

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)



Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)

# Educação Matemática e suas Tecnologias

Atena Editora  
2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Executiva: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Natália Sandrini  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

## Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

## Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

## Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof.<sup>a</sup> Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E24	Educação matemática e suas tecnologias [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 1)  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-347-7 DOI 10.22533/at.ed.477192405  1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2. Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.  CDD 510.7
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêm contribuir de maneira muito significativa para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõem estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DE ALUNOS COM SÍNDROME DE DOWN: UM ESTUDO ATRAVÉS DA BIBLIOTECA DIGITAL BRASILEIRA DE TESES E DISSERTAÇÕES	
Judcely Nytyeska de Macêdo Oliveira Silva	
Leonardo Lira de Brito	
Ticiany Marques da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924051</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>9</b>
A COLABORAÇÃO PROFISSIONAL EM ESTUDOS DE AULA SOB A PERSPECTIVA DE PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO	
Adriana Richit	
João Pedro da Ponte	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924052</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>18</b>
CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA	
Regina Albanese Pose	
Larissa Bueno Fernandes	
Alexandra Waltrick Russi	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924053</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>31</b>
A CRIATIVIDADE NA FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS PARA CRIANÇAS COM MENOS DE SEIS ANOS	
Elisabete Ferraz da Cunha	
Maria de Fátima Pereira de Sousa Lima Fernandes	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924054</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>43</b>
A MATEMÁTICA DAS PROFISSÕES	
Janieli da Silva Souza	
Frank Victor Amorim	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924055</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>57</b>
A QUESTÃO DO TRAPÉZIO: UM ESTUDO SOBRE CÁLCULO DE ÁREA E PERÍMETRO	
Andréa Paula Monteiro de Lima	
Maria das Dores de Moraes	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924056</b>	

<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>70</b>
DE LA ESTRUCTURA INFORMAL A LA ARQUITECTURA DE VALIDACIÓN: UN EMERGENTE EN LA COMUNIDAD DE PRÁCTICA DE FORMADORES DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS	
Jaime Humberto Romero Cruz Olga Lucía León Corredor Martha Bonilla Estévez Diana Gil-Chaves Edwin Carranza Vargas Claudia Castro Cortés Francisco Sánchez-Acero	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924057</b>	
<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>78</b>
DIÁLOGO ENTRE O SABER MATEMÁTICO E A CULTURA LEITEIRA: CONTRIBUIÇÕES DA ETNOMATEMÁTICA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	
Samuelita de Albuquerque Barbosa José Roberto da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924058</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>89</b>
PRACTICAS DOCENTES REFLEXIVAS DE ANÁLISIS MATEMÁTICO EN LAS CARRERAS DE CIENCIAS ECONÓMICAS	
María Magdalena Mas	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4771924059</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>98</b>
RIZZA DE ARAÚJO PORTO: UMA <i>EXPERT</i> EM TEMPOS DA ESCOLA NOVA?	
Denise Medina França Edilene Simões Costa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240510</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>108</b>
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: DISCUSSÕES SOBRE O NUMERAMENTO NOS ANOS INICIAS	
Waléria de Jesus Barbosa Soares Carlos André Bogéa Pereira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240511</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>116</b>
FORMAÇÃO CONTINUADA DOS PROFESSORES NO ENSINO DOS ANOS INICIAIS: PERSPECTIVAS E TRANSFORMAÇÕES DOS SABERES DOCENTES	
Loise Tarouquela Medeiros	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240512</b>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>124</b>
CONJECTURAS DOS PRESSUPOSTOS OFICIAIS DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS E O USO DE TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO POR PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL II	
Charlâni Ferreira Batista Rafael Jutta Cornelia Reuwsaat Justo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240513</b>	

**CAPÍTULO 14 ..... 135**

A TEORIA DO MOBILE LEARNING E O ENSINO DE MATEMÁTICA EM ARTIGOS INTERNACIONAIS E TESES DEFENDIDAS EM UNIVERSIDADES BRASILEIRAS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA

Learcino dos Santos Luiz  
Ricardo Antunes de Sá

**DOI 10.22533/at.ed.47719240514**

**CAPÍTULO 15 ..... 153**

UN EJEMPLO DE TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE PARA APOYAR EL DESARROLLO COGNITVO DE CONCEPTOS EN ÁLGEBRA LINEAL

Andrea Cárcamo  
Josep Maria Fortuny  
Claudio Fuentealba

**DOI 10.22533/at.ed.47719240515**

**CAPÍTULO 16 ..... 162**

A UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Jessica da Silva Miranda  
Felipe Antonio Moura Miranda

**DOI 10.22533/at.ed.47719240516**

**CAPÍTULO 17 ..... 170**

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA SOB UM OLHAR INCLUSIVO: A UTILIZAÇÃO DO ORIGAMI COMO RECURSO DIDÁTICO

Thiago Ferreira de Paiva  
Meire Nadja Meira de Souza

**DOI 10.22533/at.ed.47719240517**

**CAPÍTULO 18 ..... 180**

AS TEORIAS DA APRENDIZAGEM E A PRÁTICA DOCENTE: UM APROFUNDAMENTO TEÓRICO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE UM JOGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Leandro Mário Lucas  
Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita

**DOI 10.22533/at.ed.47719240518**

**CAPÍTULO 19 ..... 197**

ATIVIDADES DE MATEMÁTICA NO PNAIC DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO: O JOGO NA PRÁTICA DE PROFESSORES DO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO

Edite Resende Vieira  
Elizabeth Ogliari Marques

**DOI 10.22533/at.ed.47719240519**

**CAPÍTULO 20 ..... 209**

DUAS ATIVIDADES PRÁTICAS ENVOLVENDO FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS COM BASE EM SÓLIDOS DE PLATÃO

