

João Dallamuta
(Organizador)

**Estudos Transdisciplinares
nas Engenharias 2**

Atena
Editora
Ano 2019

João Dallamuta

(Organizador)

Estudos Transdisciplinares nas Engenharias 2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de
Oliveira Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof.^a Dr.^a Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Dr.^a Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.^a Dr.^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof.^a Dr.^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof.^a Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E82	Estudos transdisciplinares nas engenharias 2 [recurso eletrônico] / Organizador João Dallamuta. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Estudos Transdisciplinares nas Engenharias; v. 2) Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-356-9 DOI 10.22533/at.ed.569102905 1. Engenharia – Pesquisa – Brasil. 2. Transdisciplinaridade. I. Dallamuta, João. II. Série. CDD 620
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná - Brasil

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

Caro(a) leitor(a),

Nesta obra temos um compendio de pesquisas realizadas por alunos e professores atuantes em ciências exatas, engenharia e tecnologia. São apresentados trabalhos teóricos e vários resultados práticos de diferentes formas de aplicação e abordagens de simulação, projetos e caracterização no âmbito da engenharia e aplicação de tecnologia.

Tecnologia e pesquisa de base são os pilares do desenvolvimento tecnológico e da inovação. Uma visão ampla destes temas é portanda fundamental. É esta amplitude de áreas e temas que procuramos reunir neste livro.

De abordagem objetiva, a obra se mostra de grande relevância para graduandos, alunos de pós-graduação, docentes e profissionais, apresentando temáticas e metodologias diversificadas, em situações reais.

Optamos pela divisão da obra em dois volumes, como forma de organização e praticidade a você leitor. Aos autores, agradecemos pela confiança e espírito de parceria.

Boa leitura.

João Dallamuta

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
ESTUDO SEMI PROBABILÍSTICO E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PARA O MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO APLICADO AO PROBLEMA DE FLEXÃO DE UMA VIGA	
Ana Carolina Carius Bruna Teixeira Silveira Ricardo Franciss Leonardo de Souza Corrêa João Vitor Curioni de Miranda Bruna Nogueira da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.5691029051	
CAPÍTULO 2	14
EVOLUÇÃO DIFERENCIAL APLICADA NA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE UM SISTEMA OSCILATÓRIO	
Iolanda Ortiz Bernardes Marcelo Favoretto Castoldi Alessandro Goedel	
DOI 10.22533/at.ed.5691029052	
CAPÍTULO 3	20
GERAÇÃO DE UM ACELEROGRAMA SÍSMICO ARTIFICIAL A PARTIR DE UMA FUNÇÃO DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA COMPATÍVEL COM UM ESPECTRO DE RESPOSTA DE PROJETO	
Daniela Dalla Chiesa Letícia Fleck Fadel Miguel	
DOI 10.22533/at.ed.5691029053	
CAPÍTULO 4	25
GRUPO DE ESTUDOS E INTERVENÇÕES SOCIOAMBIENTAIS ENQUANTO PRÁTICA EDUCATIVA PARA A ENGENHARIA AMBIENTAL: CICLOS QUE SE RETROALIMENTAM	
Gabriela de Souza Carvalho Julia Dedini Felício Lara Ramos Monteiro Silva Rhennan Mecca Bontempi	
DOI 10.22533/at.ed.5691029054	
CAPÍTULO 5	43
MAPEAMENTO DE LINEAMENTOS ESTRUTURAIS E ESTUDO DA POTENCIALIDADE HÍDRICA DO SISTEMA AQUÍFERO SERRA GERAL NA BACIA DO RIBEIRÃO CAMBÉ EM LONDRINA, PR	
Giselly Peterlini Maurício Moreira dos Santos Thiago Henrique da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.5691029055	
CAPÍTULO 6	49
MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO DE UM INVERSOR FONTE DE TENSÃO PARA ACIONAMENTO DE MOTORES DE INDUÇÃO	
Lucas Niquele Endrice Jakson Paulo Bonaldo	
DOI 10.22533/at.ed.5691029056	

CAPÍTULO 7	67
MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO PRODUTIVO DE LEITE EM PÓ INTEGRAL: ÊNFASE NA ETAPA DE SECAGEM POR <i>SPRAY DRYING</i> Gustavo Storte Tonin Régis da Silva Pereira DOI 10.22533/at.ed.5691029057	
CAPÍTULO 8	83
NÍVEIS DE RUÍDO DE UM TRATOR AGRÍCOLA EM CONDIÇÃO ESTÁTICA Maria Rosa Alferes da Silva Letícia Rodrigues da Silva Rônega Boa Sorte Vargas Beethoven Gabriel Xavier Alves DOI 10.22533/at.ed.5691029058	
CAPÍTULO 9	88
O MÉTODO SORM DG E SUAS APLICAÇÕES NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PROBLEMAS DE ENGENHARIA Emmanoel Guasti Ferreira Marcílio Sousa da Rocha Freitas José Antônio da Rocha Pinto Geraldo Rossoni Sisquini DOI 10.22533/at.ed.5691029059	
CAPÍTULO 10	106
PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PARA CRIAÇÃO DA ZONA DE SEGURANÇA HÍDRICA DO MUNICÍPIO DE CUIABÁ, MATO GROSSO Ibraim Fantin-Cruz Maria Ivoneide Vital Rodrigues Leandro Obadowiski Bruno Marcel Medinas de Campos DOI 10.22533/at.ed.56910290510	
CAPÍTULO 11	123
PROSPECÇÃO QUÍMICA DA CASCA DO FRUTO E DA SEMENTE DA <i>MAGONIA PUBENSCENS</i> A. ST.-HIL Amanda Silva Oliveira Arnaldo Ferreira Ribeiro Júnior Bruna Lane Malkut Fábio Gramani Saliba Júnior Maria Perpétua Oliveira Ramos DOI 10.22533/at.ed.56910290511	
CAPÍTULO 12	128
REÚSO DE EFLUENTE DE ESGOTO TRATADO NO CULTIVO DO PIMENTÃO AMARELO EM SOLO DO CERRADO Delvio Sandri Waltoíres Reis da Silva Júnior Cícero Célio de Figueiredo Rodrigo Moura Pereira DOI 10.22533/at.ed.56910290512	

