

Ernane Rosa Martins  
(Organizador)

### Morris Charts

Line Chart



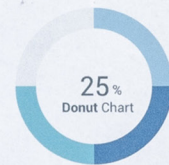
Area Chart



Bar Chart

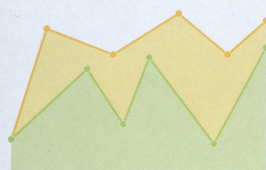


Donut Chart

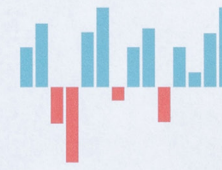


### Sparkline Charts

Line Chart



Bar Chart



Pie Chart



### Easy Pie Charts



# Pesquisa Operacional e sua Atuação Multidisciplinar

**Ernane Rosa Martins**

(Organizador)

# **Pesquisa Operacional e sua Atuação Multidisciplinar**

**Atena Editora  
2019**

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Executiva: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Karine de Lima  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

#### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
P474	Pesquisa operacional e sua atuação multidisciplinar [recurso eletrônico] / Organizador Ernane Rosa Martins. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019.  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-478-8 DOI 10.22533/at.ed.788191107  1. Pesquisa operacional. I. Martins, Ernane Rosa.  CDD 658.51
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

A Pesquisa Operacional (PO) utiliza a matemática, a estatística e a computação para auxiliar na solução de problemas reais, com foco na tomada das melhores decisões nas mais diversas áreas científicas e de atuação humana, buscando otimizar e melhorar suas performances. Através do uso de técnicas de modelagem matemática e eficientes algoritmos computacionais, a PO vem cada vez mais atuando na análise dos mais variados aspectos e situações de problemas complexos em demandas de inúmeras áreas, principalmente por conta de sua flexibilidade de aplicação e interação multidisciplinar, permitindo a tomada de decisões efetivas e a construção de sistemas mais produtivos.

Esta obra reúne importantes trabalhos que envolvem o uso de PO, realizados em diversas instituições de ensino do Brasil, abordando assuntos atuais e relevantes, tais como: modelos matemáticos; otimização multiobjectivo; heurísticas; algoritmos; otimização geométrica; metodologia SODA; soft systems methodology; strategic choice approach; procedimentos metodológicos de análise estatística; jogos cooperativos; algoritmos genéticos; método VIKOR; regressão linear múltipla; algoritmos de aprendizado de máquina; análise de decisão multicritério e composição probabilística de preferências.

A importância desta coletânea está na excelência dos trabalhos apresentados e na contribuição dos seus autores em temas de experiências e vivências. A socialização destes estudos no meio acadêmico, permite ampla análise e inúmeras discussões sobre diversos assuntos pertinentes referentes a atuação multidisciplinar da PO. Por fim, agradeço a todos que contribuíram na construção desta belíssima obra e desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados.

Ernane Rosa Martins

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
UMA ABORDAGEM MULTIOBJETIVO EM UM PROBLEMA DE PRODUÇÃO COM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO E TESTE DE FUNCIONALIDADE	
Sander Joner Neida Maria Patias Volpi Joyce Rodrigues da Silva Tulipa Gabriela Guilhermina Juvenal da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911071</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>16</b>
SOLUÇÕES INTEIRAS PARA O PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE UNIDIMENSIONAL	
Gonçalo Renildo Lima Cerqueira Sérgio da Silva Aguiar Marlos Marques	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911072</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>28</b>
OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE AERONAVES REMOTAMENTE PILOTADAS CARGUEIRAS VIA ECOLOCALIZAÇÃO	
Guilherme Aparecido Barbosa Pereira Ivo Chaves da Silva Júnior Luiz Rogério Andrade de Oliveira Carlos Henrique Sant'Ana da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911073</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>41</b>
O CASO DA INDÚSTRIA CRIATIVA DO CARNAVAL SOB O ENFOQUE DO SODA	
Ailson Renan Santos Picanço Adjame Alexandre Oliveira Mischel C.N. Belderrain Nissia Carvalho Rosa Bergiante	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911074</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>55</b>
MODELO DE NEGÓCIO EM UMA COMUNIDADE AGRÍCOLA: APLICAÇÃO DE <i>SOFT SYSTEMS METHODOLOGY</i> E <i>STRATEGIC CHOICE APPROACH</i>	
Michelle Carvalho Galvão Silva Pinto Bandeira Raquel Issa Mattos Mischel Carmen Neyra Belderrain Anderson Ribeiro Correia John Bernhard Kleba	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911075</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>72</b>
MODELAGEM MATEMÁTICA PARA GERAÇÃO DE ESCALAS DE TURNO	
Laiz de Carvalho Nogueira Tiago Araújo Neves	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911076</b>	