Samilly Alexandre de Souza  
Kátia Maria de Medeiros

**DOI 10.22533/at.ed.47719240520**

<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>219</b>
CIRCUITO: UMA ATIVIDADE PRÁTICA ENVOLVENDO OS CRITÉRIOS DE VERDADE DA MATEMÁTICA	
Elen Graciele Martins	
Nilza dos Santos Rodrigues César	
Rafael Henrique Dielle	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240521</b>	
<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>224</b>
DIDÁTICA GERAL E DIDÁTICA DA MATEMÁTICA: PARADIGMAS NA FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE	
Cícera Tatiana Pereira Viana	
Guttenberg Sergistótanés Santos Ferreira	
João Paulo Guerreiro de Almeida	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240522</b>	
<b>CAPÍTULO 23</b> .....	<b>232</b>
DIFERENÇAS ENTRE MOTIVAÇÃO E CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA ENTRE MENINOS E MENINAS CONCLUINTES DA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Mateus Gianni Fonseca	
Cleyton Hércules Gontijo	
Juliana Campos Sabino de Souza	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240523</b>	
<b>CAPÍTULO 24</b> .....	<b>240</b>
IMPLEMENTACIÓN DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS DE NIVEL UNIVERSITARIO	
María Eugenia Navarrete Sánchez	
Ángela Rebeca Garcés Rodríguez	
Sergio Alberto Rosalío Piña Granja	
Eustorgia Puebla Sánchez	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47719240524</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>247</b>

## CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA

**Regina Albanese Pose**

Universidade Municipal de São Caetano do Sul  
São Caetano do Sul – São Paulo

**Larissa Bueno Fernandes**

**Alexandra Waltrick Russi**

**RESUMO:** O estudo convida o leitor para uma reflexão sobre aspectos estatísticos aplicados à avaliação educacional. O que avaliar? Como avaliar? Quais são as inovações tecnológicas utilizadas na avaliação em geral? Quais inovações tecnológicas o professor pode e deve utilizar em sala de aula? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados divulgados pelo INEP? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados gerados em sala de aula?

**PALAVRAS-CHAVE:** Avaliação Educacional de Larga Escala; Teoria de Resposta ao Item; Probabilidade Condicional, Educação Matemática, Prática docente.

**ABSTRACT:** The study invites the reader to reflect on statistical aspects applied to educational evaluation. What to evaluate? How to evaluate? What are the technological innovations used in evaluation in general? What technological innovations can the teacher use and use in the classroom? What statistical

knowledge is required for the interpretation of the results released by INEP? What statistical knowledge is required for the interpretation of the results generated in the classroom?

**KEYWORDS:** Large Scale Educational Assessment; Item Response Theory; Conditional Probability, Mathematics Education, Teaching Practice.

### 1 | INTRODUÇÃO

O estudo convida o leitor para uma reflexão sobre aspectos estatísticos aplicados à avaliação educacional. O que avaliar? Como avaliar? Quais são as inovações tecnológicas utilizadas na avaliação em geral? Quais inovações tecnológicas o professor pode e deve utilizar em sala de aula? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados divulgados pelo INEP? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados gerados em sala de aula?

É necessária a existência de um instrumento de validação da proficiência medida, e deve ser construído em termos de habilidades, competências, conteúdos e cenários ilustrativos para o nível avaliado; qual seja, uma matriz de referências (BLOOM, 1983). Cujo dever é apontar para o resultado final de

um longo processo educacional cada vez mais amplo e complexo para atender às expectativas sociais referentes à formação do sujeito (MARCONDES, 1998). A matriz de referência deve ser construída, pautada pela matriz curricular do curso cuja gestão e gerenciamento se pretende conduzir, pelas Leis de Diretrizes e Bases do Brasil, pelo Projeto Político Pedagógico da Instituição referenciada (ou da Diretoria Regional se for o caso), pelos Parâmetros Curriculares Nacionais ou pelas Diretrizes Curriculares Nacionais. Uma matriz de referência deve atender às expectativas socioeconômico-culturais referentes a todos os atores envolvidos nesse processo, a coordenação (gestão), o corpo docente, os profissionais em geral, o corpo discente e suas famílias e a comunidade do entorno. E a matriz de referência deve, como o próprio nome diz, referenciar a matriz curricular (deve ser um recorte da matriz curricular, que esteja de acordo com o momento do processo ensino-aprendizado vivenciado), e, a prova construída.

A finalidade de uma matriz de referência é auxiliar a identificação e a declaração das competências relacionadas ao desenvolvimento cognitivo, considerando a aquisição do conhecimento, habilidade e atitudes, subdivididas em níveis, a fim de construir um esquema para a gestão do processo ensino-aprendizagem (FERRAZ, 2010). Deve-se ter muito claro que a matriz de referência para uma avaliação deve ser construída de tal sorte que as competências sejam compostas por domínios do aprendizado, descritos por várias competências que se combinam no desenvolvimento de uma competência mais ampla (BLOOM, 1983). A Taxonomia de Bloom, considera a hierarquia e a unidimensionalidade dos níveis dos objetivos de aprendizagem, de forma cumulativa, caracterizando uma relação de dependência entre os níveis de complexidade dos processos mentais (Bloom, 1993). Uma proposta de revisão sugere um caráter bidimensional à taxonomia original, quais sejam, Dimensão Conhecimento e Dimensão dos Processos (FERRAZ, 2010).

A gestão da avaliação do processo ensino-aprendizagem deve estar pautada pela responsabilidade na obtenção dos dados de avaliação de aproveitamento e ambiente de ensino; pela liderança e colaboração de comissões formadas por docentes, discentes e instituições (Song et al, 2011). Importante ressaltar a importância a capacitação docente, a fim de formar professores com expertise na área específica e em técnicas de ensino-aprendizagem, bem como, no desenvolvimento técnico específico na área de Psicometria e Estatística, com profissionais que tenham formação específica para a função e qualificação técnica adequada. É necessário desenvolver e manter um sistema de gestão de avaliação que efetivamente mensure conhecimento, habilidades e atitudes e ainda, apresente atributos qualitativos referentes a eficiências e deficiências do processo, em tempo de realizar ações no sentido de acelerar ou recuperar o que for necessário.