CAPÍTULO 13	140
SISTEMA DE IRRIGAÇÃO AUTOMÁTICO	
Camila Dias de Jesus	
Márcio da Silva Vilela	
Leonardo Nazário Silva dos Santos	
Clarissa Vitória Borges dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.56910290513	
CAPÍTULO 14	144
SISTEMA RADICULAR DA CULTIVAR 'GOLD JEWEL' DE KALANCHOE BLOSSFELDIANA POELLN CULTIVADA EM SUBSTRATO COMERCIAL E EM DIFERENTES DOSAGENS DE IRRIGAÇÃO	
Fátima Cibele Soares	
Jumar Luís Russi	
Andressa Fernandes Leal	
Carine Brum Duran	
Francieli Ribeiro Corrêa	
Giordana Trindade de Abreu	
DOI 10.22533/at.ed.56910290514	
CAPÍTULO 15	151
UMA ABORDAGEM DE APRENDIZADO DE MÁQUINAS PARA AUXÍLIO NO PLANEJAMENTO E CONTROLE DE MANUTENÇÃO	
Jéfter Mateus de Oliveira Rezende	
Gustavo de Assis Costa	
Camila Dias de Jesus	
DOI 10.22533/at.ed.56910290515	
CAPÍTULO 16	164
UTILIZAÇÃO DA TÉCNICA DE VELOCIMETRIA POR IMAGENS DE PARTÍCULAS (PIV) PARA OBTENÇÃO DO MAPA DE DEFORMAÇÕES EM PAINÉIS DE MADEIRA DE <i>PINUS OOCARPA</i>	
Eduardo Hélio de Novais Miranda	
Rodrigo Allan Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.56910290516	
CAPÍTULO 17	170
UTILIZAÇÃO DE AGENTE DE SECAGEM NA PRODUÇÃO DE PAPEL CARTÃO	
Crivian Pelisser	
Márcio Antônio Fiori	
Josiane Maria Muneron de Mello	
Jaqueline Scapinello	
DOI 10.22533/at.ed.56910290517	
SOBRE O ORGANIZADOR	184

ESTUDO SEMI PROBABILÍSTICO E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PARA O MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO APLICADO AO PROBLEMA DE FLEXÃO DE UMA VIGA

Ana Carolina Carius

Universidade Católica de Petrópolis, Centro de Engenharia e Computação
Petrópolis, Rio de Janeiro

Bruna Teixeira Silveira

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Instituto Tecgraf
Rio de Janeiro, Rio de Janeiro

Ricardo Franciss

Universidade Católica de Petrópolis, Centro de Engenharia e Computação
Petrópolis, Rio de Janeiro

Leonardo de Souza Corrêa

Universidade Católica de Petrópolis, Centro de Engenharia e Computação
Petrópolis, Rio de Janeiro

João Vitor Curioni de Miranda

Universidade Católica de Petrópolis, Centro de Engenharia e Computação
Petrópolis, Rio de Janeiro

Bruna Nogueira da Silva

Universidade Católica de Petrópolis, Colégio de Aplicação
Petrópolis, Rio de Janeiro

RESUMO: O presente trabalho objetivou estudar o comportamento de uma viga de concreto bi apoiada, sujeita à carregamento pontual, partindo-se da hipótese de que o módulo de elasticidade do concreto não se comporta de

forma homogênea não podendo, portanto, ser considerado uma constante. Realizou-se um estudo da resistência à compressão do concreto, considerando que este é um material compósito e, sendo assim, admite variabilidade significativa e comportamento semi probabilístico. A partir desta conclusão, conjectura-se que o módulo de elasticidade do concreto possui, também, um comportamento semi probabilístico, assim como prevê a norma NBR 12655 (ABNT, 2006) para a resistência à compressão. No entanto o módulo de elasticidade é considerado, pela NBR 6118 (2007), como um valor determinístico. A metodologia da pesquisa desenvolveu-se com um traço de concreto de resistência característica (f_{ck}) 40 MPa, com o qual foram realizados ensaios para determinação do módulo de elasticidade tangente (E_{ci}). A partir dos resultados experimentais obtidos, desenvolveu-se um método de elementos finitos estocástico para a obtenção da linha elástica para a viga de concreto bi apoiada. Concluiu-se, através das simulações numéricas realizadas que, em virtude do caráter compósito do concreto, a hipótese na qual se considera o módulo de elasticidade de forma probabilística influencia, diretamente, na função que determina o valor da linha elástica que descreve o comportamento da viga bi apoiada, exigindo-se, portanto, um cuidado maior no que diz respeito às hipóteses nas quais o módulo de elasticidade é

considerado um valor constante ou determinístico.