<b>CAPÍTULO 7 .....</b>	<b>87</b>
METODOLOGIA ADOTADA PELA ARCELORMITTAL BRASIL PARA CERTIFICAÇÃO DE PADRÕES SECUNDÁRIOS PARA ANÁLISES QUÍMICAS EM AMOSTRAS DE MINÉRIO DE FERRO DA MINA DE SERRA AZUL EM MINAS GERAIS	
Antonio Fernando Pêgo e Silva Juliana Cecília C R Vieira Luiz Paulo de Carvalho Serrano	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911077</b>	
<b>CAPÍTULO 8 .....</b>	<b>100</b>
JOGOS COOPERATIVOS NA ALOCAÇÃO DE CUSTOS DE ESTOQUES DE PEÇAS COMPARTILHADOS	
Bernardo Santos Aflalo Natália Nogueira Ferreira Souza Takashi Yoneyama	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911078</b>	
<b>CAPÍTULO 9 .....</b>	<b>112</b>
BIASED RANDOM-KEY GENETIC ALGORITHM ACCORDING TO LEVY DISTRIBUTION FOR GLOBAL OPTIMIZATION	
Mariana Alves Moura Ricardo Martins de Abreu Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911079</b>	
<b>CAPÍTULO 10 .....</b>	<b>126</b>
AVALIAÇÃO MULTICRITÉRIO DA QUALIDADE DA INFORMAÇÃO CONTÁBIL	
Alini da Silva Nelson Hein Adriana Kroenke	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110710</b>	
<b>CAPÍTULO 11 .....</b>	<b>142</b>
AVALIAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS DE APRENDIZADO DE MÁQUINA PARA DETECÇÃO REATIVA E PREVENTIVA DE BOTNETS	
Vinicius Oliveira de Souza Sidney Cunha de Lucena	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110711</b>	
<b>CAPÍTULO 12 .....</b>	<b>158</b>
AVALIAÇÃO DE ATRIBUTOS ESTATÍSTICOS NA DETECÇÃO DE ATAQUES DDOS BASEADA EM APRENDIZADO DE MÁQUINA	
Eduardo da Costa da Silva Sidney Cunha de Lucena	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110712</b>	

<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>173</b>
ABORDAGEM PROBABILÍSTICA À ESCOLHA DE PRODUTOS DE DEFESA: UMA APLICAÇÃO DA COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA DE PREFERÊNCIAS NA AQUISIÇÃO DE BLINDADOS	
Luiz Octávio Gavião	
Annibal Parracho Sant'Anna	
Gilson Brito Alves Lima	
Pauli Adriano de Almada Garcia	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110713</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>189</b>
A STOCHASTIC DYNAMIC MODEL FOR SUPPORT OF THE MANAGEMENT OF NEW PRODUCT DEVELOPMENT PORTFOLIOS	
Samuel Martins Drei	
Thiago Augusto de Oliveira Silva	
Marco Antonio Bonelli Júnior	
Luciana Paula Reis	
Matheus Correia Teixeira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110714</b>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>205</b>
A RELAXED FLOW-BASED FORMULATION FOR THE OPEN CAPACITATED ARC ROUTING PROBLEM	
Rafael Kendy Arakaki	
Fábio Luiz Usberti	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110715</b>	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>217</b>
A COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA DE PREFERÊNCIAS COM MEDIDAS DE DESIGUALDADE: CORRELAÇÕES COM OS PONTOS DE VISTA PROGRESSISTA E CONSERVADOR	
Luiz Octávio Gavião	
Annibal Parracho Sant'Anna	
Gilson Brito Alves Lima	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110716</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>233</b>



## UMA ABORDAGEM MULTIOBJETIVO EM UM PROBLEMA DE PRODUÇÃO COM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO E TESTE DE FUNCIONALIDADE

### Sander Joner

IFPR - Campus Colombo  
Colombo, PR, Brasil  
sander.joner@ifpr.edu.br

### Neida Maria Patias Volpi

Universidade Federal do Paraná - PPGMNE  
Curitiba, PR, Brasil  
neidavolpi@gmail.com

### Joyce Rodrigues da Silva

Universidade Federal do Paraná - PPGMNE  
Curitiba, PR, Brasil  
joycee.07@gmail.com

### Tulipa Gabriela Guilhermina Juvenal da Silva

Universidade Federal do Paraná - PPGMNE  
Curitiba, PR, Brasil  
tulipajs@gmail.com

**RESUMO:** Este trabalho apresenta um modelo matemático para um problema de dimensionamento de lotes com estoques intermediários controláveis entre a produção e o teste de funcionalidade dos itens produzidos, através de uma abordagem de otimização multiobjetivo. Um problema teste foi utilizado para analisar o *trade-off* entre custo do estoque intermediário, custo de *setup* e o custo de operação de forno onde é realizado o teste de funcionalidade dos itens produzidos. As soluções obtidas por este problema teste indicam

que o conflito com o teste de funcionalidade e demais variáveis é determinante na construção das soluções ótimas. Além disso, há um ganho significativo no número de soluções não dominadas com o uso de mais de uma técnica de resolução.