A garantia da qualidade da avaliação como parte integrante do processo de gestão deve ser o desenvolvimento contínuo de instrumentos de medição confiáveis sobre a análise do processo ensino-aprendizagem. Uma análise qualitativa e quantitativa

deve ser realizada para que seja possível compreender o controle do processo, a segurança da aplicabilidade dos conteúdos e habilidades; bem como o controle de qualidade da realimentação do processo, promovendo alterações, de forma geral, conforme necessário. É importante que sejam realizadas métricas, a compreensão das mesmas e a interpretação pedagógica de todos os resultados obtidos dos instrumentos de avaliação, quais sejam, entrevistas, questionários, resultados de provas e testes. Assim, a avaliação como processo, fornece evidências de como os objetivos de aprendizagem dos estudantes são alcançados e se os padrões propostos de ensino são alcançados (MORRISON, 2003).

As métricas podem ser obtidas por meio de estatística descritiva, Teoria clássica da Medida (Teoria Clássica dos Testes) e, pela Teoria de Resposta ao Item.

A estatística descritiva é a etapa inicial da análise que utiliza métodos e técnicas para descrever e resumir os dados. Nessa etapa não são realizadas inferências, generalizações de resultados e de “comportamentos” da população que originou os dados. Ela tem objetivo inspeccional e pode ser dividida em análises univariadas (analisando o comportamento dos valores observados para cada variável individualmente) e análises bivariadas (analisando a associação entre pares interessantes de variáveis). Os resultados podem ser descritos em forma de tabelas e gráficos do tipo Histograma e Box Plot. Considerando que, histogramas são gráficos de barras contíguas, com as bases proporcionais aos intervalos das classes e a área de cada retângulo proporcional à respectiva frequência. Pode-se usar tanto a frequência absoluta, como a relativa. A área do retângulo respectivo é proporcional à frequência; a altura é proporcional ao quociente da frequência pela amplitude de cada  $i$ -ésimo intervalo, a altura é chamada de densidade de frequência da  $i$ -ésima classe. Quanto mais dados, mais alto deve ser o retângulo. E, a área total do histograma é igual a um. Com este tipo de gráfico é possível visualizar as medidas dos quartis, de assimetria da distribuição. Este gráfico tem por objetivo fornecer informações sobre a variabilidade dos dados e sobre o “comportamento da distribuição” (e das caudas, caso haja alguma assimetria acentuada). E, gráficos do tipo Box Plot, ou box and whiskers ou desenho esquemático, são construídos a fim de permite visualizar em um único gráfico vários aspectos da distribuição dos valores observados: posição central: através da mediana e do intervalo interquartil; dispersão: através da distância interquartil e da amplitude dos valores observados; assimetria: através da comparação da extensão da caixa inferior com a da caixa superior e da extensão da linha inferior com a da linha superior; observações discrepantes: são individualizadas as observações que estejam abaixo do primeiro quartil ou acima do terceiro quartil a uma distância a uma vez e meia superior à distância interquartil. Este gráfico tem por objetivo fornecer informações sobre a variabilidade dos dados e valores atípicos (outliers), por meio de um conjunto de medidas de posição central, a mediana; de medidas de dispersão e assimetria; dentre eles, o intervalo interquartil (entre o terceiro e o primeiro quartil).

A psicometria procura explicar o sentido que têm as respostas dadas pelos

examinando a uma série de tarefas, tipicamente chamadas de itens. Etimologicamente, psicometria representa a teoria e a técnica de medida dos processos mentais, especialmente aplicada na área da Psicologia e da Educação. Ela se fundamenta na teoria da medida em ciências em geral, ou seja, do método quantitativo que tem, como principal característica e vantagem, o fato de representar o conhecimento da natureza com maior precisão do que a utilização da linguagem comum para descrever a observação dos fenômenos naturais. Pode ainda ser compreendida como a medida do comportamento do organismo por meio de processos mentais (lei do julgamento comparativo). São consideradas como áreas de estudo da Psicometria, a Teoria Clássica da Medida (ou Teoria Clássica dos Testes [TCT]) e a Teoria de Resposta ao Item.

A análise clássica dos itens de uma prova está pautada em seus parâmetros descritivos, os quais auxiliam na interpretação da distribuição das respostas para cada alternativa. As propriedades psicométricas dos itens de uma prova correspondem aos seguintes parâmetros: índice de dificuldade (proporção de participantes que responderam ao item corretamente); índice de discriminação, que mede a capacidade do item de diferenciar os participantes de maior habilidade (27% dos respondentes com pontuações mais altas) daqueles de menor habilidade (27% dos respondentes com pontuações mais baixas), correspondendo à diferença entre a proporção de acertos do primeiro grupo e a do segundo grupo; e correlação ponto bisserial entre a resposta numa dada categoria do item e a pontuação total na prova (Borgatto e Andrade, 2012). A correlação ponto bisserial indica uma medida de associação entre o desempenho no item e o desempenho na prova (entre a resposta numa dada categoria do item e o escore total da prova). Todos os itens com correlação ponto bisserial abaixo de 0,30 devem ser revisados e analisados com maior cuidado, podem ser itens que façam a diferença numa prova de concurso, ou, podem conter algum equívoco, esta análise deve ser feita de acordo com um consenso entre os gestores da prova.