PALAVRAS-CHAVE: deflexão; semi probabilístico; módulo de elasticidade; método de elementos finitos.

SEMI PROBABILISTIC STUDY FOR THE CONCRETE ELASTICITY MODULUS APPLIED TO THE FLEXION PROBLEM OF A BEAM

ABSTRACT: The present work aimed to study the behavior of a bi-supported concrete beam, subject to point loading, starting from the hypothesis that the concrete modulus of elasticity does not behave homogeneously and therefore can not be considered a constant. A study of the compressive strength of the concrete was carried out, considering that this is a composite material and, thus, it admits significant variability and semi-probabilistic behavior. From this conclusion, it is conjectured that the modulus of elasticity of the concrete also has a semi-probabilistic behavior, as foreseen by the norm NBR 12655 (ABNT, 2006) for the compressive strength. However, the modulus of elasticity is considered by NBR 6118 (2007) as a deterministic value. The research methodology was developed with a characteristic concrete characteristic (f_{ck}) 40 MPa, with which tests were performed to determine the tangent modulus of elasticity (E_{ci}). From the experimental results obtained, a stochastic finite element method was developed to obtain the elastic line for the bi-supported concrete beam. It was concluded, through numerical simulations, that, due to the composite character of the concrete, the hypothesis in which the modulus of elasticity is considered in a probabilistic way directly influences the function that determines the value of the elastic line that describes the behavior of the beam supported, requiring, therefore, a greater care with respect to the hypotheses in which the modulus of elasticity is considered a constant or deterministic value.

KEYWORDS: deflection; semi probabilistic; elasticity modulus; finite element method.

1 | INTRODUÇÃO

Estruturas apoiadas são amplamente utilizadas na engenharia civil, sobretudo na engenharia de estruturas. A posição e o comportamento mecânico dos suportes são determinantes na resposta mecânica do conjunto (HIDALGO, 2014). Devida à simplicidade geométrica, estruturas podem ser adequadamente avaliadas utilizando-se modelos lineares. Nesse sentido, para efeitos de estudo, destacam-se as vigas de Euler-Bernoulli, objeto de estudo deste trabalho.

As vigas podem ser classificadas de acordo com o modo como as mesmas são apoiadas. Dentre os principais tipos de apoio, destacamos: **viga simplesmente apoiada**, que é aquela suportada por um apoio fixo em uma extremidade e um apoio móvel na outra extremidade; **viga em balanço**, que é engastada em uma extremidade e livre na outra e **viga apoiada com extremidade em balanço**, que é a viga na qual uma ou ambas as extremidades ultrapassam livremente os apoios (HIBBELER,

2010). Neste trabalho considerou-se, por questões relacionadas aos experimentos laboratoriais que poderiam ser realizados no laboratório da universidade, apenas as vigas simplesmente apoiadas como modelo.

Considerando como ponto de partida para este estudo uma viga bi apoiada, o objetivo deste trabalho foi analisar a deflexão desta viga. Para tanto, define-se o conceito de linha elástica. Para Hibbeler (2010), **linha elástica** corresponde ao diagrama da deflexão do eixo longitudinal que passa pelo centroide de cada área da seção transversal da viga.

O modelo matemático que descreve a linha elástica inclui, em sua formulação, a contribuição do módulo de elasticidade ou módulo de Young. Por definição, o módulo de elasticidade é a razão entre a tensão aplicada sobre um corpo e a deformação específica sobre o corpo. Para os materiais idealizados por Robert Hooke, verifica-se uma proporcionalidade entre a força aplicada e a deformação verificada. No entanto, o concreto não mantém esta proporcionalidade, variando-se o módulo de elasticidade de acordo com a carga aplicada (PACHECO et. al, 2014). Desta forma, considera-se dois tipos de módulo de elasticidade: módulo de elasticidade estático e módulo de elasticidade dinâmico. Em geral, o módulo de elasticidade é obtido através de métodos experimentais, uma vez que diversos fatores afetam o valor para o mesmo, tais como: o tempo de cura do concreto, a temperatura da cura, proporções da mistura e propriedades dos agregados, destacando-se a proporção água/cimento, tamanho e forma do corpo de prova, entre outros (DIÓGENES et. al, 2011).

Um dos maiores desafios atualmente para a construção civil é diminuir a intensidade de uso de recursos materiais, que deve ser feita selecionando-se os materiais mais adequados para cada necessidade. A otimização do uso de materiais e recursos só é possível com a redução da variabilidade, como é percebida hoje para o controle da resistência à compressão, onde trabalha-se com valores característicos, baseados na teoria de probabilidades (DE MARCHI, 2011).

