



João Dallamuta
(Organizador)

**Estudos Transdisciplinares
nas Engenharias 2**

Atena
Editora
Ano 2019

João Dallamuta

(Organizador)

Estudos Transdisciplinares nas Engenharias 2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de
Oliveira Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie di Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof.^a Dr.^a Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Dr.^a Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.^a Dr.^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof.^a Dr.^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof.^a Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E82	Estudos transdisciplinares nas engenharias 2 [recurso eletrônico] / Organizador João Dallamuta. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Estudos Transdisciplinares nas Engenharias; v. 2) Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-356-9 DOI 10.22533/at.ed.569102905 1. Engenharia – Pesquisa – Brasil. 2. Transdisciplinaridade. I. Dallamuta, João. II. Série. CDD 620
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná - Brasil

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

Caro(a) leitor(a),

Nesta obra temos um compendio de pesquisas realizadas por alunos e professores atuantes em ciências exatas, engenharia e tecnologia. São apresentados trabalhos teóricos e vários resultados práticos de diferentes formas de aplicação e abordagens de simulação, projetos e caracterização no âmbito da engenharia e aplicação de tecnologia.

Tecnologia e pesquisa de base são os pilares do desenvolvimento tecnológico e da inovação. Uma visão ampla destes temas é portanda fundamental. É esta amplitude de áreas e temas que procuramos reunir neste livro.

De abordagem objetiva, a obra se mostra de grande relevância para graduandos, alunos de pós-graduação, docentes e profissionais, apresentando temáticas e metodologias diversificadas, em situações reais.

Optamos pela divisão da obra em dois volumes, como forma de organização e praticidade a você leitor. Aos autores, agradecemos pela confiança e espírito de parceria.

Boa leitura.

João Dallamuta

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
ESTUDO SEMI PROBABILÍSTICO E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PARA O MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO APLICADO AO PROBLEMA DE FLEXÃO DE UMA VIGA	
Ana Carolina Carius Bruna Teixeira Silveira Ricardo Franciss Leonardo de Souza Corrêa João Vitor Curioni de Miranda Bruna Nogueira da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.5691029051	
CAPÍTULO 2	14
EVOLUÇÃO DIFERENCIAL APLICADA NA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE UM SISTEMA OSCILATÓRIO	
Iolanda Ortiz Bernardes Marcelo Favoretto Castoldi Alessandro Goedel	
DOI 10.22533/at.ed.5691029052	
CAPÍTULO 3	20
GERAÇÃO DE UM ACELEROGRAMA SÍSMICO ARTIFICIAL A PARTIR DE UMA FUNÇÃO DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA COMPATÍVEL COM UM ESPECTRO DE RESPOSTA DE PROJETO	
Daniela Dalla Chiesa Letícia Fleck Fadel Miguel	
DOI 10.22533/at.ed.5691029053	
CAPÍTULO 4	25
GRUPO DE ESTUDOS E INTERVENÇÕES SOCIOAMBIENTAIS ENQUANTO PRÁTICA EDUCATIVA PARA A ENGENHARIA AMBIENTAL: CICLOS QUE SE RETROALIMENTAM	
Gabriela de Souza Carvalho Julia Dedini Felício Lara Ramos Monteiro Silva Rhennan Mecca Bontempi	
DOI 10.22533/at.ed.5691029054	
CAPÍTULO 5	43
MAPEAMENTO DE LINEAMENTOS ESTRUTURAIS E ESTUDO DA POTENCIALIDADE HÍDRICA DO SISTEMA AQUÍFERO SERRA GERAL NA BACIA DO RIBEIRÃO CAMBÉ EM LONDRINA, PR	
Giselly Peterlini Maurício Moreira dos Santos Thiago Henrique da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.5691029055	
CAPÍTULO 6	49
MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO DE UM INVERSOR FONTE DE TENSÃO PARA ACIONAMENTO DE MOTORES DE INDUÇÃO	
Lucas Niquele Endrice Jakson Paulo Bonaldo	
DOI 10.22533/at.ed.5691029056	

CAPÍTULO 7	67
MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO PRODUTIVO DE LEITE EM PÓ INTEGRAL: ÊNFASE NA ETAPA DE SECAGEM POR <i>SPRAY DRYING</i> Gustavo Storte Tonin Régis da Silva Pereira DOI 10.22533/at.ed.5691029057	
CAPÍTULO 8	83
NÍVEIS DE RUÍDO DE UM TRATOR AGRÍCOLA EM CONDIÇÃO ESTÁTICA Maria Rosa Alferes da Silva Letícia Rodrigues da Silva Rônega Boa Sorte Vargas Beethoven Gabriel Xavier Alves DOI 10.22533/at.ed.5691029058	
CAPÍTULO 9	88
O MÉTODO SORM DG E SUAS APLICAÇÕES NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PROBLEMAS DE ENGENHARIA Emmanoel Guasti Ferreira Marcílio Sousa da Rocha Freitas José Antônio da Rocha Pinto Geraldo Rossoni Sisquini DOI 10.22533/at.ed.5691029059	
CAPÍTULO 10	106
PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PARA CRIAÇÃO DA ZONA DE SEGURANÇA HÍDRICA DO MUNICÍPIO DE CUIABÁ, MATO GROSSO Ibraim Fantin-Cruz Maria Ivoneide Vital Rodrigues Leandro Obadowiski Bruno Marcel Medinas de Campos DOI 10.22533/at.ed.56910290510	
CAPÍTULO 11	123
PROSPECÇÃO QUÍMICA DA CASCA DO FRUTO E DA SEMENTE DA <i>MAGONIA PUBENSCENS</i> A. ST.-HIL Amanda Silva Oliveira Arnaldo Ferreira Ribeiro Júnior Bruna Lane Malkut Fábio Gramani Saliba Júnior Maria Perpétua Oliveira Ramos DOI 10.22533/at.ed.56910290511	
CAPÍTULO 12	128
REÚSO DE EFLUENTE DE ESGOTO TRATADO NO CULTIVO DO PIMENTÃO AMARELO EM SOLO DO CERRADO Delvio Sandri Waltoíres Reis da Silva Júnior Cícero Célio de Figueiredo Rodrigo Moura Pereira DOI 10.22533/at.ed.56910290512	