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) é um conjunto de modelos matemáticos em que a probabilidade de um sujeito responder corretamente a um determinado item é uma função dos parâmetros desse item (nível de dificuldade, capacidade de discriminação, entre outros possíveis) e da proficiência desse respondente, de modo que, quanto maior essa proficiência, maior a probabilidade de o respondente acertar o item (Andrade et al., 2000). Os parâmetros dos itens e as proficiências são estimados por meio de métodos estatísticos a partir das respostas dos avaliados e do modelo proposto. Com essas estimativas, os itens podem ser posicionados em uma escala psicométrica, permitindo atribuir-lhe uma interpretação pedagógica e validar a matriz de referência utilizada. Há duas suposições básicas para a aplicação dos modelos usuais da TRI: unidimensionalidade do traço latente e independência local. Por unidimensionalidade do traço latente, entende-se que o item esteja medindo um traço latente único, que pode representar uma proficiência ou uma composição de habilidades e proficiências dos avaliados. Por independência local, entende-se que

a dependência entre os itens é perfeitamente explicada apenas pelo traço latente dos avaliados. Nesse contexto, a aplicação de modelos TRI torna-se bastante útil. Assim, um item precisa estar relacionado a apenas uma única proficiência (traço latente), mesmo que, no conjunto da prova, várias proficiências diferentes possam ser avaliadas, cada qual com seus itens específicos. Existem, basicamente, três modelos de TRI mais conhecidos e aplicados na avaliação educacional, são eles, o modelo de Rasch, ou modelo logístico de um parâmetro, que estima para cada item apenas um parâmetro  $b$  de dificuldade do item  $[P(X = 1 | \theta) = \frac{1}{1 + e^{(\theta - b)}}]$ ; o modelo logístico de dois parâmetros (2PL), que estima para cada item um parâmetro  $b$  de dificuldade do item e um parâmetro  $a$  de discriminação do item  $[P(X = 1 | \theta) = \frac{1}{1 + e^{a(\theta - b)}}]$ ; o modelo logístico de três parâmetros (3PL), que estima para cada item um parâmetro  $b$  de dificuldade do item, um parâmetro  $a$  de discriminação do item e um parâmetro  $c$  de probabilidade de acerto no item mesmo em caso de baixíssima habilidade  $\theta$  – este parâmetro  $c$  comum e equivocadamente é chamado de parâmetro do chute: a probabilidade de acerto no item ao acaso  $[P(X = 1 | \theta) = c + (1 - c) \frac{1}{1 + e^{a(\theta - b)}}]$ . Por estimar menos parâmetros, o modelo de Rasch permite um ajuste razoável com um tamanho de amostra razoavelmente menor que o tamanho que o modelo 2PL exigiria, desde que se verifique a premissa de que todos os itens tenham o mesmo parâmetro de discriminação. Por sua vez, o modelo 2PL permitiria um ajuste razoável com um tamanho de amostra razoavelmente menor que o tamanho que o modelo 3PL exigiria, desde que se verifique a premissa de que todos os itens tenham o mesmo valor para o parâmetro  $c$ .

O pleno desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, dentro de um contexto multidisciplinar e multiprofissional (a escola como um conjunto de saberes de formação e de informação), requer a construção de um processo educacional conduzido por meio de conceitos e metodologias de gestão (HARDEN, 1986) capazes de promover o planejamento e acompanhamento das várias ações e atividades de trabalho envolvidas, considerando a avaliação do processo como um todo.

## 2 | OBJETIVO

Promover reflexões críticas, pautadas pela prática docente e a pesquisa em avaliação educacional, para compreender, em termos estatísticos e psicométricos os resultados da TCT e da TRI e possibilitar sua interpretação pedagógica.

## 3 | METODOLOGIA

A base de dados foi formada utilizando-se os microdados referentes aos exames do ENEM, e, disponibilizados no site do INEP, disponibilizados de forma universal e gratuita no próprio site. A base utilizada neste estudo, tomou como critérios de exclusão os examinandos na condição de treineiros, de estudantes em vias de formação, todos

os portadores de alguma deficiência, e todos os que não estavam fazendo o teste pela primeira vez. O critério de inclusão foi fazer as provas clássicas, quais sejam, a cinza, a amarela, a azul ou a rosa. A ordenação dos itens foi feita pela prova amarela, considerada como referência deste exame.

Para a análise das provas, foram feitas análises descritivas, e análise clássica dos testes, calculando-se as propriedades psicométricas dos itens por meio dos índices de dificuldade e discriminação e a correlação ponto bisserial. Ainda, o alfa de Cronbach foi calculado, um índice de confiabilidade (fidedignidade), que avalia o aspecto da homogeneidade ou consistência interna do item e/ou da prova.

Todas as análises foram realizadas com o auxílio do ambiente estatístico R (R Development Core Team), versão 3.3.1.

## 4 | RESULTADOS

O histograma (Figura 1) ilustra a distribuição das notas da competência em matemática dos 3.944.057 (três milhões, novecentos e quarenta e quatro mil e cinquenta e sete) participantes da prova do ENEM de 2017, respeitados os critérios de inclusão e de exclusão supracitados em seção anterior, ou seja, que estavam concluindo ou que concluíram o ensino médio, sem alegação de qualquer deficiência, e que tiveram pelo menos 1 resposta válida, e, que não apresentaram as 45 respostas iguais (ou seja, que não escolheram uma letra para assinalar e sempre a mesma na prova toda).

As notas são calculadas pela Teoria da Resposta ao item, pelo INEP. A nota média observada foi de 516,94 pontos, e a mediana foi de 500,30 pontos, indicando que 50% dos participantes obtiveram notas inferiores a esse limiar (inferiores a 500,30), ao passo que a metade restante obteve mais de 500,30 pontos na prova. O fato da média ser superior à mediana é decorrente da assimetria positiva (à direita) das notas. Note que o coeficiente de assimetria calculado para essa distribuição foi de 0,76, o que significa, que há uma concentração de participantes com notas mais baixas que a média (em torno de 450 pontos). A nota mínima foi de 350,10 pontos, enquanto que apenas alguns participantes apresentaram um ótimo desempenho na prova, com notas altas, atingindo o máximo de 993,90 pontos, comportamento comum em avaliações da competência de matemática (basta analisar todas as versões do ENEM).