Apesar de considerar para o parâmetro de resistência à compressão a variabilidade intrínseca do concreto, não se considera, para o módulo de elasticidade, as mesmas hipóteses, sendo este tratado como uma grandeza determinística definida com fórmulas pré-estabelecidas nas normas ABNT vigentes. Entretanto, valores determinísticos para o módulo de elasticidade nem sempre são confirmados pelo controle tecnológico realizado em campo, fato que pode acarretar situações problemáticas nas obras. Nesse sentido destaca-se a importância do controle de qualidade, pois irá fornecer os dados para análise e decisão sobre o atendimento às especificações de projeto, de forma a garantir a otimização no uso de materiais e recursos, gerando menores custos financeiros e ambientais (DE MARCHI, 2011).

Baseados na hipótese de não consideração do módulo de elasticidade para o concreto como um parâmetro determinístico, obtido através de fórmulas matemáticas pré-determinadas pelas normas vigentes, estudou-se a influência desta hipótese na formulação matemática para o problema da viga bi apoiada.

A fim de estudar o comportamento da linha elástica de uma viga, considerando-se contribuições, no modelo, das diferentes formas com as quais o módulo de elasticidade pode ser obtido, propôs-se a seguinte equação diferencial de quarta ordem para o problema de deflexão de uma viga de comprimento L , submetida a uma carga pontual, bi apoiada em suas extremidades:

Encontrar $C^4(0,L)$ tal que

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left[EI \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) \right] &= f(x), \\ u(0) &= u(L) = 0, \\ \frac{d^2 u}{dx^2} (0) &= \frac{d^2 u}{dx^2} (L) = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

onde f representa o carregamento desta viga e u representa a função que define a linha elástica para a viga.

Observa-se que, caso considerássemos que os parâmetros de rigidez EI fossem constantes, obteríamos uma equação diferencial de quarta ordem, a qual seria resolvida analiticamente através de integrações sucessivas. No entanto pretende-se, a partir da formulação acima, avaliar as soluções obtidas através de métodos numéricos para a Eq. (1).

A partir do estudo realizado por Hidalgo (2014) para uma viga de Euler-Bernoulli, apoiada em fundação de Pasternak com o método de Galerkin estocástico, desenvolveu-se o método de Galerkin tradicional aplicado ao problema de flexão de uma viga, considerando-se que os parâmetros de rigidez não fossem constantes. Incluiu-se, na formulação parametrizada para o módulo de elasticidade do concreto, valores experimentais obtidos através de experimentos laboratoriais no Laboratório de construção Civil da Universidade Católica de Petrópolis. A partir das simulações realizadas, comparou-se os resultados clássicos da literatura, apresentados por Hibbeler (2010), com os resultados das simulações numéricas, discutindo-se as diferenças entre eles.

Por fim, este trabalho está dividido da seguinte forma: na Seção 2 discute-se a formulação variacional para a Eq. (1), objetivando-se obter as soluções aproximadas para o problema de flexão da viga. Na Seção 3 descreve-se as diferentes formas de cálculo para o módulo de elasticidade de forma determinística e a apresenta-se a forma parametrizada para o mesmo, que será usada nas simulações numéricas. A Seção 4 apresenta os resultados obtidos a partir das simulações numéricas para o problema de flexão da viga. A Seção 5 discute as conclusões obtidas a partir dos resultados até o presente e apresenta perspectivas futuras na mesma linha de pesquisa.

2 | FORMULAÇÃO VARIACIONAL

Conforme discutido na Seção 1, ao caracterizar-se os parâmetros de rigidez EI como elementos probabilísticos no problema de flexão da viga de Euler-Bernoulli, a solução para o problema deve ocorrer de forma numérica, uma vez que não há possibilidade de cálculo, sob estas hipóteses, para solução analítica. Nessa perspectiva, é necessária a formulação variacional, a fim de realizar-se a discretização do problema contínuo e consequente obtenção da solução aproximada para a Eq. (1).

Desta forma, a fim de obter-se a formulação variacional para a Eq. (1), escolheu-se o seguinte espaço para as funções teste

$$V = \{v \in H^2(0, L) | v(0) = v(L) = 0 \text{ e } v''(0) = v''(L) = 0\} \quad (2)$$

O espaço de Hilbert $H^2(0, L)$ é o espaço de Hilbert cujas funções, suas primeiras e também segundas derivadas são quadrado integráveis.

Multiplicando ambos os lados da Eq. (1) pela função teste , utilizando integração por partes e as condições de contorno do problema, define-se a seguinte formulação variacional para a Eq. (1)

Encontrar $u \in V$, tal que

$$a(u, v) = f(v), \quad \text{para todo } v \in V, \quad (3)$$

no qual $a: V \times V \rightarrow R$ é uma forma bilinear e f é um funcional linear, definidos como

$$a(u, v) = \int_0^L EI \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{d^2v}{dx^2} dx$$

e

$$f(v) = \int_0^L f \cdot v dx.$$

Uma vez que a formulação variacional é obtida, é necessário avaliar se as soluções para a Eq. (1) e a Eq. (3) são equivalentes. A fim de validar essa relação solução para o problema forte, correspondente à solução para a Eq. (1) e solução para o problema variacional, correspondente à Eq. (3), considera-se o Lema de Lax-Milgram desde que a forma bilinear $a(u, v)$ e o funcional linear $f(v)$ satisfaçam às hipóteses do mesmo. É possível, considerando que os parâmetros de rigidez EI sejam limitados e que as condições de contorno para o problema da viga bi apoiada satisfaz condições de regularidade para o espaço de Hilbert $H^2(0, L)$, como de fato ocorre para a Eq. (1), pode-se afirmar, a partir do Lema de Lax-Milgram, a equivalência entre as

formulações forte e variacional, permitindo, então a discretização da Eq. (1) através de um método numérico.