CAPÍTULO 13	140
SISTEMA DE IRRIGAÇÃO AUTOMÁTICO	
Camila Dias de Jesus	
Márcio da Silva Vilela	
Leonardo Nazário Silva dos Santos	
Clarissa Vitória Borges dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.56910290513	
CAPÍTULO 14	144
SISTEMA RADICULAR DA CULTIVAR 'GOLD JEWEL' DE KALANCHOE BLOSSFELDIANA POELLN CULTIVADA EM SUBSTRATO COMERCIAL E EM DIFERENTES DOSAGENS DE IRRIGAÇÃO	
Fátima Cibele Soares	
Jumar Luís Russi	
Andressa Fernandes Leal	
Carine Brum Duran	
Francieli Ribeiro Corrêa	
Giordana Trindade de Abreu	
DOI 10.22533/at.ed.56910290514	
CAPÍTULO 15	151
UMA ABORDAGEM DE APRENDIZADO DE MÁQUINAS PARA AUXÍLIO NO PLANEJAMENTO E CONTROLE DE MANUTENÇÃO	
Jéfter Mateus de Oliveira Rezende	
Gustavo de Assis Costa	
Camila Dias de Jesus	
DOI 10.22533/at.ed.56910290515	
CAPÍTULO 16	164
UTILIZAÇÃO DA TÉCNICA DE VELOCIMETRIA POR IMAGENS DE PARTÍCULAS (PIV) PARA OBTENÇÃO DO MAPA DE DEFORMAÇÕES EM PAINÉIS DE MADEIRA DE <i>PINUS OOCARPA</i>	
Eduardo Hélio de Novais Miranda	
Rodrigo Allan Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.56910290516	
CAPÍTULO 17	170
UTILIZAÇÃO DE AGENTE DE SECAGEM NA PRODUÇÃO DE PAPEL CARTÃO	
Crivian Pelisser	
Márcio Antônio Fiori	
Josiane Maria Muneron de Mello	
Jaqueline Scapinello	
DOI 10.22533/at.ed.56910290517	
SOBRE O ORGANIZADOR	184

O MÉTODO SORM DG E SUAS APLICAÇÕES NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PROBLEMAS DE ENGENHARIA

Emmanoel Guasti Ferreira

Instituto Federal do Espírito Santo
Vitória – Espírito Santo

Marcílio Sousa da Rocha Freitas

Universidade Federal de Ouro Preto
Ouro Preto – Minas Gerais

José Antônio da Rocha Pinto

Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória – Espírito Santo

Geraldo Rossoni Sisquini

Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória – Espírito Santo

RESUMO: O método semianalítico SORM DG (Second Order Reliability Method by Differential Geometry) realiza a análise de confiabilidade estrutural de segunda ordem utilizando as curvaturas principais da superfície de estado limite (SEL). Foi analisado um exemplo de SEL, cujos resultados fornecidos via geometria diferencial para as curvaturas principais, no ponto de projeto (\mathbf{V}^*), foram exatos. Além disso, os resultados obtidos para o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha do método semianalítico FORM (First Order Reliability Method) foram otimizados pelo método semianalítico SORM DG, em relação aos resultados fornecidos pela literatura, via Simulação Monte Carlo Simples (SMCS).

Esses resultados foram comparados, também, em termos de acurácia e eficiência com os fornecidos pelo método semianalítico SORM (Second Order Reliability Method) convencional, sendo que o método semianalítico SORM DG apresentou resultados acurados em termos de análise de confiabilidade, além de ser mais eficiente que o método semianalítico SORM convencional, sem prejuízo de acurácia.

PALAVRAS-CHAVE: FORM; SORM; SORM DG; Curvaturas principais; Geometria diferencial.

ABSTRACT: The semi-analytical SORM DG (Second Order Reliability Method by Differential Geometry) performs second-order structural reliability analysis using the main curvatures of the limit state surface (SEL). An example of SEL was analyzed, the results provided by differential geometry for the main curvatures, at the design point (\mathbf{V}^*), were accurate. In addition, the results obtained for the reliability index and the probability of failure of the semi-analytical FORM (First Order Reliability Method) were optimized by the semi-analytical SORM DG, in relation of the results provided by literature, via Simple Monte Carlo Simulation (SMCS). These results were also compared in terms of accuracy and efficiency with those provided by the semi-analytical conventional SORM (Second Order Reliability Method), and the semi-analytical

SORM DG presented accurate results in terms of reliability analysis, in addition to being more efficient than semi-analytical conventional SORM, without prejudice to accuracy.

KEYWORDS: FORM; SORM; SORM DG; Main curvatures; Differential geometry.

1 | INTRODUÇÃO

Muitas das variáveis envolvidas nos projetos de engenharia são aleatórias, ou seja, os seus parâmetros possuem incertezas. A presença dessas incertezas são, geralmente, tratadas com o uso do fator global de segurança, segundo a abordagem tradicional do método das tensões admissíveis. Esse fator de segurança é selecionado com base na experiência passada ou em regras gerais práticas e não reflete as incertezas dos parâmetros subjacentes individuais nem a sua estrutura de correlação. Essas limitações podem ser superadas através de projetos baseados em confiabilidade, nos quais a segurança de uma estrutura é descrita por um índice de confiabilidade ao invés do fator de segurança. O índice de confiabilidade é capaz de explicar as incertezas e as correlações paramétricas e fornece um caminho para estimar a probabilidade de falha da estrutura e dos seus componentes.

Devido à sua maior simplicidade e eficiência, o FORM, que realiza uma aproximação linear, através de um hiperplano, à superfície de estado limite (SEL), tem sido amplamente usado em análises de confiabilidade. Entretanto, a linearização inerente ao FORM introduz erros em muitos casos e por isso o SORM tem sido empregado como alternativa (Zeng et al., 2016).

As aplicações do SORM, em problemas de engenharia, por Cho (2009), Lu e Low (2011), Lu et al. (2011 e 2012), Chan e Low (2012), Zeng e Jimenez (2014), Zeng. et al. (2015, 2016 e 2017), nos últimos anos, sugerem um interesse relevante pelo SORM e, portanto, há muito espaço para novas pesquisas nessa área, sendo o principal desafio calcular as curvaturas principais da SEL, que envolve muita complexidade matemática e esforço computacional.

O SORM DG, que visa melhorar os resultados do FORM de maneira mais eficiente que o SORM convencional, sem prejuízo na acurácia dos resultados, pode ser considerado, então, como uma contribuição de utilidade para a engenharia. Para que o SORM DG realize a análise de confiabilidade estrutural de segunda ordem é necessário que o FORM forneça as coordenadas do ponto de máxima densidade local de probabilidade (ponto de projeto) e que as curvaturas principais da SEL sejam calculadas nesse ponto, através de geometria diferencial. Devido a isso, está desenvolvido neste artigo um procedimento analítico de cálculo dessas curvaturas no espaço multidimensional (espaço R^n), onde n é o número de variáveis aleatórias da função da SEL (função de falha) envolvidas na análise.

Para muitos problemas de engenharia a função da SEL é trabalhosa para ser avaliada e as derivadas analíticas não existem (Du, 2005). Nesse caso, levando em conta essa característica dos problemas de engenharia, as derivadas são calculadas

pelo método das diferenças finitas. Devido a este fato, neste artigo, todas as derivadas parciais necessárias para solução das avaliações das probabilidades de falha de primeira e segunda ordem foram calculadas, via software MATLAB (Lee, 2018), pelo método das diferenças finitas.

Basicamente os diversos métodos existentes para avaliação da probabilidade de falha podem ser divididos em quatro categorias:

- a) Métodos de Integração Numérica;
- b) Simulação Monte Carlo (SMC) ou Método Monte Carlo e suas variações;
- c) Métodos semianalíticos FORM, SORM convencional e, no caso em tela, o SORM DG;
- d) Métodos Híbridos.