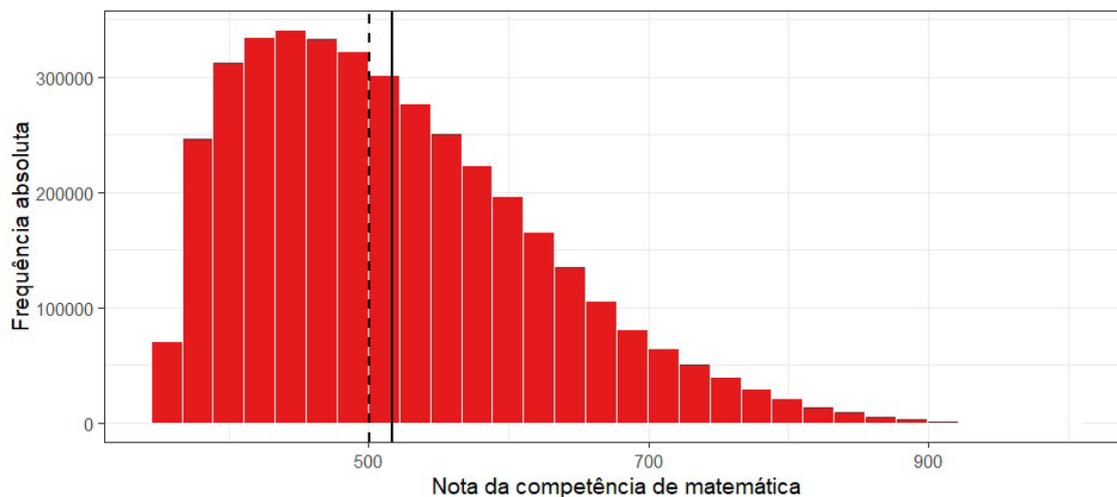


Figura 1 – Histograma das notas da competência de matemática dos participantes do ENEM de 2017 e sua média (linha contínua) e mediana (linha tracejada) – elaboração própria.

O desvio padrão da distribuição das notas foi de 104,45 pontos, que resulta em um coeficiente de variação de 20,21%, indicando uma dispersão relativamente baixa das notas em torno da média. Ou seja, é possível considerar que os dados estão concentrados em torno da média.

Os valores da média, 500, e desvio padrão, 100, são esperados, visto que o Inep criou uma escala para cada área do conhecimento pautada em dois valores: o valor de posição, de 500 pontos, e o valor de dispersão, de 100 pontos, que representam a média e o desvio padrão das notas dos concluintes do ensino médio da rede pública de 2009 que realizaram o exame naquele ano. A partir desses dois valores, de acordo com o Guia do Participante do ENEM, é possível considerar, que um participante com nota 600 apresenta proficiência com uma unidade de desvio padrão acima da proficiência média dos concluintes de 2009.

A frequência de acertos dos respondentes em cada item (Figura 2) determina o índice de dificuldade do item. A marca em 25% de acertos, indica um item difícil, ou seja, pode dar evidências para um “não” desenvolvimento da habilidade testada.

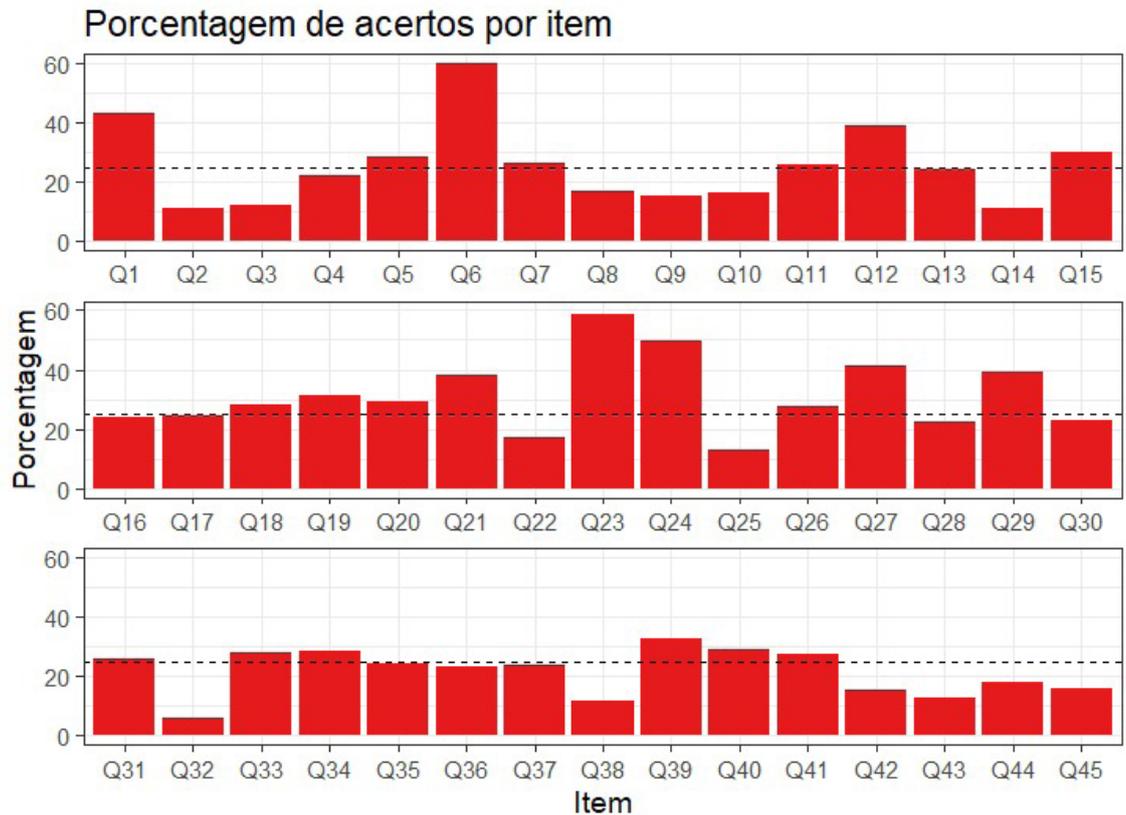


Figura 2 – Porcentagem de acertos por item dos participantes do ENEM de 2017, referente a prova de matemática – elaboração própria.

