escola pública.

Fonte: Imagem capturada no Google Maps.

O tema da oficina escolhido foi “Leonhard Euler (1707-1783) e estudo da fórmula de poliedros no ensino médio”, com carga horária de quatro horas.

O grupo de participantes da oficina da pesquisa foram os estudantes A, B, C, D, E e F, que estavam cursando o ensino médio, os quais se interessaram em participar da segunda etapa do projeto de pesquisa, após a divulgação do projeto de pesquisa na escola pública.

Considerando que a execução da oficina não teve como objetivo coletar dados, logo não foi necessário mencionar os nomes dos estudantes que participaram da pesquisa qualitativa.

A participação de estudantes do ensino médio, na última etapa deste estudo foi importante, pois possibilitou apresentar a 1ª versão do texto produzido como uma das atividades da pesquisa, o qual citamos no tópico a seguir.

### **3 | O TEXTO DA OFICINA DA PESQUISA COMO RESULTADO**

#### **3.1 Aspectos Biográficos de Leonhard Paul Euler**

Leonhard Paul Euler (1707-1783), de origem suíça, é considerado um dos príncipes dos matemáticos do século XVIII, dada a sua prolífera contribuição à ciência moderna e vasta publicação no campo da matemática, física, música e outras ciências. O seu nome é bastante citado em livros didáticos, trabalhos acadêmicos, periódicos ou livros de história da matemática.



Figura 2 - Retrato de Euler

Fonte: FUSS, P. H. Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIème siècle, 1843.

Santos, Pedro Neto e Silva (2007) comentam que Euler nasceu em 15 de abril de 1707, na cidade da Basileia. Ele é o mais velho dos quatro filhos de Paulus Euler e Margaretha Brucker. Ainda cedo se mudou para um ambiente rural, mas aos oito anos de idade retornou a sua cidade natal para continuar os estudos, período em que seu pai providenciou o tutor Burkhardt para ele.

Em 1720, com 13 anos de idade, inscreve-se na Universidade de Basileia, na Faculdade de Filosofia, para dar seguimento aos estudos religiosos tão do agrado de seu pai. Aqui estudava a sua matéria preferida, a Matemática, mas também Teologia, Medicina e outras disciplinas (SANTOS, PEDRO NETO, SILVA, 2007, p. 8).

A Faculdade Filosofia transmitia uma educação geral ao estudante, antes de terminar uma especialidade para grau superior. Através do trabalho duro e memória surpreendente, ele dominou todos os assuntos (CALINGER, 2016).

Durante seus dois primeiros anos, ele foi matriculado no clã de Johnn Bernoullis para iniciantes em geometria, bem como em aritmética prática e teórica. Diante de seus colegas estudantes, aos quatorze anos de idade fez um discurso em latim intitulado “*Declamatio: De arithmetica et geometrica*” [...] no qual ele apresentou um tratamento de dois campos da aritmética, a prática e a teórica. Em aplicação prática e artes finas, ele comentou a superioridade da geometria (CALINGER, 2016, p. 17).

Aos dezessete anos de idade recebeu, o grau de *Magister Artium* pela Faculdade de Filosofia, oficialmente em 8 de junho de 1724. Na sessão de graduação de outubro de 1723, Euler fez a leitura pública em latim, comparando a filosofia natural de Rene Descartes, com de Isaac Newton e indicando as consequências de cada um, conforme é explicado por Galinger (2016).

No ano de 1727, Euler escreveu:

[...] “*Dissertatio physica de sono*” (Dissertação física sobre o som), com a qual

concorreu, ainda muito jovem, a uma cadeira de física na Universidade de Basiléia. O trabalho foi muito bem recebido, mas Euler não chegou a ser professor dessa universidade, pois decidiu emigrar para a Rússia (D'AMBROSIO, 2009, p. 19).

Conforme Gayo e Wilhelm (2015) a sua vida acadêmica movimentada não o impediu de formar, com Katharina Gsell uma família com treze filhos. Por influência dos irmãos Daniel e Nicolas Bernoulli, filhos de Jakob Bernoulli, Euler foi convidado a integrar a *Academia de Ciências São Petersburgo* na Rússia, onde foi nomeado professor de Física e Matemática, respectivamente, em 1730 e 1733. Ele continuou “na Rússia até 1741 quando foi convidado a ser professor de Matemática na *Academia de Ciências de Berlim*. Nesta cidade conquistou a admiração de alguns integrantes da corte do imperador da Prússia, atual Alemanha e Polônia” (CAJORI, 2007 apud GAYO E WILHELM, 2015).