Serão apresentados, via software MATLAB (Lee, 2018), somente os cálculos do SORM DG e do FORM, que realiza a análise de confiabilidade estrutural de primeira ordem, tendo em vista que fornece ao SORM DG as coordenadas do ponto de projeto (\mathbf{V}^*). Já os resultados do SORM convencional foram fornecidos pela literatura, bem como os da Simulação Monte Carlo Simples, sendo esse último utilizado como referência.

2 | REVISÃO DO FORM E DO SORM CONVENCIONAL

Nesta Seção, além da revisão do FORM e do SORM convencional, são comentados os métodos tradicionais usados para calcular as soluções do FORM e da matriz Hessiana. A análise de confiabilidade do SORM convencional, baseada nesses métodos, também é discutida, além de sua eficiência. Maiores detalhes podem ser encontrados nas referências Madsen et al. (2006), Ditlevsen e Madsen (2007), Melchers e Beck (2018).

2.1 Análise de confiabilidade estrutural de primeira ordem

No FORM a probabilidade de falha de primeira ordem é obtida através de transformações das variáveis aleatórias originais (\mathbf{U}) do espaço U (espaço original), da função da SEL $G(\mathbf{U})=0$, em variáveis aleatórias reduzidas (ou normais padrão) estatisticamente independentes \mathbf{V} do espaço V (espaço normal padrão, espaço reduzido ou espaço das variáveis reduzidas), cuja função da SEL ($g(\mathbf{V})=0$) é aproximada por um hiperplano e o índice de confiabilidade (β) é interpretado como a distância mínima em relação à origem para a referida superfície no espaço normal padrão e o mais provável ponto de falha (ponto de maior densidade local de probabilidade), denominado ponto de projeto (\mathbf{V}^*), é procurado usando métodos matemáticos de programação.

A probabilidade de falha fornecida pelo FORM, utilizando as propriedades da

distribuição normal multidimensional padrão, é dada por (Madsen et al.,2006):

$$Pf = \int_F fu(\mathbf{U})d\mathbf{u} = \int_F fv(\mathbf{V})d\mathbf{v} = \Phi(-\beta) \quad (1)$$

onde, F indica o domínio de falha, $f_u(\mathbf{U})$ é a função densidades de probabilidades conjunta de \mathbf{U} , $f_v(\mathbf{V})$ é a função densidades de probabilidades conjunta de \mathbf{V} e Φ é a distribuição cumulativa normal padrão de probabilidades.

De acordo com Madsen et al. (2006), o índice de confiabilidade se relaciona ao ponto de projeto através das Equações 2 e 3:

$$\beta = \|\mathbf{V}^*\| \quad (2)$$

e

$$\mathbf{a}^* = \frac{\nabla g(\mathbf{V}^*)}{\|\nabla g(\mathbf{V}^*)\|} = -\frac{\mathbf{V}^*}{\beta} \quad (3)$$

onde, \mathbf{a}^* é o vetor normal unitário à SEL no ponto \mathbf{V}^* e $\|\nabla g(\mathbf{V}^*)\|$ é a norma do gradiente da SEL no espaço reduzido (espaço V), no referido ponto, como ilustrado na Figura 1:

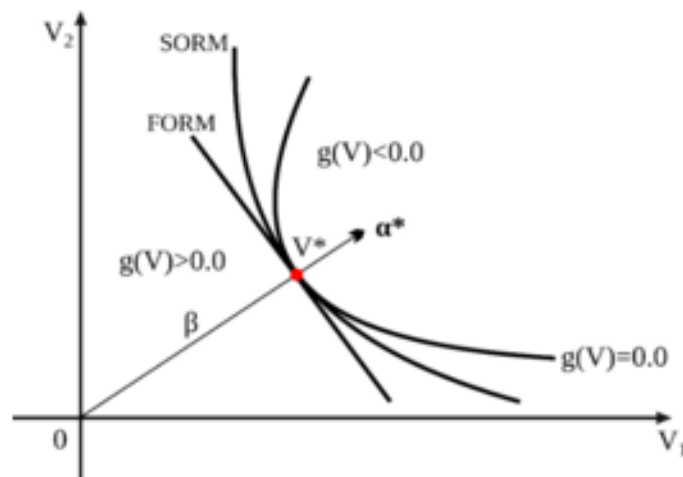


Figura 1 – Aproximação de $g(V)=0$ realizada via FORM e SORM no espaço bidimensional

Fonte: Adaptado de Sagrilo (1994).

2.2 Análise de confiabilidade estrutural de segunda ordem via SORM convencional

Com a finalidade de melhorar a aproximação, ilustrada na Figura 1, da probabilidade de falha calculada pelo FORM, o SORM convencional foi estabelecido e avalia a probabilidade de falha de segunda ordem usando as coordenadas

(calculadas pelo FORM) do ponto de projeto (\mathbf{V}^*) aproximando um hiperparabolóide à SEL no ponto \mathbf{V}^* . Além disso, necessita, também, do cálculo da matriz Hessiana no ponto \mathbf{V}^* , realizando em seguida rotação de suas coordenadas, a fim de que sejam obtidas as curvaturas principais do hiperparabolóide aproximado à SEL nesse ponto, considerando-as como se fossem iguais às curvaturas principais da SEL no referido ponto.

A fim de resolver a Equação 1, foi usado nos exemplos apresentados o FORM com o algoritmo HL–RF (FORM HL–RF), tendo em vista que de acordo com Sagrilo (1994) é o método de primeira ordem mais frequentemente utilizado.

Para medir a eficiência computacional, segundo Zeng et al. (2016), usa-se o número de avaliações da função da SEL (NAF), necessárias em cada análise, porque o esforço computacional exigido por outras partes do algoritmo é muitas vezes insignificante, quando comparado com o NAF, principalmente quando métodos numéricos trabalhosos (como diferenças finitas) estão envolvidos. Assim, o NAF pode ser usado como indicador geral de eficiência computacional em problemas reais da área de engenharia, ou seja, maior NAF indica menor eficiência e vice e versa.

No caso do FORM HL–RF, quando as coordenadas do gradiente da função $G(\mathbf{U})=0$ forem calculadas pelo método das diferenças finitas, serão necessárias $n+1$ avaliações da função $G(\mathbf{U})=0$ para cada iteração (i) no algoritmo (HL–RF) de busca do ponto de projeto no espaço original (\mathbf{U}^*), ou seja, o número de avaliações da função da SEL para o FORM HL–RF é

$$NAF_{FORM} = i(n+1) \quad (4)$$

2.3 Cálculo da matriz Hessiana

Antes de calcular a probabilidade de falha de segunda ordem, as variáveis \mathbf{V} do espaço V devem ser transformadas, por meio de rotação, para o espaço normal padrão \mathbf{Y} usando uma transformação ortogonal

$$\mathbf{Y} = \mathbf{R} \mathbf{V} \quad (5)$$

onde, \mathbf{R} é uma matriz de rotação ortogonal, com dimensão $n \times n$, cuja última coluna contém as coordenadas do vetor normal unitário (α^*) à SEL, e pode ser obtida através de um processo de ortogonalização, como por exemplo, o de Gram-Schmidt. Depois de girar as coordenadas da matriz Hessiana (\mathbf{H}) é obtida a matriz \mathbf{H}_R , cujos termos são definidos como

$$\mathbf{H}_{Rij} = \frac{(\mathbf{RHR}^T)_{ij}}{\|\nabla_{\mathbf{g}}(\mathbf{V}^*)\|}, i, j = 1, \dots, n-1 \quad (6)$$

onde \mathbf{R}^T é a transposta de \mathbf{R} e $\|\nabla_{\mathbf{g}}(\mathbf{V}^*)\|$ é a norma do gradiente da SEL no ponto de projeto (avaliado na última iteração do algoritmo HL–RF). Os autovalores da matriz \mathbf{H}_R são as curvaturas principais k_j ($j=1, 2, \dots, n-1$) da SEL.