As respostas por alternativas em cada área (Figura 3), indicam todas as escolhas dos respondentes em cada alternativa, quer seja no gabarito, quer seja nos distratores (aquelas alternativas que não são o distrator e que devem indicar o erro do examinando, ou ainda a habilidade [a menor] que o mesmo se encontra). Espera-se que o gabarito atraia a maior parte dos respondentes, a menos que se tenha um item muito difícil, e, então, deve-se prestar muita atenção ao(s) distrator(s) escolhido(s). Um item com atração menor do que um distrator ou mais de um, pode indicar que houve algum viés na formação do médico que está na situação de respondente do referido teste; ou ainda, alguma dificuldade ao elaborar o item; uma vez que, cada distrator deve referenciar um erro específico, ou ainda, uma habilidade menor do que a que se pretende estimar com o item. Um item com o gabarito com a mesma taxa (ou muito próxima) ao(s) distrator(res), pode indicar que não existe diferença entre ter a habilidade e não ter.

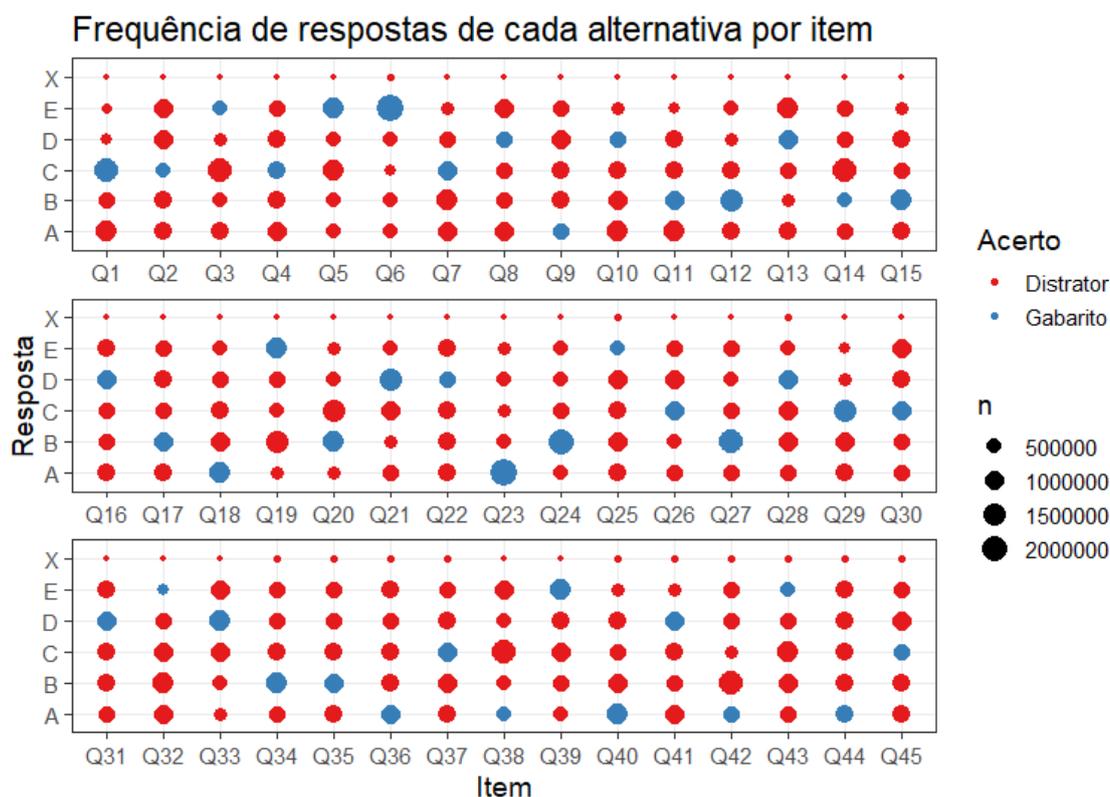


Figura 3 – Frequência de resposta de cada alternativa, por item, dos participantes do ENEM de 2017, referente a prova de matemática – elaboração própria.

O Índice de Discriminação do Teste (Figura 4) pretende indicar se um item (que estima uma habilidade) diferencia examinandos com melhores proficiências daqueles cujo desempenho pode ser considerado menos eficiente. Em geral, o Índice de Discriminação não é o mais alto entre os itens mais fáceis, dado que, existem muitos examinandos atraídos pelo mesmo; o que também pode ocorrer em relação aos itens mais difíceis, quando a grande maioria dos examinandos não acerta o mesmo. O poder de discriminação de um item é a capacidade desse item diferenciar os examinandos com escores altos dos examinandos com escores baixos no teste. A classificação dos itens, neste relatório, apresenta uma escala adaptada de Ebel, 1991. Espera-se que o Índice de Discriminação do item esteja próximo a 1 (um), pois indica que houve mais acertos no grupo superior (examinandos com melhor desempenho) do que no grupo inferior (examinandos com desempenho mais fraco); de mesma forma, este índice, pode evidenciar a qualidade do item em relação à população examinada.

Pontos de corte para a classificação dos itens segundo o Índice de Discriminação:

Discriminação	Classificação do Item
$[-1,00; 0,00)$	Item inconsistente, deve ser rejeitado/descartado dessa prova
$[0,00; 0,20)$	Item fraco, pode ser melhorado por revisão
$[0,20; 0,30)$	Item médio
$[0,30; 0,40)$	Item adequado
$[0,40; 1,00]$	Item excelente