A respeito das obras de Euler, sabemos que ele teve um grande papel na produção científica do século XVIII:

Euler foi um escritor prolífico, sem dúvida insuperável quanto a isso na história da matemática; não há ramo da matemática em que seu nome não se figure. É interessante que sua produtividade surpreendente não foi absolutamente prejudicada quando, pouco depois de seu retorno a São Petersburgo, teve a infelicidade de ficar completamente cego (EVES, 2004, p. 472).

D'Ambrosio (2009) comenta que a última indicação do índice de Eneström de indexação das obras de Euler, foi E866, que corresponde a oitocentos e oitenta e duas publicações, envolvendo, Obras Matemáticas, Mecânicas e Astronômicas, Obras Físicas e Miscelânea, Correspondências, Manuscritos, além de Cadernos e Diários.

### 3.2 Sólidos e Poliedros na História das Ciências

A história dos poliedros perpassa pelas ciências antiga à moderna, e, portanto, a diferentes estudos na história das ciências. Ao pesquisarmos sobre o referido tema, encontramos menção aos trabalhos de Platão (428-347 a.C), Arquimedes (287-212 a.C), Euclides (c. 300 a.C), Johannes Kepler (1571-1630), René Descartes (1596-1650) e Euler (1707-1783). Estes contribuíram com a discussão sobre os sólidos de faces planas, apresentando definições, teoremas, demonstrações e apresentando ilustrações em seus trabalhos, relacionando-os com a Cosmologia, Geometria dos Sólidos e Astronomia.

Quanto a etimologia da palavra ‘poliedro’, Cruz (2002, p. 14) esclarece que “o termo poliedro vem das raízes gregas poly, significando muitos, e hedra, significando faces. Um poliedro tem muitas faces”.

Os poliedros são estudados como parte dos conteúdos matemáticos da Geometria Espacial no ensino médio em escolas da rede pública ou privada no Brasil. Assim, o estudo de poliedros é abordado tanto em livros didáticos de matemática, como em

livros de outras áreas de conhecimentos, dos quais comentaremos alguns a seguir.

Platão (2011) no livro *Timeu-Crítias* trata da formação de cinco figuras sólidas, o hexaedro regular, tetraedro regular, octaedro regular, dodecaedro regular e icosaedro que são citados no capítulo “Intelecto e Necessidade”. Ele associa os sólidos com os quatro elementos primordiais, isto é, fogo, ar, água e terra, bem como associa o dodecaedro, que é o quinto sólido, com o universo. Os nomes dos sólidos platônicos ou corpos cósmicos foram atribuídos por Platão para explicar a natureza (CRUZ, 2009).

Já Melo (2014) explica que os sólidos se classificam em várias categorias, como os sólidos platônicos, os sólidos arquimedianos e os sólidos de Catalan.

Os sólidos arquimedianos, ou sólidos de Arquimedes, ou poliedros semirregulares, são poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares de mais de um tipo, enquanto nos sólidos platônicos, todas as faces são polígonos regulares de um único tipo (MELO, 2014, p. 13).

Existem apenas treze sólidos arquimedianos: tetraedro truncado, o cubo truncado, o cuboctaedro, o rombicuboctaedro, o cuboctaedro truncado, o octaedro truncado, o icosaedro truncado, o dodecaedro truncado, o icosidodecaedro, o rombicoidodecaedro, o icosidodecaedro truncado, o cubo snub e o dodecaedro snub. Ainda existem os duais dos sólidos arquimedianos ou sólidos de Eugene Catalan (1814-1894), obtidos pela união dos pontos centrais das faces adjacentes dos sólidos arquimedianos (MELO, 2014).

A geometria sólida também foi mencionada em tratados da arte renascentista. Uma obra conhecida é *Libellus De Quinque Corporibus Regularibus* de Piero della Francesca (1480). Segundo Luminet (2011), de três tratados escritos por ele, incluindo o *Libellus de Quinque Corporibus Regularibus*, os seus assuntos abordavam sobre aritmética, álgebra, geometria e trabalho inovador em geometria sólida e perspectiva.