3 | MÓDULO DE ELASTICIDADE E PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1 Módulo de elasticidade: variabilidade intrínseca, extrínseca e cálculo tangencial

De acordo com De Marchi (2011) descrevem-se três tipos de módulo de elasticidade do concreto quando sujeito à compressão:

Módulo tangente: é calculado através do coeficiente angular da reta tangente a qualquer ponto da curva tensão X deformação na compressão, mas quando não for especificado o ponto da curva, refere-se à origem, ou seja, ao módulo tangente inicial E_{ci} .

Módulo secante: é dado pela relação entre uma tensão qualquer e a deformação a ela correspondente, ou seja, o coeficiente angular da reta que liga os pontos da curva tensão X deformação correspondente a essa tensão e à tensão igual a zero. Quando a tensão não é mencionada, infere-se que o módulo secante seja relativo a uma tensão entre 40 e 50 % da resistência à compressão.

Módulo cordal: É definido pela reta que liga dois pontos quaisquer da curva tensão X deformação.

Adotou-se, para este trabalho, o cálculo do módulo de elasticidade tangente, de acordo com o previsto pela ABNT NBR 8522 (2017). Existem, contudo, alguns modelos matemáticos que tentam prever o comportamento do módulo de elasticidade sem levar em consideração toda a variabilidade intrínseca, discutida na Seção 1. De acordo com De Marchi (2011), as abordagens teóricas não possuem muita aplicabilidade e se restringem ao uso do ponto de vista acadêmico. No entanto, é possível verificar algumas fórmulas para o cálculo do módulo de elasticidade, obtidas de forma empírica, que estão presentes em normas e recomendações técnicas internacionais de projetos de estruturas de concreto, conforme a Tabela 1.

Do ponto de vista experimental, diversos fatores intrínsecos contribuem para a variabilidade do concreto. Dentre estes fatores destacamos os agregados, os quais ocupam, em média, 75 % do volume do concreto, impactando diretamente na variabilidade do mesmo e alterando significativamente o valor do módulo de elasticidade (DE MARCHI, 2011).

Autor	Expressão
NBR 6118/2007	$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$
EUROCODE 2/2004	$E_c = 1,05 \cdot E_{cm}$ $E_c(t) = 1,05 \cdot \left(e^{[s + \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right]]} \right)^{0,3} \cdot E_{cm}$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$E_{ci}(t) = \left(e^{(s+1-\left(\frac{2t}{t_0}\right)^{0,5})} \right)^{0,5} \cdot E_{ci}$$

Tabela 1: Diferentes formas para o cálculo do módulo de elasticidade tangencial (PACHECO et. al, 2014).

Assim como para os agregados graúdos, a porosidade desempenha um papel fundamental no módulo de elasticidade da pasta de cimento endurecida. Esse fenômeno está diretamente atrelado à relação água/cimento, teor de ar incorporado, adições minerais e grau de hidratação do cimento (MEHTA e MONTEIRO, 2008). Os vários tipos de vazios na pasta de cimento são classificados como porosidade gel e porosidade capilar. O volume da porosidade diminui durante a hidratação.

A zona de transição entre a matriz da pasta de cimento e o agregado é normalmente considerada como a parte mais fraca do concreto de resistência normal. Para o concreto de alta resistência, a resistência da argamassa e da zona de transição pode ser comparável com a resistência do agregado graúdo (DE MARCHI, 2011).

METHA e MONTEIRO (2008) descrevem o comportamento do concreto a partir de seu lançamento: primeiro forma-se um filme de água ao redor das partículas dos agregados graúdos, podendo formar uma relação água/cimento mais elevada nas proximidades do agregado graúdo do que na matriz da pasta de cimento. Os íons de cálcio, sulfato, hidroxila e aluminatos formados pela dissolução dos compostos de sulfato de cálcio e de aluminato de cálcio, combinam-se para formar etringita e hidróxido de cálcio. Devido à relação água/cimento elevada, estes produtos cristalinos vizinhos ao agregado graúdo consistem de cristais relativamente grandes e, conseqüentemente, formam uma estrutura mais porosa do que na matriz da pasta de cimento ou na matriz da argamassa.

Além dos fatores que contribuem para a variabilidade intrínseca, destacam-se os fatores responsáveis pela variabilidade extrínseca do concreto como os parâmetros do ensaio e as variáveis envolvidas no ensaio em si, incluindo a precisão do aparato utilizado para a fixação dos corpos-de prova, bem como a calibração dos extensômetros associados ao aparato.