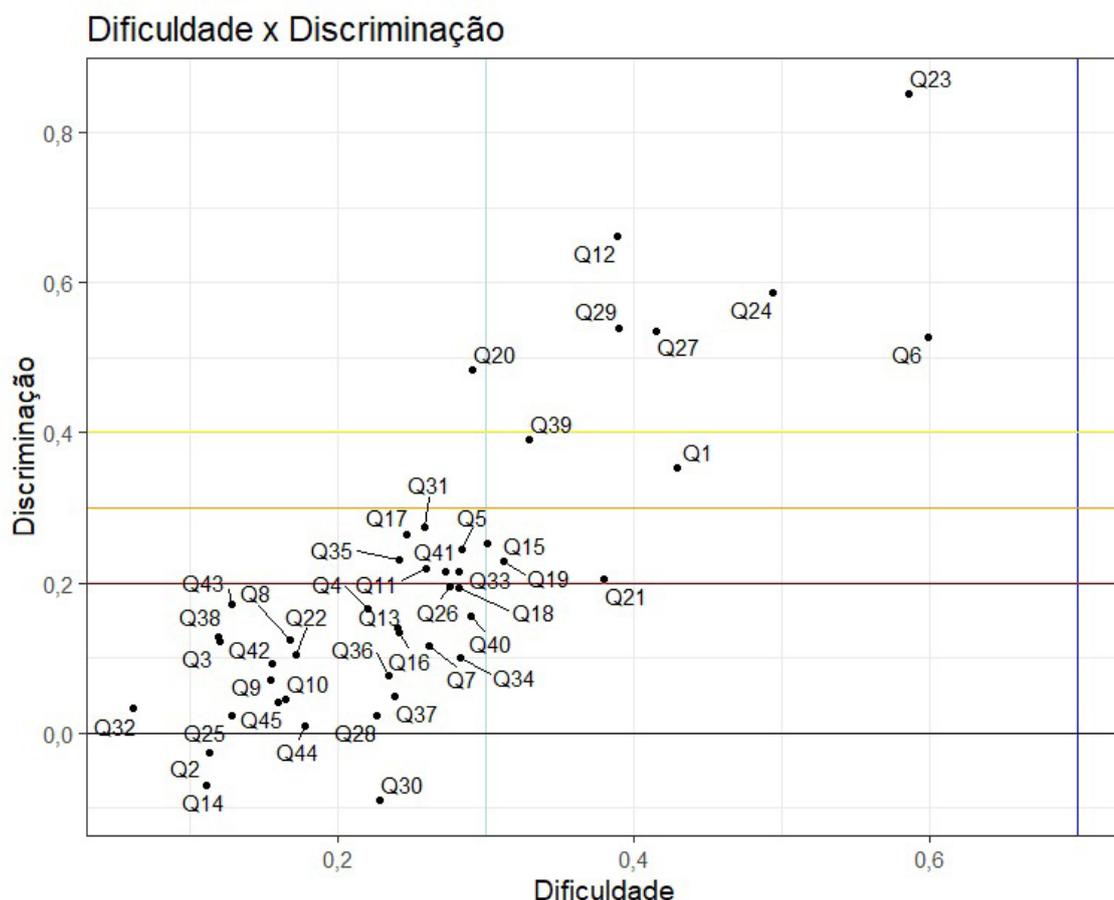
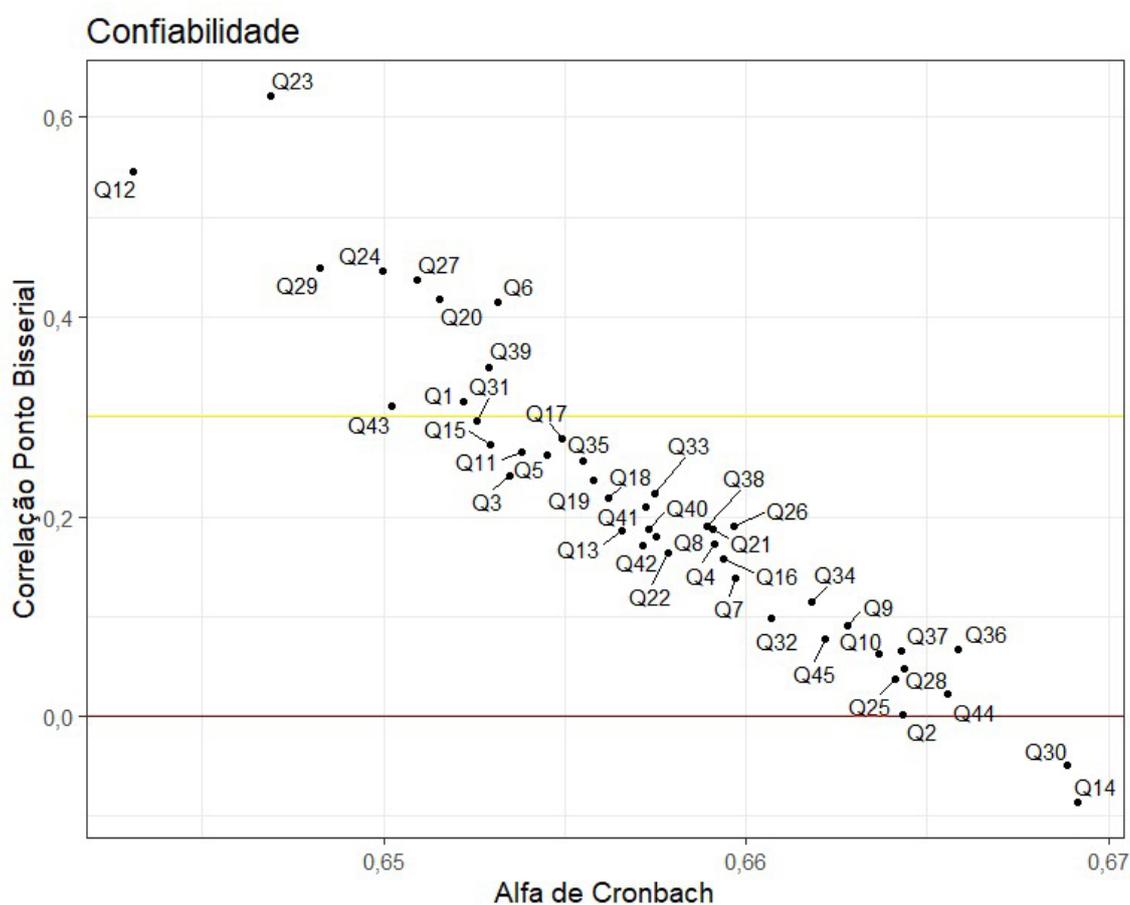


Figura 4 – Diagrama de dispersão entre os índices de dificuldade e discriminação dos itens da prova de matemática do ENEM de 2017 – elaboração própria.