Com relação a esta obra, Melo (2014, p. 13) comenta:

Pelo lado artístico, os sólidos platônicos são muito utilizados e apreciados por causa das suas simetrias, principalmente no Renascimento, onde em 1480, o pintor Piero della Francesca (1415-1492) faz um estudo muito completo em sua obra “*Libellus De Quinque Corporibus Regularibus*”. Nessa mesma obra o autor encontra-se com quatro outros tipos de poliedros que apresentam faces regulares, mas não todas com o mesmo polígono, os denominados sólidos arquimedianos.

Os sólidos arquimedianos foram aos poucos sendo redescobertos por artistas, matemáticos e filósofos, como que se observa na obra *Harmonices Mundi* de Johannes Kepler (1619). Segundo Luminet (2009, p. 258) “Kepler finalizou suas leis do movimento planetário, que são ainda válidas hoje”. Também descreveu sobre a existência de treze configurações de vértices possíveis e comentou que cada uma dessas configurações dava origem a um dos sólidos arquimedianos (SÁ, ROCHA, 2010).

A Figura 3 exemplifica diferentes tipos de sólidos geométricos por meio de ilustrações apresentadas no livro *Harmonices Mundi* de Johannes Kepler (1619), como os sólidos platônicos e estrelados, além da simetria no processo de decomposição de outros sólidos ou sua planificação.

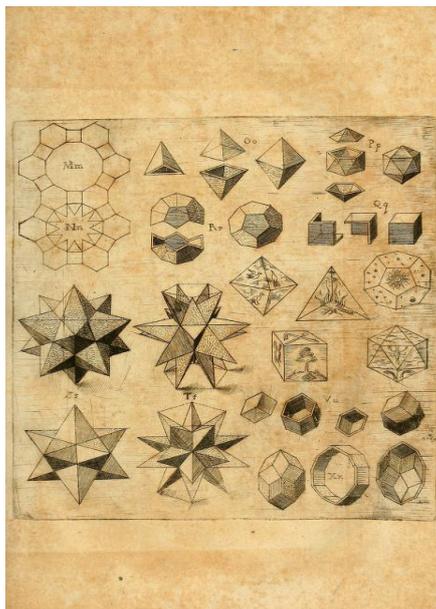


Figura 3 - O registro de alguns sólidos no século XVII.

Fonte: KEPLER, J. *Harmonices Mundi*, 1619, entre p. 58 e p. 59.

*Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicassimi* (1482), primeira edição em latim, mais conhecido como *Os Elementos* de Euclides e suas traduções para o francês, italiano e inglês de (1516), (1565), (1566), (1570) e outros idiomas, descrevem sobre uma parte da matemática grega, apresentando o método axiomático que é demonstrado a partir de definições, axiomas ou postulados para se chegar as proposições ou aos teoremas (BORGES FILHO, 2005).

Nesta obra, em três de seus livros abordam a respeito da geometria sólida:

Livros XI a XIII - tratam da geometria sólida e conduzem através dos ângulos sólidos aos volumes dos paralelepípedos, do prisma e da pirâmide, à esfera e ao que parece ter sido considerado o ponto mais alto da obra, à discussão dos cinco poliedros regulares (chamados platônicos) juntamente com a prova de que existem estes cinco poliedros regulares (BORGES FILHO, 2005, p. 21).

“Para cada sólido, Euclides calcula a razão entre o diâmetro da esfera circunscrita e o comprimento da aresta do sólido. Na proposição 18, ele demonstra que não existem outros poliedros regulares” (PEREIRA, 2011, p. 8).

Já na obra *Mysterium Cosmographicum* de Kepler (1596), segundo Tossato (2003), o Kepler apresentou a sua hipótese de que o mundo foi construído mediante a inscrição e circunscrição dos cinco sólidos perfeitos nas seis órbitas planetárias conhecidas em sua época, o que lhe permitiu, desvendar os segredos do mundo cósmico.