2.4 Eficiência do SORM convencional

Na prática, no que tange aos problemas de engenharia, quando as soluções analíticas para as derivadas parciais não estão disponíveis, a matriz Hessiana pode ser calculada por diferenças finitas. Portanto, o número de análises extras da função da SEL para o cálculo de todas as derivadas de segunda ordem via diferenças finitas é $n(n+1)$. Porém, como a matriz Hessiana é simétrica o número de avaliações da função da SEL para o SORM convencional é

$$NAF_{SORM} = \frac{n(n+1)}{2} \quad (7)$$

Isso poderá aumentar significativamente o consumo computacional, particularmente quando a função da SEL possuir um grande número de variáveis aleatórias e for morosa para ser avaliada, quando forem usados métodos trabalhosos, como o método das diferenças finitas.

2.5 Estimativa da probabilidade de falha de segunda ordem

De posse das coordenadas de \mathbf{V}^* , bem como dos valores de k_j , a estimativa da probabilidade de falha de segunda ordem do SORM convencional pode ser obtida de acordo com Madsen et al. (2006) por

$$Pf_2 = \Phi(-\beta) \prod_{j=1}^{n-1} (1 + \beta k_j)^{-1/2} \quad (8)$$

onde Pf_2 é a probabilidade de falha de segunda ordem, $\Phi(-\beta)$ é a probabilidade de falha de primeira ordem (Pf), β é o índice de confiabilidade de primeira ordem fornecido pelo FORM, k_j são as curvaturas principais da superfície de estado limite no ponto de projeto (\mathbf{V}^*), n é o número de variáveis aleatórias envolvidas na análise e Φ , a função cumulativa de probabilidades para a distribuição normal padronizada.

O índice de confiabilidade de segunda ordem ou índice de confiabilidade equivalente é calculado por

$$\beta^{EQ} = -\Phi^{-1}(Pf_1) \quad (9)$$

3 | SUPERFÍCIES EM R³

Para que o SORM DG efetue a análise de confiabilidade de segunda ordem através da equação de Breitung (Equação 8) é necessário que sejam determinadas as curvaturas principais (k_j) da SEL. A seguir está explicado para uma melhor compreensão, como as curvaturas principais num ponto p de uma superfície em R^3 são calculadas através de geometria diferencial e na Seção 4 é realizada a generalização desse procedimento de cálculo, via geometria diferencial, para as curvaturas principais num ponto p qualquer de uma superfície em R^n (hipersuperfície).

3.1 Parametrização de uma superfície regular em R^3

O gráfico de uma equação da forma $F(x, y, z)=0$, onde F é uma função diferenciável e suas derivadas parciais não se anulam, simultaneamente, em nenhum ponto p , tal que $F(p)=0$, é um exemplo de uma superfície regular em R^3 . Verifica-se que o gráfico de uma função diferenciável $f: R^2 \rightarrow R$ é também um exemplo de superfície regular.

De maneira mais geral, um subconjunto S de R^3 é denominado superfície regular se, para cada ponto $p \in S$, existir uma vizinhança aberta $V \subset R^3$ de p , um aberto $U \subset R^2$ e uma bijeção $\phi: U \rightarrow V \cap S$, sendo ϕ da forma $\phi(u,v)=\{x(u,v), y(u,v), z(u,v)\}$, com as propriedades descritas a seguir (Rodrigues, 2001):

- a) ϕ é de classe C^∞ , ou seja, ϕ tem derivadas parciais contínuas de todas as ordens no ponto p ;
- b) ϕ é um homeomorfismo (ou seja, sua inversa é contínua); e
- c) para qualquer ponto $q \in U$ a matriz Jacobiana de ϕ tem posto dois. A referida matriz ter posto dois, significa que a imagem da transformação linear obtida pela mesma tem dimensão dois, ou ainda, eliminando-se uma linha, convenientemente escolhida, a matriz 2×2 resultante tem determinante diferente de zero. A matriz Jacobiana, no caso, tem dimensões 3×2 , sendo dada por:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Nessas condições, diz-se que ϕ é uma parametrização para S , conforme ilustrado na Figura 2:

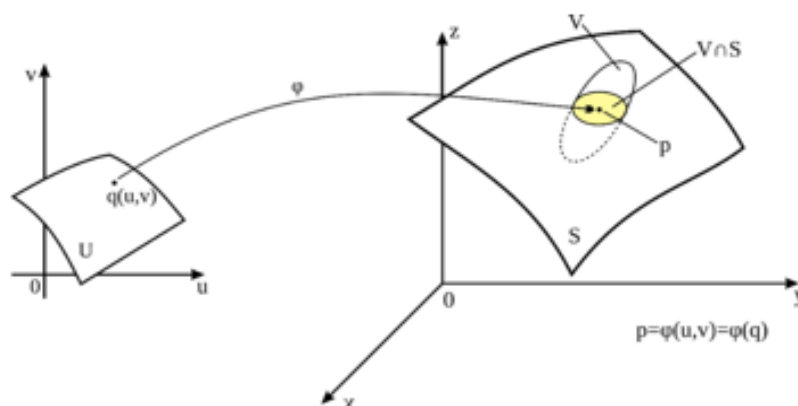


Figura 2 – Parametrização de uma superfície regular

Fonte: Adaptado de Carmo, 2006.

Uma superfície regular $S \subset \mathbb{R}^3$ é orientável, se e somente se existir um campo diferenciável $\mathbf{N}: S \rightarrow \mathbb{R}^3$ de vetores normais em S , segundo Carmo (2006).

3.2 Curvaturas de uma superfície em \mathbb{R}^3

Sendo S uma superfície orientável, a aplicação de Gauss é o campo de vetores normais $\mathbf{N}: S \rightarrow S^2$, onde $S^2 \subset \mathbb{R}^3$ é a esfera de raio 1 e centro na origem. \mathbf{N} é uma aplicação diferenciável e sua derivada $-DN_p: T_p S \rightarrow T_p S$ é um endomorfismo (ou seja uma transformação linear $T: U \rightarrow V$, sendo $U=V$), onde $T_p S$ é o espaço (plano) tangente à superfície S no ponto $p = \phi(u,v)$. Da definição de derivada (regra da cadeia), destacada por Araújo (1998), tem-se:

$$\mathbf{N}_u = -DN_{\phi(u,v)}(\phi_u) \quad (11)$$

e

$$\mathbf{N}_v = -DN_{\phi(u,v)}(\phi_v) \quad (12)$$

Os vetores \mathbf{N} e ϕ_u são ortogonais. O mesmo vale para \mathbf{N} e ϕ_v . Derivando os produtos escalares $\langle \phi_u, \mathbf{N} \rangle = 0$ e $\langle \phi_v, \mathbf{N} \rangle = 0$, conclui-se que $-DN_p$ é uma aplicação linear auto adjunta de $T_p S$ em $T_p S$. Ainda, de acordo com Araújo (1998), os autovalores $k_1(p)$ e $k_2(p)$ do operador linear $(-DN_p)$ são as curvaturas principais de S no ponto p e as direções ortogonais definidas em $T_p S$ pelos autovalores $k_1(p)$ e $k_2(p)$ são denominadas direções principais.