O índice de confiabilidade ou fidedignidade, (Figura 5), analisa o aspecto da homogeneidade ou consistência interna do item e/ou da prova (ou seja, a confiabilidade/fidedignidade desse item e/ou prova). O método de alfa de Cronbach, de Kuder-Richardson (KR20 e KR21) e de correlação bisserial, são os mais utilizados, como pode ser observado na descrição a seguir fundamentada de forma específica. Estes indicadores, em geral, são influenciados pela variância de desempenho do grupo, pelo número de examinandos e pelo número de itens da prova, assim sendo, cada caso deve ser muito bem analisado conjuntamente com a equipe estatística e os gestores da prova. O Alfa de Cronbach é uma medida de consistência interna de uma escala obtida a partir do número de itens respondidos corretamente. É uma fórmula geral, um caso especial do coeficiente de Kuder-Richardson, conforme supracitado. O Alfa é, portanto, uma estimativa da correlação entre duas amostras aleatórias de um universo de itens do teste; não é indicado para testes muito curtos ou para testes com poucos examinandos. O Índice de Confiabilidade (fidedignidade) é uma medida de consistência interna de uma escala obtida a partir do número de itens respondidos corretamente. Tradicionalmente, ele é utilizado como uma cota inferior para a confiabilidade da escala. Peterson (1994) apresenta algumas considerações para a escala de classificação de indicadores de fidedignidade (confiabilidade), neste relatório é aplicada uma adaptação da escala de Murphy e Davidsholder (1988), conforme tabela a seguir

Confiabilidade	Classificação do Item
[0,00; 0,50)	Nível inconsistente/inaceitável, deve ser rejeitado/descartado
[0,50; 0,60)	Nível fraco, pode ser melhorado por revisão
[0,60; 0,70)	Nível médio
[0,70; 0,80)	Nível moderado/adequado
[0,80; 0,90)	Nível bom
[0,90; 1,00]	Nível Elevado/Excelente

Richardson (1999) considera que o valor “ideal” para o coeficiente de confiabilidade (fidedignidade) deve ser proporcional à importância da decisão a ser tomada, e, conseqüentemente, às suas conseqüências; ou seja, esse escore pode ser considerado bom quanto está acima 0,7, ou seja, para um valor acima de 70% em cada um de seus aspectos, tanto nos itens como no próprio teste como um todo (e, considerando este relatório, para cada área).



**Figura 7** – Diagrama de dispersão entre os índices de confiabilidade (alfa de Cronbach e coeficiente de correlação ponto biserial) dos itens da prova de matemática do ENEM de 2017 – elaboração própria.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os autores são pesquisadores na área desde 2008, são professores, bacharéis em estatística e registrados no conselho de estatística, CONRE3, e, visam, em função

do código de ética profissional do estatístico, divulgar a boa prática estatística a fim de atender às expectativas socioeconômico-culturais da população envolvida de alguma forma com avaliação educacional

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, D.F.; TAVARES, H.R.; VALLE, R.C. **Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações**. São Paulo: SINAPE, 2000.

BARBETTA, P.A.; TREVISAN, L.M.V.; TAVARES, H.; AZEVEDO, T.C.A.M. Aplicação da Teoria da Teoria da Resposta ao Item uni e multidimensional. **Estudos em Avaliação Educacional**. São Paulo, v. 25, n. 57, p. 280-302, jan./abr. 2014.

BLOOM, B.; HASTINGS, J.T.; MADAUS, G.F. **Manual de Avaliação Formativa e Somativa do Aprendizado Escolar**. Trad. Lílian Rochlitz Quintão. São Paulo: Livraria Pioneira Editor, 1983.

BORGATTO, A.; ANDRADE, D. **Análise Clássica de Testes com diferentes graus de dificuldade**. Estudos em Avaliação Educacional, São Paulo, 23 (52), 146-156, 2012.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares do Curso de Medicina**. Brasília. 2014.

CHILDS, R. A.; OPPLER, S. H. Implication of test dimensionality for unidimensional IRT scoring: an investigation of a High-Stake Testing Program. **Education and Psychological Measurement**. v. 60, p. 939-955, 2000.

EBEL, R. L. **Essentials of educational measurement**. New Jersey: Prentice Hall, 1991.

HARDEM, R.M. – Ten questions to ask when planning a course or curriculum. **Medical Education**. 20(4): 356-65. 1986.

MARCONDES, E.; GONÇALVES, E.L. **Educação Médica**. São Paulo: Editora Sarvier. 1998.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 6. ed. rev. atual. São Paulo: Saraiva, São Paulo: Saraiva, 2014.

MURPHY, K. R.; DAVIDSHOFER, C. O. **Psychological Testing: Principles and Applications**, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1988.

PETERSON, R. A meta-analysis of Cronbach's coefficient alpha. **Journal of Consumer Research**, 21(2), 381-391, 1994.

PIAGET, J. **O possível e o necessário**. Vol. 1: Evolução dos possíveis na criança. Porto Alegre: Artes médicas. 1985.

RASCH, G. **Probabilistic models for some intelligence and attainment tests**. (Copenhagen, Danish Institute for Educational Research), expanded edition (1980) with foreword and afterword by B.D. Wright. Chicago: The University of Chicago Press. 1960.

RECKASE, M. **Multidimensional Item Response Theory**. USA: Springer. 2009.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa Social: métodos e técnicas**. 3. ed. São Paulo, Atlas, 1999.

SONG, Z.; SAFRAN, D.G.; LANDON, B.E.; HE, Y.; ELLIS, R. P.; MECHANIC, R. E.; MATTHEW, P.D.;

CHERNEW, M. E. Health Care Spending and Quality in Year 1 of the Alternative Quality Contract. **New England Journal of Medicine**. 2011; 365(10):909

SYMPSON, J. A model for testing with multidimensional items. **Proceedings of the 1977 Computerized Adaptive Testing Conference**. 1977.

WHITELY, S. **Measuring aptitude processes with multicomponent latent trait models**. Technical Report. Lawrence: University of Kansas. 1980.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES** Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-347-7