O título completo desta obra em português, nos dá uma ideia da presença dos poliedros platônicos no seu conteúdo, pois segundo tradução de Tossato, esta intitula-se:

(Anúncio das Considerações Cosmográficas, contendo o Mistério Cosmográfico sobre a admirável proporção dos orbes celestes e das causas genuínas e próprias do número, magnitude e movimentos periódicos dos céus, demonstrado através dos cinco sólidos geométricos regulares), ou mais usualmente *Mysterium cosmographicum*, representa o ponto de partida do pensamento kepleriano, seja esse astronômico, cosmológico, epistemológico ou metodológico (TOSSATO, 2003, p. 4).

Berlinski (2005) comenta sobre a referida obra de Kepler:

A órbita da Terra é a medida de todas as coisas; circunscreva-se em torno dela um dodecaedro e o círculo que contém este será Marte; circunscreva-se em torno do círculo de Marte um tetraedro, e o círculo que o contém será Júpiter; circunscreva em torno de Júpiter um cubo, e o círculo que o contém será Saturno. Agora inscreva dentro da Terra [ou seja, a órbita da Terra] um icosaedro, e o círculo contido dentro dele será Vênus; inscreva dentro de Vênus um octaedro, e o círculo contido nele será o de Mercúrio (BERLINSKI, 2005, p. 209).

Este comentário sobre o pensamento de Kepler, mostra que de algum modo, ele acreditava que as orbitas dos planetas tinham relação com os sólidos platônicos, já que ao tratar das orbitas planetárias, ele apresenta uma explicação geométrica.

Conforme alguns trabalhos citados, anteriormente, que trataram sobre os poliedros, se verifica que este assunto já era debatido muito antes do século XVIII. O artigo de Siqueira (2009) esclarece que “*Elementa doctrinae solidorum*” de Euler (1758a) desempenhou um papel de mito fundador das áreas da topologia combinatória e da geometria discreta, além de evidenciar que em “*Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hedris planis inclusa sunt praedita*”, Euler (1758b) expõe métodos que classificam e descrevem os sólidos de faces planas, segundo uma determinada propriedade.

Estes trabalhos de Euler foram publicados em *Novi commentarii academiae scientiarum Imperialis petropolitanae* e em *Opera Omnia*, o que se verifica na bibliografia analisada por Siqueira (2009).

Deste, destacamos uma citação:

Os estudos sobre poliedros, ou, de uma outra maneira, os sólidos limitados por faces planas, nos séculos XVII e XVIII se resumem, até onde se conhece, a poucos escritos. Entre estes, os comentários de Kepler (1571-1630) sobre poliedros estrelados e arquimedianos no *Harmonices Mundi* (1619), de Descartes no manuscrito compilado por Leibniz *Progymnasmata de Solidorum Elementis excerpta ex Manuscripto Cartesii* (aprox. 1620) (SIQUEIRA, 2009, p. 55s).

No tratado *De Solidorum Elementis* de Descartes (1619) é citado a ‘fórmula de

poliedros' que relaciona as arestas, os vértices e as faces de um poliedro regular, a qual frequentemente é atribuída a Euler, o que é comentado por Vaz (2011). Este autor ainda enfatiza, que neste tratado, Descartes também estudou os poliedros e suas relações.

Quanto aos trabalhos de Euler que abordaram aspectos da geometria dos sólidos e os teoremas de estereometria, são conhecidos:

1) A *Letter CXXXV* de 14 de novembro de 1750 destinada ao matemático Christian Goldbach, cujo sumário é “*Théorèmes de stéréométrie*”, publicado por Paul Heinrich Fuss (1843) em *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIème siècle*;

2) *Elementa doctrinae solidorum* (1758a), que é fonte primária citada por Siqueira (2009);

3) *Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hedris planis inclusa sunt praedita* (1758b), que também é fonte primária do estudo realizado por Siqueira (2009).

Estes podem ser pesquisados na biblioteca digital, *The Archive Euler*, que se dedica aos trabalhos e vida de Leonhard Euler. Na *Letter CXXXV*, Euler (1750) apresentou onze teoremas de estereometria. No sexto teorema tem-se: “In omni solido hedris planis incluso aggretatum ex numero angulorum solidorum et ex numero hedrarum binario excedit numerum acierum, seu est  $H + S = A + 2$ , seu  $H + S = 1/2 L + 2 = 1/2 P + 2$ ” (EULER, 1750, p. 537).

Conforme Siqueira (2009, p. 56), a tradução deste teorema de texto em latim ao português, pode ser: “Em qualquer solido limitado por faces planas, a soma do número de ângulos dos sólidos e do número de faces excede em dois o número de arestas”, ou seja,  $S + H = 2 + A$ .