Entre os parâmetros influenciadores para o módulo de elasticidade relacionados aos corpos-de-prova, encontram-se a forma e a dimensão da seção transversal, a relação entre o comprimento e essa dimensão e a direção de concretagem (SHEHATA, 2005). Já os parâmetros relacionados ao procedimento de ensaio estão o teor de umidade do corpo-de-prova, a velocidade de aplicação da tensão, a restrição à deformação nas extremidades do corpo-de-prova causada pela placa de carregamento, o comprimento ao longo do qual se mede a deformação, o diâmetro do prato transmissor de carga e

a rigidez da prensa.

De Marchi (2011) apud Montija (2007) sinaliza que o uso de uma fórmula que exige uma aproximação matemática contribui para a interpretação do resultado de ensaio do módulo de deformação do concreto. Desta forma, é necessário garantir que os limites do trecho retilíneo estejam bem definidos e confiáveis. Também são citados pelo autor como fontes de variabilidade inerentes ao ensaio, a velocidade de aplicação da carga, a definição do plano de carga e o tipo de instrumentação para a medição das deformações.

Para os ensaios do módulo de elasticidade, segue-se as recomendações da norma ABNT NBR 8522 (2017). São indicados 5 corpos-de-prova cilíndricos, de forma que a altura do corpo-de-prova seja o dobro do diâmetro do mesmo corpo de prova. O diâmetro deve ser dado de acordo com o tamanho do agregado graúdo, de forma que o diâmetro seja, no mínimo, 4 vezes o tamanho máximo do agregado graúdo. Primeiramente deve ser feito um ensaio de resistência à compressão para dois corpos de prova, de acordo a ABNT NBR 5739 (2007). Este ensaio tem por objetivo determinar o nível de carregamento a ser aplicado no ensaio de módulo.

A fim de determinar o módulo de elasticidade através da tangente inicial, posiciona-se o corpo de prova corretamente em relação aos medidores que serão usados e aplica-se o carregamento até uma tensão de 30% da resistência à compressão obtida no ensaio anterior (σ_b), a uma velocidade de 0,25 MPa/s, podendo-se variar esta velocidade em 0,05 MPa/s, tanto positivamente quanto negativamente. Esse nível de carregamento deve ser mantido por 60 segundos e, em seguida, reduzido à mesma velocidade do processo de carregamento até o nível de tensão básica (considerado $\sigma_a = 0,5$ MPa, com variação de 0,1 MPa, tanto positivamente quanto negativamente). Devem ser realizados mais ciclos de carregamento adicionais, entre σ_a e σ_b , mantendo essas tensões por 60 segundos. Depois do último ciclo de carga são medidas as deformações específicas.

Após o término das leituras de deformação, o corpo de prova deve ser carregado até a sua ruptura. Se a resistência efetiva à compressão do corpo de prova diferir de f_{ci} em mais de 20 %, os resultados do corpo de prova devem ser descartados.

O módulo de elasticidade, com tensão fixa, pode ser calculado pela seguinte equação

$$E_{ci} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} 10^{-3} = \frac{\sigma_b - 0,5}{\varepsilon_b - \varepsilon_a} 10^{-3},$$

onde

σ_b é a tensão maior, em MPa (ou outra tensão especificada em projeto, de até 40 % de f_{ck} ;

0,5 é a tensão básica em MPa;

ε_b é a deformação específica média, sob a tensão maior;

ε_a é a deformação específica média, sob a tensão básica de 0,5 MPa.

3.2 Programa experimental

O objetivo deste programa experimental foi investigar o comportamento do módulo de elasticidade do concreto. A seguir, foram realizados ensaios para a medir a deformação e cálculo do módulo de elasticidade para o método da tangente inicial, descrito na Seção 3.1.

A primeira etapa da pesquisa foi realizada durante um período de sessenta dias. A partir de um traço calculado para um concreto convencional de 40 MPa, foram confeccionados 10 corpos-de-prova, dos quais 7 foram ensaiados à compressão e 3 foram ensaiados para cálculo do módulo de elasticidade.

A segunda etapa da pesquisa objetivou o uso dos dados obtidos nos ensaios experimentais para o módulo de elasticidade em um programa computacional, desenvolvido a partir do método de Galerkin para o problema de flexão de uma viga bi apoiada.

Em virtude de condições externas à pesquisa, foram ensaiados apenas três corpos-de-prova para o módulo de elasticidade, cujos resultados podem ser indicados na Tabela 2.

Variável	Valor obtido
Número de amostras	3
Eci previsto segundo NBR 6118 (GPa)	35,417
Eci médio	39,37
Desvio padrão Eci	2,6777
Coefficiente de variação (%)	6,8

Tabela 2: Resumo da análise estatística para o módulo de elasticidade do traço de 40 MPa.

4 | SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PARA O PROBLEMA DE FLEXÃO DE UMA VIGA

4.1 Problema discreto

Conforme descrito na Seção 3, a primeira etapa do trabalho objetivou o estudo dos fatores experimentais, intrínsecos e extrínsecos ao cálculo do módulo de elasticidade para o concreto. Além disso, discutiu-se a validade de alguns modelos de formulações determinísticas para o cálculo do módulo de elasticidade, especificado em diversas normas, incluindo na ABNT NBR 6118 (2014). A partir da formulação variacional para o problema, descrita na Seção 2, foi possível obter uma discretização para o problema variacional.