Segundo Gray (2006), o determinante K de $-DN_p$ é chamado de curvatura Gaussiana de S em p , podendo ser obtida pelo produto das curvaturas principais

$$K = k_1(p) \cdot k_2(p) \quad (13)$$

Esse procedimento é válido também para o caso de uma hipersuperfície, onde

$$K = k_1(p) \cdot k_2(p) \dots k_n(p) \quad (14)$$

passa a ser denominada de curvatura de Gauss-Kronecker, segundo Carmo (2011).

3.3 Curvatura normal

Seja $a: (a, b) \rightarrow S$ uma curva parametrizada pelo comprimento de arco. A curvatura normal de a em $a(s)$ é a componente de $\mathbf{a}''(s)$ segundo a normal a S nesse ponto e é dada por $k_n(a, s) = \langle \mathbf{a}''(s), \mathbf{N} \circ a(s) \rangle$ (produto escalar entre $\mathbf{a}''(s)$ e \mathbf{N} , com \mathbf{N} aplicado no ponto $a(s)$) e ilustrada conforme a Figura 3. Se a curva não estiver parametrizada pelo comprimento de arco, a fórmula da curvatura normal passa, de acordo com Rodrigues (2001), a ser:

$$k_n(\alpha, t) = \frac{1}{\|\alpha'(t)\|^2} \langle \alpha''(t), \mathbf{N} \circ \alpha(t) \rangle \quad (15)$$

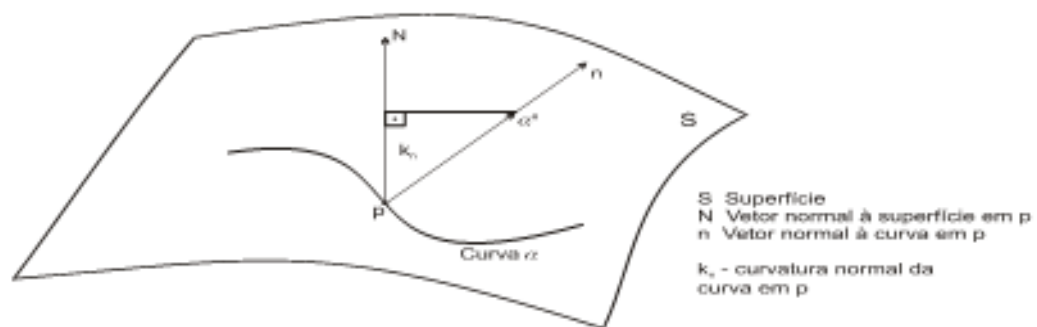


Figura 3 – Curvatura normal no ponto p.

De acordo com Rodrigues (2001), o valor máximo e o valor mínimo das curvaturas normais das seções normais em p são as curvaturas principais da superfície no ponto p , conforme ilustrado na Figura 4.

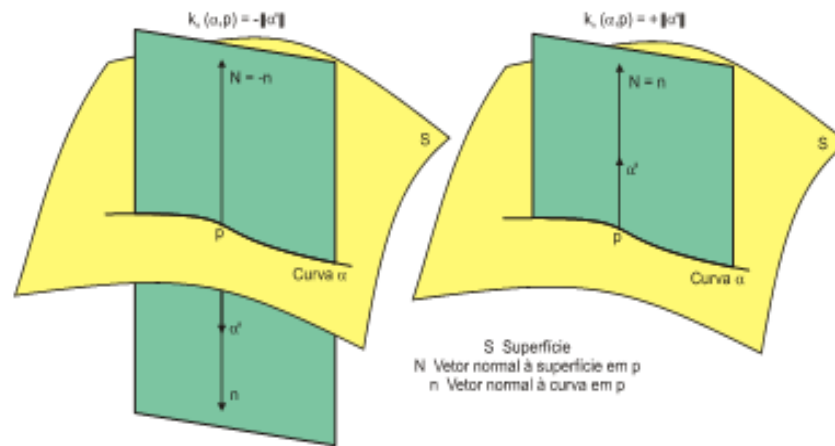


Figura 4 – Curvatura normal quando α é uma seção normal no ponto p .

4 | SUPERFÍCIES EM \mathbb{R}^n

A maioria da literatura sobre geometria diferencial apresenta os coeficientes da 1ª e 2ª forma fundamental para simplificar o cálculo das curvaturas em uma superfície em \mathbb{R}^3 e também para obter outras informações, como por exemplo, a área de uma superfície. Neste trabalho, como o interesse recai sobre a generalização da ideia de superfície (hipersuperfície), tal simplificação pelo uso desses coeficientes não foi possível, tendo em vista a complexidade das operações matemáticas envolvidas no cálculo das curvaturas principais quando $n > 3$, por isso na Subseção 3.2 optou-se em utilizar o operador linear $-DN_p$ (poderia ter sido feita, também, a opção pelo operador linear DN_p , porém essa questão está esclarecida na Subseção 5.1).

Para facilitar o cálculo do vetor (campo) normal à superfície, esta foi descrita como o gráfico de uma função diferenciável $f: \mathbb{R}^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}$.

4.1 Parametrização da superfície $g(\mathbf{V})=0$

Uma parametrização para a superfície nessa vizinhança pode ser dada por:

$$\varphi_{(p)}(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{n-1}) = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{n-1}, \mathbf{V}_n, f(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{n-1})] \quad (16)$$

A função $f(\mathbf{V})$, com $\mathbf{V} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{n-1}) \in \mathbb{R}^{n-1}$, é obtida explicitando quaisquer das variáveis \mathbf{V} da função $g(\mathbf{V})=0$, onde $\mathbf{V} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{n-1}, \mathbf{V}_n) \in \mathbb{R}^n$. Considerando, por exemplo, a explicitação da última variável de $g(\mathbf{V})=0$ tem-se $\mathbf{V}_n = f(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{n-1})$.