Já em *Elementa doctrinae solidorum*, Euler (1758a) apresentou resultados de estudos sobre sólido de faces planas, arestas e ângulos dos sólidos, além de classificar os sólidos de faces planas pelo número de seus ângulos. Em seguida, em *Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hedris planis inclusa sunt praedita*, Euler (1758a) apresentou a demonstração para o teorema principal e também mostrou a fórmula para determinar o volume da pirâmide triangular (KLYVE, STEMKOSKI, TOU, 2016).

### 3.3 O Estudo de Poliedros como Conteúdo da Geometria Espacial em Livros Didáticos

Na Escola Estadual Joaquim Nabuco, encontramos no acervo da biblioteca, os seguintes livros didáticos: *Matemática* de Paiva (2013), *Conexões com a Matemáticas* editado por Leonardo (2013), *Matemática Ensino Médio* de Smole e Diniz (2005) que tratam sobre os estudos de poliedros no conteúdo de Geometria Espacial e outros conteúdos matemáticos.

Estes são distribuídos nas escolas públicas pelo Programa Nacional do Livro

Didático - PNLD, que tem como objetivo “subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica” (MEC, 2016, p. 1) ou pelo Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio - PNLEM.

A Figura 4 indica os livros didáticos da área da Matemática que foram localizados no levantamento de fontes e que estavam disponíveis para aplicação em sala de aula.



Figura 4 - Livros didáticos de matemática analisados.

Fonte: Fotografia da pesquisa, 2016.

Pela análise do conteúdo destes livros didáticos, verificamos que o assunto sobre poliedros é abordado de forma resumida, sem mencionar aspectos históricos relacionados a fórmula que é atribuída ao matemático Euler. Isto é, não se trata o estudo de poliedros com abordagem histórica, já que os textos destes livros didáticos são focados na resolução de problemas matemáticos para o ensino médio.

No segundo volume de *Matemática* de Paiva (2013) há um capítulo que trata de poliedros convexos, regulares, nomenclaturas, exemplos de cálculos ou exercícios, relação de Euler e exercícios propostos. A este respeito, consta no mesmo que: “Em todo poliedro convexo vale a relação:  $V - A + F = 2$ , em que V, A e F representam o número de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente” (PAIVA, 2013, p. 223).

Em se tratando do segundo volume de *Conexões com a Matemáticas*, que foi editado por Leonardo (2013), o seu conteúdo sobre poliedros é abordado de forma mais ampla, envolvendo sólidos geométricos e figuras, corpos redondos, elementos e superfície poliédrica, poliedro convexo e não convexo. E ainda, planificação, poliedros regulares e a relação de Euler.

Neste livro didático, o aspecto que se faz menção à história da matemática, é a citação ao selo da antiga República Democrática Alemã, que homenageou Euler, em 1983, no 200º aniversário de sua morte, o qual tem no centro a fórmula matemática, escrita na seguinte forma:  $e - k + f = 2$ , e aos lados à direita e esquerda, a um

icosaedro e uma imagem que representa o matemático, conforme mostra a Figura 5.

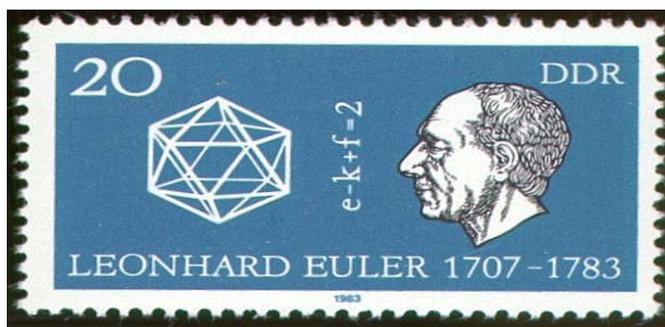


Figura 5 - Selo alemão de homenagem ao matemático Euler

Fonte: LEONARDO, 2013.

Já no segundo volume de *Matemática Ensino Médio* de Smole e Diniz (2005), o conteúdo sobre poliedros é tratado com a discussão acerca de poliedro convexo e não convexo, relação de Euler e exercícios. No referido livro destacou-se que “todo poliedro convexo vale a relação de Euler, mas nem todo poliedro em que vale essa relação é convexo” (SMOLE; DINIZ, 2005, p. 258).