O primeiro passo descrito na aproximação para o problema variacional, descrito pela Eq. (3), se refere à construção de aproximações de dimensão finita para o problema

Seja V_h uma coleção de dimensão finita para as funções u e v , ou seja, $V_h \subset V$.

Portanto V_h é um subespaço, de dimensão finita, de V . O método de Galerkin para a aproximação da solução de tal problema consiste em definir problemas similares em subespaço de dimensão finita de V . Assim, com qualquer subespaço de dimensão finita de V , associa-se ao problema discreto (CIARLET, 2002).

Encontrar $u_h \in V_h$ tal que

$$a(u_h, v_h) = f(v_h), \text{ para todo } v_h \in V_h. \quad (4)$$

Observa-se que, como a forma bilinear $a(\cdot, \cdot)$ é simétrica, a solução discreta é também caracterizada pela propriedade

$$J(u_h) = \inf_{v_h \in V_h} J(v_h),$$

onde o funcional J é dado por

$$J(v) = \frac{1}{2} a(v, v) - f(v).$$

Essa forma alternativa para a solução discreta é chamada método de Ritz.

Seja $(w_k)_{k=1}^M$ uma base no espaço V_h . Então a solução $u_h = \sum_{k=1}^M u_k w_k$ do problema aproximado é tal que os coeficientes são soluções do sistema linear $a(u_h, v_h) = (f, v_h)$

$$a\left(\sum_{k=1}^M u_k w_k, \sum_{l=1}^M v_l w_l\right) = \left(f, \sum_{l=1}^M v_l w_l\right).$$

Para cada K , onde K é um elemento do intervalo $(0, L)$, temos

$$a\left(\sum_{k=1}^M u_k w_k, v_l w_l\right) = (f, v_l w_l).$$

Define-se

$$a\left(\sum_{k=1}^M u_k w_k, v_l w_l\right) = \int_K EI \frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_{k=1}^M u_k w_k\right) \frac{d^2}{dx^2} (v_l w_l) dx,$$

donde escreve-se

$$\sum_{k=1}^M a(w_k, w_l) u_k = f(w_l), \quad 1 \leq l \leq M,$$

cuja matriz é sempre invertível, desde que a forma bilinear seja coerciva.

A matriz $a(w_k, w_l)$ é chamada matriz de rigidez e o vetor $f(w_l)$ é chamado de vetor força.

Uma vez que $(w_k)_{k=1}^M$ é uma base para V_h , então $u_h = \sum_{k=1}^M u_k w_k$, onde $w_k(x)$, $x \in [0, L]$, $k = 1, 2, \dots, M$ são as funções de interpolação. A fim de garantir as condições de existência e unicidade para o problema, as funções de interpolação w_k , $k = 1, 2, \dots, k$ devem satisfazer às condições de contorno do problema inicial. Desta forma

$$w_k(0) = w_k(L) = 0, \quad 1 \leq k \leq M$$

$$\frac{d^2 w_k}{dx^2}(0) = \frac{d^2 w_k}{dx^2}(L) = 0, \quad 1 \leq k \leq M$$

A partir da formulação variacional local, é possível observar que todos os elementos da igualdade são conhecidos, exceto u_k . Logo

$$A_{kl} = a(w_k, w_l) \text{ e } F_l = (f, w_l),$$

temos o seguinte sistema linear a ser resolvido

$$\sum_{k=1}^M A_{kl} u_k = F_l, \quad 1 \leq l \leq M.$$

Como a forma bilinear para o problema inicial envolve derivadas de segunda ordem para as funções de interpolação, utilizou-se, para a implementação do mesmo, os polinômios de Hermite.

Portanto os elementos da matriz de rigidez A podem ser dados por

$$A_{kl} = \int_{x_k}^{x_{k+1}} EI \frac{d^2 H_k}{dx^2} \frac{d^2 H_l}{dx^2} dx,$$

assim como os elementos do vetor \vec{F} ,

$$F_l = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f H_l dx,$$

onde $H_i, i = 1,2,3,4$ são os polinômios de Hermite.

4.2 Simulações numéricas

De acordo com a discretização descrita na Seção 4.1, realizou-se simulações numéricas para o problema (1). Conforme descrito na Seção 3, este trabalho pretendeu analisar as contribuições da caracterização semi probabilística para o módulo de elasticidade. A fim de incorporar tal hipótese nas simulações numéricas, a exemplo de Hidalgo (2014), considerou-se a seguinte parametrização para o módulo de elasticidade $E(x, \xi(\omega)) = \mu + \sqrt{3}\sigma \sum_{n=1}^N [\xi_{2n-1}(\omega) \cos(\frac{x}{nL}) + \xi_{2n}(\omega) \text{sen}(\frac{x}{nL})]$, (5)

onde o vetor $\xi(\omega)$ representa um vetor de variáveis aleatórias, μ representa a média aritmética para os valores do módulo de elasticidade experimental, obtidos a partir dos ensaios descritos na Seção 3, assim como o desvio padrão σ .

Desta forma, realizou-se simulações numéricas com o método de Galerkin clássico, substituindo-se o módulo de elasticidade constante pela Eq. (5). O código foi desenvolvido em MATLAB, na versão R2016b.