4.2 Obtenção dos vetores tangentes à superfície $g(\mathbf{V})=0$

Os vetores tangentes, que correspondem às derivadas parciais da Equação 16, são calculados no ponto p de acordo com

$$\boldsymbol{\varphi}_{v_1}(\mathbf{p}) = (1, 0, \dots, 0, f_{v_1}(\mathbf{p})) = \left(1, 0, \dots, 0, \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial v_1}\right) \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{v_i}(\mathbf{p}) = (0, \dots, 1, \dots, 0, f_{v_i}(\mathbf{p})) = \left(0, \dots, 1, \dots, 0, \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial v_i}\right); 1 < i < n - 1 \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{v_{n-1}}(\mathbf{p}) = (0, 0, \dots, 0, 1, f_{v_{n-1}}(\mathbf{p})) = \left(0, 0, \dots, 1, \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial v_{n-1}}\right) \quad (19)$$

4.3 Obtenção do vetor normal à superfície $g(\mathbf{V})=0$ e de suas derivadas parciais

O vetor normal no ponto \mathbf{p} é calculado fazendo uma extensão na equação apresentada em Carmo (2006) para esse vetor, isto é

$$\mathbf{N}(\mathbf{p}) = \frac{(-f_{v_1}(\mathbf{p}), -f_{v_2}(\mathbf{p}), \dots, -f_{v_{n-1}}(\mathbf{p}), 1)}{\sqrt{(f_{v_1}(\mathbf{p}))^2 + (f_{v_2}(\mathbf{p}))^2 + \dots + (f_{v_{n-1}}(\mathbf{p}))^2 + 1}} \quad (20)$$

Já as derivadas parciais do vetor normal são obtidas por

$$\mathbf{N}_{v_j}(\mathbf{p}) = \frac{\partial \mathbf{N}(\mathbf{p})}{\partial v_j}, j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (21)$$

4.4 Obtenção das curvaturas principais da superfície $g(\mathbf{V})=0$

Efetuada o cálculo do vetor normal e de suas derivadas parciais \mathbf{N}_{v_j} , basta escrevê-las como uma combinação linear dos vetores $\boldsymbol{\varphi}_{v_1}, \dots, \boldsymbol{\varphi}_{v_{n-1}}$, do plano tangente, obtendo a matriz (\mathbf{M}) do operador linear $-DN_p$, cujos autovalores são as curvaturas principais. Fazendo uma extensão na equação apresentada por Araújo (1998) para o referido operador linear, tem-se:

$$(-DN_p)(\boldsymbol{\varphi}_{v_j}) = -\mathbf{N}_{v_j}, j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (22)$$

logo:

$$\begin{aligned} -\mathbf{N}_{v_1} &= (-N_{1,1}) \cdot \boldsymbol{\varphi}_{v_1} + \dots + (-N_{1,n-1}) \cdot \boldsymbol{\varphi}_{v_{n-1}} \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (23)$$

$$-\mathbf{N}_{v_{n-1}} = (-N_{n-1,1}) \cdot \boldsymbol{\varphi}_{v_1} + \dots + (-N_{n-1,n-1}) \cdot \boldsymbol{\varphi}_{v_{n-1}}$$

e

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -N_{1,1} & \cdot & \cdot & -N_{1,n-1} \\ -N_{2,1} & -N_{2,2} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -N_{n-1,1} & -N_{n-1,2} & \cdot & -N_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

5 | SORM DG

O SORM DG foi proposto como uma alternativa para realizar a análise de confiabilidade estrutural de segunda ordem por ser mais eficiente que o SORM convencional, sem prejuízo da acurácia, como está demonstrado na Subseção 5.3. Na Subseção 5.1 são feitas considerações sobre a orientação do vetor normal \mathbf{N} e na Subseção 5.2 está estabelecido o algoritmo para a aplicação desse método.

5.1 Orientação do vetor normal à superfície $g(\mathbf{V})=0$

O vetor normal \mathbf{N}^* calculado através da Equação 20, no ponto $p=\mathbf{V}^*$, pelo procedimento matemático supramencionado e que fornece as curvaturas principais da superfície ao SORM DG, deve ter a mesma orientação do vetor α^* , uma vez que, também, é o vetor normal unitário à SEL no ponto de projeto (\mathbf{V}^*). Como os métodos de cálculo são distintos é necessário fazer essa verificação, quanto à orientação, para uma correta utilização da equação de Breitung (Equação 8), através do produto interno entre os referidos vetores. Evidentemente, se o produto interno for positivo eles possuirão a mesma orientação e os sinais das curvaturas principais calculadas, via geometria diferencial, deverão ser mantidos (o operador linear $-\text{DN}_p$ deve ser mantido), caso contrário esses sinais deverão ser trocados (o operador linear $-\text{DN}_p$ deve ser substituído pelo operador linear DN_p).

5.2 Algoritmo para aplicação do SORM DG

- a) Fornecer, via FORM (ou outro método de análise de confiabilidade de primeira ordem), as coordenadas do ponto de projeto (\mathbf{V}^*);
- b) Generalizar o processo da seguinte maneira:
 - i) Caso o vetor \mathbf{U} esteja representando variáveis aleatórias Gaussianas, que estejam correlacionadas, deve ser realizada a transformação ortogonal (vide Apêndice B, Seções B.3 e B.4 de Melchers e Beck, 2018) desse vetor, sendo obtido o vetor \mathbf{V} , cujas variáveis serão normais padrão e estatisticamente independentes;
 - ii) Se o vetor \mathbf{U} estiver representando variáveis aleatórias não Gaussianas independentes, transformar essas variáveis usando as distribuições normais equivalentes (vide Ditlevsen, 1981);
 - iii) Se o vetor \mathbf{U} estiver representando variáveis aleatórias não Gaussianas, que estejam correlacionadas, antes de realizar as transformações supramencionadas, (i) e (ii), deve ser realizada a transformação de Nataf (vide Kiureghian e Liu, 1986);

- c) Obter a função $f(\mathbf{V})$, com $\mathbf{V} = (V_1, V_2, \dots, V_{n-1}) \in \mathbb{R}^{n-1}$, explicitando quaisquer das variáveis do vetor \mathbf{V} da função $g(\mathbf{V})=0$, onde $(V_1, V_2, \dots, V_{n-1}, V_n) \in \mathbb{R}^n$. Considerando, por exemplo, a explicitação da última variável de $g(\mathbf{V})=0$ tem-se $V_n = f(V_1, V_2, \dots, V_{n-1})$;
- d) Gerar, na vizinhança de $p=\mathbf{V}^*$, a partir da função $V_n = f(V_1, V_2, \dots, V_{n-1})$, a parametrização de acordo com a Equação 16;
- e) Calcular as derivadas parciais da parametrização a fim de obter os vetores tangentes à superfície, no ponto $p = \mathbf{V}^*$, utilizando as Equações 17, 18 e 19;
- f) Obter o vetor normal à superfície (\mathbf{N}^*), no ponto $p = \mathbf{V}^*$, de acordo com a Equação 20;
- g) Calcular as derivadas parciais do vetor normal à superfície, no ponto $p = \mathbf{V}^*$, através da Equação 21;
- h) Obter, através da Equação 24, os autovalores da matriz (\mathbf{M}) do operador linear, tendo em vista que eles são as curvaturas principais da superfície $g(\mathbf{V})=0$ no ponto $p = \mathbf{V}^*$;
- i) Realizar o produto interno entre \mathbf{N}^* e α^* , para garantir que a orientação de \mathbf{N}^* seja a mesma de α^* , a fim de que as curvaturas principais da superfície, calculadas no item anterior, sejam aplicadas com a orientação correta na Equação 8;
- j) Efetuar a análise de confiabilidade estrutural de segunda ordem através da Equação 8.