### 3.4 Discussão dos Resultados

Com o levantamento de diferentes tipos de referências, como documentos brasileiros que norteiam a reflexão sobre as estratégias de ensino para a área da matemática, e ainda, os livros de história da matemática, trabalhos acadêmicos, livros didáticos de matemática e a *Lettre CXXXV* de Euler (1750), constatamos que o estudo sobre poliedros no ensino médio é abordado geralmente pela resolução de problemas matemáticos.

Assim, os conteúdos matemáticos pouco são tratados nos livros didáticos do ensino médio, com abordagem de tópicos da história da matemática, conforme análise dos livros didáticos: *Matemática* de Paiva (2013), *Conexões com a Matemáticas* editado por Leonardo (2013), *Matemática Ensino Médio* de Smole e Diniz (2005), que são usados pelos professores de matemática da Escola Estadual Joaquim Nabuco, no município de Oiapoque.

A exposição do texto elaborado como material didático e utilizado na oficina desta pesquisa, permitiu-nos compreender que a discussão sobre poliedros é presente na história da ciência, a exemplo de trabalhos de Platão, Arquimedes, Euclides, Piero, Kepler, Descartes e outros. Já no século XXI, a relação ou fórmula  $V - A + F = 2$  é discutida de forma resumida em livros didáticos, como parte dos conteúdos matemáticos do ensino médio.

Os livros didáticos citam apenas o nome de Euler, quando se referem ao tópico sobre a fórmula de poliedros. Nesta pesquisa constatamos que o filósofo francês, René Descartes (1619), também realizou estudos a respeito, como *De solidorum elementis*, *Progymnasmata de solidorum elementis* ou *Exercises in the elements of*

*solids*, que foram redescobertos em 1860, como esclarecem Sandifer (2007) e Vaz (2010), cujos trabalhos de Descartes não são mencionados nos livros didáticos que analisamos neste estudo.

Estes dados nos levam a compreender que a ciência matemática escrita nos livros didáticos é apenas uma das versões da história da matemática e que cabe aos professores de matemática aprofundar os seus conhecimentos na formação continuada para ampliar o que se ensina na sala de aula.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O foco deste estudo centrou-se em pesquisar aspectos biográficos do matemático suíço, Leonhard Euler e de que maneira a fórmula de poliedro é estudada na Escola Estadual Joaquim Nabuco, no município de Oiapoque.

A apresentação do texto produzido na oficina, possibilitou aos estudantes do ensino médio conhecer um pouco sobre a história dos poliedros, bem como entender que não foi apenas Euler que teorizou sobre o tema. Já que outros filósofos, artistas e matemáticos também abordaram sobre geometria sólida, sólido de faces planas, teorema de estereometria e outros assuntos em seus trabalhos, como Platão, Arquimedes, Euclides, Piero, Kepler, Descartes e Euler.

Geralmente, os livros didáticos do ensino médio atribuem a invenção da fórmula de poliedros ao Euler, sem mencionar que Descartes já tinha realizado um estudo detalhado com relação aos sólidos de faces planas e que em muitos outros estudos na história da ciência também foi discutido este assunto.

#### REFERÊNCIA

AGUIAR, J. S. **Leonhard Euler (1707-1783) e Estudo da Fórmula de Poliedros no Ensino Médio**. 2016. 32f. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio). Departamento de Educação a Distância, Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2000. v. 3.

\_\_\_\_\_. **Orientações Curriculares do Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006. v. 2.

BERLINSK, D. **O Segredo do Céu**: astrologia e arte da previsão. Trad. de Helena Londres. São Paulo: Globo, 2005.