A seguir, apresenta-se os resultados para a função que descreve a linha elástica, obtido numericamente a partir da formulação variacional, com a discretização definida na Seção 4.1 e incluindo-se a parametrização para o módulo de elasticidade, dado pela Eq. (5). Os valores para a média e o desvio padrão encontram-se na Tabela 2 da Seção 3.2. O vetor de valores aleatórios $\xi(\omega)$ foi gerado pela função rand do MATLAB, considerando-se, na Eq. (5), $N= 1000$.

A função para a linha elástica foi calculada para uma viga bi apoiada de comprimento 20 m, submetida a uma carga pontual $P=1$ kN, no centro da viga, ou seja, a 10 m de cada extremidade.

A Figura 1 mostra a função que define a linha elástica aproximada, utilizando o módulo de elasticidade parametrizado pela Eq. (5) dada acima e o método de Galerkin clássico, comparado com a solução exata, obtida de Hibbeler (2010) para o módulo de

elasticidade constante.

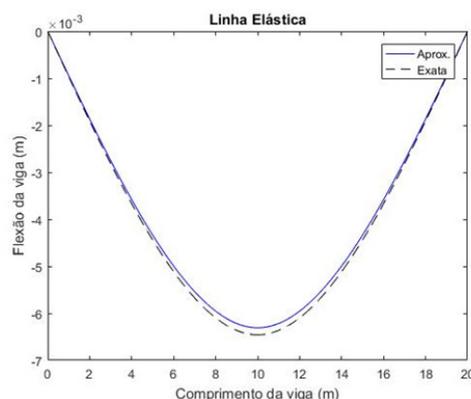


Figura 1: Gráficos das funções que descrevem a linha elástica.

Observa-se que os gráficos da linha elástica, apresentados na Figura 1, estão próximos, destacando-se o fato das soluções serem distintas em virtude da contribuição do módulo de elasticidade parametrizado, incluindo em sua constituição parâmetros obtidos experimentalmente para o concreto, provenientes da Seção 3.

5 | CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados obtidos neste primeiro estudo, pretende-se ampliar as simulações numéricas, introduzindo-se métodos de elementos finitos estocásticos. Acredita-se que tais modelos refletirão melhor as influências da variabilidade do concreto nas simulações computacionais. Do ponto de vista laboratorial, pretende-se ampliar a quantidade de corpos-de-prova para os ensaios e cálculos do módulo de elasticidade realizando, de forma plena, o estudo do comportamento semi probabilístico para o módulo de elasticidade, bem como pretende-se simular uma viga bi apoiada com carregamento pontual, a fim de comparar os resultados para a linha elástica sob três aspectos: simulações computacionais, soluções exatas extraídas de Hibbeler (2010) e ensaios laboratoriais.

REFERÊNCIAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 8522 (2017): determinação do módulo estático de elasticidade à compressão.**

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 5739 (2007): ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos.**

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118 (2014): projeto de estruturas de concreto – procedimento.**

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 12655 (2006): concreto de cimento Portland – Preparo, controle e recebimento – Procedimento.**

Ciarlet, P.G., 2002 **The Finite Element Method for Elliptic Problems**, Classics in Applied Mathematics; 40. North-Holland, Amsterdam: Society for Industrial and Applied Mathematics.

De Marchi, R. D. **Estudo sobre a variabilidade do módulo de deformação do concreto associada a fatores intrínsecos à produção do material**. São Paulo: Universidade de São Paulo. Dissertação (Mestrado). 2011. 121 p.

Diógenes, H. J. F.; Cossolino, L. C.; Pereira, A. H. A.; El Debs M.K.; El Debs, A. L. H. C., 2011 **Determinação do módulo de elasticidade do concreto a partir da resposta acústica**, Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 4, n. 5, pp. 803-813.

Hibbeler, R.C., 2010 **Resistência dos materiais**. São Paulo: Editora Pearson.

Hidalgo, F. L. C. 2014 **Quantificação da incerteza do problema de flexão estocástica de uma viga de Euler-Bernoulli, apoiada em fundação de Pasternak, utilizando o método estocástico de Galerkin e o método de elementos finitos estocástico**. Dissertação (Mestrado). Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Metha, P.K.; Monteiro, P.J.M. *Concreto: Estrutura, propriedades e materiais*, Ed. PINI, São Paulo, 2008.

Montija, F. C. 2007 **Aspectos da variabilidade experimental do ensaio de módulo de deformação do concreto**. Dissertação (Mestrado). São Paulo: Universidade de São Paulo.

Pacheco, J.; Bilesky, P.; Moraes, T.R.; Grando, F.; Helene, P., 2014 **Considerações sobre o módulo de elasticidade do concreto**, Anais do 56^o Congresso Brasileiro do Concreto, Natal: Rio Grande do Norte.

Shehata, L.D., In Isaia, G.C. (Ed.). **Concreto: ensino, pesquisa e realizações**, vol. 1, cap. 21, IBRACON. São Paulo, 2005.

SOBRE O ORGANIZADOR

João Dallamuta: Professor assistente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Graduação em Engenharia de Telecomunicações pela UFPR. MBA em Gestão pela FAE Business School, Mestre pela UEL. Trabalha com Gestão da Inovação, Empreendedorismo e Inteligência de Mercado.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-356-9