5.3 Eficiência do SORM DG

Analisando o algoritmo apresentado na Subseção 5.2, verifica-se que para o item “e” é necessária a obtenção das derivadas parciais de primeira ordem de $f(\mathbf{V})$, já para o item “g” faz-se necessário o cálculo das derivadas parciais de segunda ordem de $f(\mathbf{V})$, ou seja, a matriz Hessiana (\mathbf{H}) precisa ser calculada. Como os valores das derivadas parciais de primeira ordem de $f(\mathbf{V})$ foram programados para serem obtidos simultaneamente com os valores calculados dos termos da matriz Hessiana, tem-se que

$$NAF_{\text{SORM DG}} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (25)$$

porque, conforme mencionado no item “c” da Subseção 5.2, a função $f(\mathbf{V})$ é obtida explicitando uma das variáveis \mathbf{V} da função $g(\mathbf{V})=0$, possuindo assim uma variável a menos que a função $g(\mathbf{V})=0$. Portanto, substituindo $n-1$ no lugar de n na Equação 7 obtém-se a Equação 25.

6 | RESULTADO

Exemplo

Este exemplo foi analisado por Wu e Wirsching (1987) e utilizado na análise de fadiga de componentes em alta temperatura e baixo número de ciclos de carregamento. A função da SEL é expressa por

$$G(\mathbf{U}) = U_1 - 10^4 \left[\frac{U_2}{U_3 (U_4 U_6)^{-1.71}} + \frac{1 - U_2}{U_5 (U_4 U_6)^{-1.188}} \right] \quad (26)$$

onde

$$\mathbf{U} = (U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6). \quad (27)$$

As características (distribuições de probabilidades e momentos) das variáveis aleatórias (mutuamente independentes), bem como as coordenadas do ponto de projeto e do vetor normal, fornecidas pelo FORM, são mostradas na Tabela 1 e os resultados calculados para as curvaturas principais e para a análise de confiabilidade são apresentados nas Tabelas 2 e 3, respectivamente.

Variável	Distribuição	Média (μ_i)	Desvio padrão (σ_i)	U^*	V^*_i	α^*
U_1	Lognormal	1.0440	0.31320	0.6892	-1.2680	0.5315
U_2	Normal	0.7000	0.07000	0.6545	-0.6504	0.2726
U_3	Lognormal	0.2390	0.09560	0.1992	-0.2796	0.1172
U_4	Lognormal	1.0110	0.15165	1.1302	0.8219	-0.3445
U_5	Lognormal	1.8020	0.72080	0.9815	-1.3844	0.5802
U_6	Gumbel	0.0005	0.00008	0.0006	0.9957	-0.4173

Tabela 1 – Características das variáveis aleatórias, coordenadas do ponto de projeto (no espaço U e no espaço V) e coordenadas do vetor normal

Transformação de variáveis para o espaço reduzido:

- Para as variáveis com distribuição Lognormal $U_i \sim LN(\mu_i, \sigma_i)$, mostradas na Tabela 1:

$$T: \Phi(V_i) = F_{U_i}(U_i) \Rightarrow V_i = \Phi^{-1}[F_{U_i}(U_i)] = \Phi^{-1}\left[\Phi\left(\frac{\ln(U_i) - \lambda_i}{\xi_i}\right)\right] \Rightarrow V_i = \frac{\ln(U_i) - \lambda_i}{\xi_i}$$

então

$$U_i = e^{(\xi_i V_i + \lambda_i)} \quad (28)$$

onde

$$\xi_i = \sqrt{\ln\left[1 + \frac{(\sigma_i)^2}{(\mu_i)^2}\right]} \quad (29)$$

e

$$\lambda_i = \ln(\mu_i) - 0.5(\xi_i)^2 \quad (30)$$

- Para a variável com distribuição Normal $U_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$, apresentada na Tabela 1:

$$T: \Phi(V_i) = F_{U_i}(U_i) \Rightarrow V_i = \Phi^{-1}[F_{U_i}(U_i)] = \Phi^{-1}\left[\Phi\left(\frac{U_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)\right] \Rightarrow V_i = \frac{U_i - \mu_i}{\sigma_i} \Rightarrow$$

$$U_i = \sigma_i V_i + \mu_i \quad (31)$$

- Para a variável com distribuição Gumbel $U_i \sim G(\mu_i, \sigma_i)$, ilustrada na Tabela 1:

Através do princípio da aproximação da extremidade normal (Ditlevsen, 1981), $G(\mu_i, \sigma_i) \sim N(\mu_{U_i}^N, \sigma_{U_i}^N)$, onde $\mu_{U_i}^N$ e $\sigma_{U_i}^N$ representam, respectivamente, a média e o desvio padrão da distribuição normal equivalente para a variável U_i , sendo calculados como

$$\sigma_{U_i}^N = \frac{\varphi\{\Phi^{-1}(F_{U_i}(U_i^*))\}}{f_{U_i}(U_i^*)} \quad (32)$$

e

$$\mu_{U_i}^N = U_i^* - \sigma_{U_i}^N \Phi^{-1}(F_{U_i}(U_i^*)) \quad (33)$$

onde $F_{U_i}(\cdot)$ e $f_{U_i}(\cdot)$ são as funções cumulativa e de densidade de probabilidades originais da variável U_i ; $\Phi(\cdot)$ e $\varphi(\cdot)$ correspondem às funções cumulativa e de densidade de probabilidades da distribuição normal padrão. Através das Equações

32 e 33 os valores de $\sigma_{U_6}^N = 1.0353$ e $\mu_{U_6}^N = 4.6999$ são obtidos, logo:

$$U_6 = \sigma_{U_6}^N V_6 + \mu_{U_6}^N = 1.0353 V_6 + 4.6999 \quad (34)$$

Substituindo os valores obtidos nas Equações 28, 31 e 34 na Equação 26:

$$g(\mathbf{V}) = e^{(\xi_1 V_1 + \mu_1)} - 10^4 \left[\frac{\sigma_2 V_2 + \mu_2}{e^{(\xi_3 V_3 + \mu_3)} (e^{(\xi_4 V_4 + \mu_4)} (1.0353 V_6 + 4.6999))^{-1,71}} + \frac{1 - (\sigma_2 V_2 + \mu_2)}{e^{(\xi_5 V_5 + \mu_5)} (e^{(\xi_4 V_4 + \mu_4)} (1.0353 V_6 + 4.6999))^{-1,188}} \right] \quad (35)$$

Portanto, optando pela explicitação da primeira variável (V_1) na Equação 35, tem-se:

$$f(\mathbf{V}) = \frac{\ln \left[10^4 \left(\frac{\sigma_2 V_2 + \mu_2}{e^{(\xi_3 V_3 + \mu_3)} (e^{(\xi_4 V_4 + \mu_4)} (1.0353 V_6 + 4.6999))^{-1,71}} + \frac{1 - (\sigma_2 V_2 + \mu_2)}{e^{(\xi_5 V_5 + \mu_5)} (e^{(\xi_4 V_4 + \mu_4)} (1.0353 V_6 + 4.6999))^{-1,188}} \right) \right] - \mu_1}{\xi_1} \quad (36)$$