BORGES FILHO, F. **O Desenho e o Canteiro no Renascimento Medieval (século XII e XIII): indicativos da formação dos arquitetos mestres construtores**. 2005. 262f. Tese (Doutorado em Estruturas Ambientais Urbanas). Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

- CRUZ, A. R. **O Teorema de Euler para poliedros**. Monografia (Especialização em Matemática- Formação de Professor na Modalidade a Distância). 2009. 34f. Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.
- D'AMBROSIO, B. S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. **Pro-Prosições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 35-41, 1993.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: Da teoria à prática. 12.ed. Campinas: Papirus, 2005.
- \_\_\_\_\_. Euler, um matemático multifacetado. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, v. 9, n. 17, p. 13-31, 2009.
- DIAS, M. S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4, Anais. Brasília: SBEM, 2009. p. 1-14.
- EULER, L. Lettre CXXXV. Berlin d. 14 November 1750. In: FUSS, P. H. **Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII<sup>ème</sup> siècle**. St. Pètersbourg, 1843. Tome I, p. 536-539.
- \_\_\_\_\_. Summary E231- Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hedris planis inclusa sunt praedita. Disponível em: <http://eulerarchive.maa.org/>, Acesso: 03/03/2019.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Higyno H. Domingues. Campinas: Ed. Unicamp, 2004. p. 461-513.
- FERNANDES, T. C. D.; LONGHINI, M. D.; MARQUES, D. M. A construção de um antigo instrumento para navegação marítima e seu emprego em aulas de Astronomia e Matemática. **História da Ciência e Ensino: Construindo interfaces**, São Paulo, v. 4, p. 62-79, 2011.
- GALINGER, R. S. **Leonhard Euler**: Mathematical Genius in the Enlightenment. Princeton: Princeton University Press, 2016.
- GARBI, G. G. **A Rainha das Ciências**: Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2006.
- GAYO, J; WILHELM, R. O problema que tornou Euler famoso. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 37, Ed. Especial PROFMAT, p. 342-355, 2015.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. **Suma**, Madrid, n. 45, p.17-28, Feb. 2004.
- KEPLER, J. **Harmonices Mundi**. 1619.
- LEONARDO, F. M. (Ed.). **Conexões com Matemática**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2013.
- LOPES, L. S., FERREIRA, A. L. A. Um olhar sobre a história nas aulas de matemática. **Abakós**, Belo Horizonte, v. 2, n. 1, p. 75-88, 2013.
- LUMINET, J-P. Science, art and geometrical imagination. In: INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION SYMPOSIUM, 260, **Proceedings**. Paris: UNESCO, 2009. v. 260, p. 248-273.
- MELO, H. S. Os 13 sólidos Arquimedianos. **Correio dos Açores**, São Miguel, p. 13, 13 de Nov. 2014.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: Propostas e desafios. 1.reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. (Col. Tendência em Educação Matemática, v. 10).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Programa Nacional do Livro Didático. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pnld/apresentacao>, Acesso: 03/03/2019.

PAIVA, M. **Matemática**: Ensino Médio. São Paulo: Ed. Moderna, 2013. v. 2.

PEREIRA, H. S. **Poliedros Platônicos**. 2011. 42f. Monografia (Especialização em Matemática para Professores do Ensino Básico). Universidade de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

PLATÃO. **Timeu-Crítias**. Trad. de Rodolfo Lopes. Coimbra: FCT, 2011.

SÁ, C. C.; ROCHA, J. (Ed). **Treze Viagens pelo Mundo da Matemática**. Porto: Universidade do Porto Edições, 2010.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre História da Matemática e Ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SANDIFER, C. E. (Ed.) **How Euler Did It**. Washington Mathematical Association of American, 2007. (The MAA Tercentenary Euler Celebration, Vol. 3).

SANTOS, G. R. C. M., MOLINA, N. L., DIAS, V. F. **Orientações e dicas práticas para trabalhos acadêmicos**. Curitiba: IBPEX, 2007.

SHIRLEY, L. Matemática do século XX: o século em breve revista. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 60, p. 73-78, Nov./Dez. 2000.

SIQUEIRA, R. M. História e Tradição sob Disputa: O caso dos poliedros na Geometria. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, v. 9, n. 17, p. 53-63, 2009.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I. **Matemática**: Ensino Médio. São Paulo: Saraiva, 2005. v. 2.

KLYVE, D.; STEMKOSKI, L.; TOU, E. Summary E-230 - Elementa doctrinae solidorum. Disponível em: <http://eulerarchive.maa.org/>, Acesso: 03/03/2019.

THE ARCHIVE EULER. Disponível em: <http://eulerarchive.maa.org/>, Acesso: 03/03/2019.

TOSSANTO, C. R. A Formação do Pensamento Astronômico e Cosmológico de Johannes Kepler. São Paulo, 2003. Disponível em: [http://filosofia.fflch.usp.br/sites/filosofia.fflch.usp.br/files/posdoc/projetos/claudemir\\_roque\\_tossato\\_posdoc.pdf](http://filosofia.fflch.usp.br/sites/filosofia.fflch.usp.br/files/posdoc/projetos/claudemir_roque_tossato_posdoc.pdf), Acesso: 03/03/2019.

VAZ, D. A. F. A Matemática e a Filosofia de René Descartes. 2010. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/FILOSOFIA/Artigos/Duelci.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/FILOSOFIA/Artigos/Duelci.pdf), Acesso: 03/03/2019.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**Eliei Constantino da Silva** - Licenciado e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Brasil, e Universidade do Minho, Portugal, respectivamente. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Membro do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e membro do Grupo de Pesquisa Ensino e Aprendizagem como Objeto da Formação de Professores (GPEA). Atuou como professor bolsista do Departamento de Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Tem interesse e desenvolve pesquisas nos seguintes temas: Educação Matemática, Pensamento Computacional, Robótica, Programação Computacional, Tecnologias Digitais na Educação, Ensino e Aprendizagem, Teoria Histórico-Cultural e Formação de Professores. Atualmente é doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), editor de conteúdo da Geekie, colunista do InfoGeekie, membro do Comitê Técnico Científico da Atena Editora, professor do Colégio Internacional Radial e desenvolve ações de formação de professores relacionadas ao uso de tecnologias e Pensamento Computacional na Educação.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Anos Finais do Ensino Fundamental 46

Aprendizagem 2, 25, 69, 100, 140, 170

### D

Desenho Geométrico 46, 130, 140

### E

Educação Básica 34, 47, 121, 139, 179, 180, 181, 182

Educação Matemática 5, 1, 15, 16, 18, 25, 26, 35, 37, 45, 54, 55, 57, 66, 80, 81, 100, 101, 102, 114, 116, 127, 140, 142, 149, 158, 159, 170, 171, 172, 173, 176, 177, 179, 188, 189, 191, 192, 197

Elementos para esboço gráfico 90

Ensino 2, 5, 8, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 25, 27, 34, 35, 36, 40, 46, 47, 48, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 76, 79, 80, 81, 84, 88, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 100, 103, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 142, 149, 158, 170, 174, 175, 180, 183, 184, 185, 187, 189, 191, 193

Ensino de Geometria 46, 48, 129

Ensino de Matemática 14, 27, 76, 79, 80, 103, 113, 127, 142

Ensino Médio 5, 8, 13, 55, 57, 58, 60, 61, 67, 68, 69, 81, 84, 89, 91, 92, 94, 96, 98, 99, 103, 110, 111, 112, 113, 115, 116, 118, 122, 126, 127, 129, 131, 133, 139, 175, 184, 185, 187

Ensino Superior 5, 184, 189

Equações do 1º e do 2º grau 55

Estratégia de Ensino 98

### F

Fórmula de Poliedro 98

Fração 1, 3

### G

GeoGebra 90, 92, 93, 95, 96, 116, 117, 118, 121, 122, 123, 126, 127

### H

História da Matemática 13, 54, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 114, 115, 173, 174, 175, 176

### I

Imagem virtual 14

### J

Jogos Educativos 26

Jogos Matemáticos 55, 66, 81, 88, 89

### L

Laboratório de Matemática 81, 82, 84, 85, 86

Literatura 35, 37, 38, 43, 44

Lugar geométrico 90

## **M**

Matemática 2, 5, 9, 1, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 69, 76, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 121, 124, 125, 126, 127, 129, 131, 132, 137, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 147, 149, 150, 151, 152, 158, 159, 160, 161, 162, 164, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 197, 202, 203, 217, 218, 224, 270

Matematofobia 81, 82

Música 1, 13

## **P**

Parábola na forma canônica 90

PIBID 9, 26, 27, 28, 34, 56, 129, 130, 133, 181, 182, 183, 184, 186, 187, 188

## **R**

Registros de representação 14, 25

Resolução de Problemas 55, 57, 58, 102, 173, 174, 176

## **S**

Semiótica 14, 15, 16, 18, 19, 25

## **T**

Trigonometria 5, 69

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-545-7



9 788572 475457