-0.1319
-0.0613
0.0712
0.0514
0.0000

Tabela 2 – Curvaturas principais (k_i) via geometria diferencial

	FORM HL- RF Tolerância =10-4	SORM Breitung DG	SORM Convencional Sa- grilo (1994)	SMCS WU e Wirsching (1987)
i	5	-	-	-
β	2.386	-	-	-
Pf	8.52x10 ⁻³	-	-	-
Pf ₂	-	9.72x10 ⁻³	9.70x10 ⁻³	10.20x10 ⁻³
β^{EQ}	-	2.337	2.338	2.320
NAF	35	15	21	2x10 ⁵

Tabela 3 – Resultados calculados na análise de confiabilidade via software MATLAB

Conforme mostrado na Tabela 3, o SORM DG ($Pf_2 = 9.72 \times 10^{-3}$) aproximou o resultado da probabilidade de falha calculado pelo FORM (8.52×10^{-3}) em relação ao resultado fornecido pela SMCS (10.20×10^{-3}), sem prejuízo de acurácia quando comparado com o SORM convencional (os valores da Pf_2 dos dois métodos estão

muito próximos), demonstrando que as curvaturas principais (vide Tabela 2) calculadas pelo procedimento via geometria diferencial contribuíram para esse fim. Além disso, o SORM DG foi mais eficiente do que SORM convencional, pois apresentou um NAF menor, como indicado na Tabela 3.

7 | CONCLUSÕES

O exemplo de engenharia apresentado neste artigo, cuja função da SEL não é linear, foi analisado para mostrar que o SORM DG realiza a análise de confiabilidade estrutural de segunda ordem otimizando com relevância os resultados calculados pelo FORM e com maior eficiência que o SORM convencional, sem prejuízo da acurácia, demonstrando a contribuição do procedimento analítico via geometria diferencial, para o cálculo das curvaturas principais num ponto p (no caso em tela $p=V^*$) de uma hipersuperfície.

O FORM ($NAF=35$) é o mais eficiente, porém limitado em termos de acurácia. A SMC é mais acurada, mas peca pela falta de eficiência ($NAF=200000$), por isso sempre que for viável utilizar o FORM/SORM ($NAF=35+21=56$), haverá aumento de eficiência em relação à SMC. Nesse sentido o FORM/SORM DG ($NAF=35+15=50$), contribui para aumentar ainda mais a eficiência em relação à SMC. Para superfícies de estado limite, que possuam funções não lineares e com muitas variáveis aleatórias (situação muito frequente nos problemas reais de engenharia) envolvidas na análise, o consumo computacional costuma ser relevante, por isso a busca pela eficiência na análise de confiabilidade estrutural é bastante requisitada.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, P. V. **Geometria diferencial**. Rio de Janeiro: IMPA, 1998. (Coleção Matemática Universitária).

CARMO, M. P. **Geometria diferencial de curvas e superfícies**. Rio de Janeiro: SBM, 2006. (Textos Universitários).

CARMO, M. P., Flaherty F. **Riemannian geometry**. Boston: Birkhauser, 2011.

CHAN, C. L., LOW, B. K. **Practical second-order reliability analysis applied to foundation engineering**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, v. 36, n. 11, p. 1387-1409, 2012.

CHO, S. E. **Probabilistic stability analyses of slopes using the ANN-based response surface**. Computers and Geotechnics, v. 36, n. 5, p. 787-797, 2009.

DITLEVSEN, O. **Principle of normal tail approximation**. Journal of Engineering Mechanics, v. 107, n. EM6, p. 1191-1208, 1981.

DITLEVSEN, O., MADSEN, H. O. **Structural reliability methods: coastal, maritime and structural engineering**. Department of Mechanical Engineering Technical University of Denmark, 2007.

DU, X. **Probabilistic engineering design**. Rolla: University of Missouri, 2005.

GRAY, A. **Modern differential geometry of curves and surfaces with mathematic**. Boca Raton: CRC Press, 2006.

KIUREGHIAN, A. D., LIU, P. L. **Structural reliability under incomplete probability information**. Journal of Engineering Mechanics, v. 112, n. 1, 1986.

LEE, H. H. **Programming and engineering computing with MATLAB 2018**. USA: SDC Publications, 2018.

LU, Q., LOW, B. K. **Probabilistic analysis of underground rock excavations using response surface method and SORM**. Computers and Geotechnics, v. 38, n. 8, p. 1008-1021, 2011.

LU, Q., SUN, H-Y., LOW, B. K. **Reliability analysis of ground-support interaction in circular tunnels using the response surface method**. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, v. 48, n. 8, p. 1329-1343, 2011.

LU, Q., CHAN, C. L., LOW, B. K. **Probabilistic evaluation of ground-support interaction for deep rock excavation using artificial neural network and uniform design**. Tunnelling And Underground Space Technology, v. 32, p. 1-18, 2012.

MADSEN, H. O., KRENK, S., LIND, N. C. **Methods of structural safety**. New Jersey: Prentice Hall, Englewoods Cliffs, 2006.

MELCHERS, R. E., BECK, A. T. **Structural reliability: analysis and prediction**. New York: Jon Willey & Sons, 2018.

RODRIGUES, P. R. **Introdução às curvas e superfícies**. Rio de Janeiro: Universidade Federal Fluminense, 2001.

SAGRILO, L. V. S. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando os métodos analíticos FORM e SORM**. Tese de doutorado. Programa de engenharia civil, COPPE/UFRJ, 1994.

WU, Y. T.; WIRSCHING, P. H. **New algorithm for structural for reliability estimation**. Journal of Engineering Mechanics (ASME), v.117, n. 9, p. 1319-1339, 1987.

ZENG, P., JIMENEZ, R. **An approximation to the reliability of series geotechnical systems using a linearization approach**. Computers and Geotechnics, v. 62, p. 304-309, 2014.

ZENG, P., JIMENEZ, R., JURADO-PIÑA, R. **System reliability analysis of layered soil slopes using fully specified slip surfaces and genetic algorithms**. Engineering Geology, v. 193, n. 2, p. 106-117, 2015.

ZENG, P., JIMENEZ, R., LI, T. **An efficient quasi-Newton approximation- based SORM to estimate the reliability of geotechnical problems**. Computers and Geotechnics, v. 76, p. 33-42, 2016.

ZENG, P., LI, T., JIMENEZ, R., FENG, X., CHEN, Y. **Extension of quasi-Newton approximation-based SORM for series system reliability analysis of geotechnical problems**. Engineering with Computers, v. 34, p. 215-224, 2017.

SOBRE O ORGANIZADOR

João Dallamuta: Professor assistente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Graduação em Engenharia de Telecomunicações pela UFPR. MBA em Gestão pela FAE Business School, Mestre pela UEL. Trabalha com Gestão da Inovação, Empreendedorismo e Inteligência de Mercado.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-356-9