**PALAVRAS-CHAVE:** Dimensionamento de Lotes, Otimização Multiobjetivo, Modelo Matemático

**ABSTRACT:** This paper presents a mathematical model for a problem of dimensioning of lots with controllable intermediate stocks between the production and the test of functionality of the items produced, through a multiobjective optimization approach. A test problem was used to analyze the trade-off between the cost of the intermediate stock and the operating cost of an oven where the functionality test of the produced items is performed. The solutions obtained by this test problem indicate that the conflict with the test of functionality and other variables is determinant in the construction of the optimal solutions. In addition, there is a significant gain in the number of non-dominated solutions with the use of more than one resolution technique.

**KEYWORDS:** Batch Dimensioning, Multiobjective Optimization, Mathematical Model

## 1 | INTRODUÇÃO

O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes foi adaptado para uma empresa fabricante de produtos eletroeletrônicos. O trabalho de Joner e Volpi (2017a) apresenta um modelo matemático para este problema. No trabalho citado, os autores resolveram o problema pelo método dos pesos, nesta abordagem e com os pesos adotados, o conflito se deu apenas entre o custo de estoque e operação de forno. Neste trabalho, com a aplicação de novos pesos e métodos, a saber método E-restrito e Goal Programming, outras soluções foram obtidas, indicando conflito também entre setup e as funções anteriores. Com isso, este trabalho visa apresentar a nova fronteira obtida sistematicamente por meio dos métodos: Pesos, E-restrito e Goal Programming.

O problema que este trabalho estuda é um planejamento operacional de curto prazo, relacionado ao dia-a-dia da produção, cujo objetivo é definir as prioridades das ordens de produção dos itens e quais as máquinas que serão utilizadas (programação da produção), entre outros.

Os itens produzidos deverão passar por um teste de funcionalidade em fornos próprios para este fim que tem a particularidade de

testar os itens por um curto período de tempo, com área restrita e sem interrupção. Isto exige um sincronismo entre a produção e a fase de teste através de um controle do estoque intermediário gerado.

Inspirados pela grande aplicabilidade dos problemas de dimensionamento de lotes da produção no nível operacional, neste trabalho será usado uma abordagem usando a otimização multiobjetivo para criar um modelo matemático para uma empresa multinacional do Sul do Brasil, fabricante de produtos eletro-eletrônicos, especificamente no processo de fabricação de inversores de frequência.

Na literatura alguns trabalhos abordam o problema de forma integrada aplicado a alguns setores industriais são eles: indústria de fundição de Araujo et al. (2004), suplementos para nutrição animal Toso et al. (2009), produção de papéis Santos e Almada-Lobo (2012), refrigerantes Ferreira et al. (2012) e Toledo et al. (2012), problemas multiestágios Ulbricht (2015) e modelo matemático com sincronismo entre a produção e o teste de funcionalidade de itens Joner e Volpi (2017a), entre outros. Apesar de existir vários trabalhos nesta área a abordagem multiobjetivo é pouco explorada.

O objetivo deste trabalho é apresentar métodos distintos, que são os mais conhecidos na literatura de multiobjetivo, com a finalidade de tentar explorar melhor o espaço de soluções. Esses métodos serão adaptados para o modelo matemático em questão.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: apresentação do problema, abordagem multiobjetivo que será utilizada, o modelo matemático proposto, um teste de aplicação, a fronteira de eficiência, análise dos resultados e por fim as conclusões.

O problema aqui apresentado é uma adaptação do problema apresentado por

Joner e Volpi (2017b). O modelo original sofreu algumas simplificações no conjunto de restrições, visto que o objetivo deste trabalho é estudar o comportamento dos métodos no espaço de busca das soluções.

Em um sistema produtivo, devem ser produzidos vários tipos de itens em um conjunto de máquinas em um dado horizonte de planejamento. Em um intervalo de tempo, pode ser produzido mais de um tipo de item, desde que esta utilização não ultrapasse a capacidade de produção disponível. Entre a produção de lotes de tipos de itens diferentes em uma dada máquina, existe a necessidade de um tempo de preparação da mesma (tempos de *setup*).

Em sistemas produtivos compostos por máquinas distintas em paralelo, existe a possibilidade dos itens serem fabricados em várias máquinas, conforme a Figura 1. Nesses sistemas, a escolha da máquina para produção deve levar em consideração as diferentes taxas de produção e níveis de eficiência e assim incorrer em custos de produção diferentes.

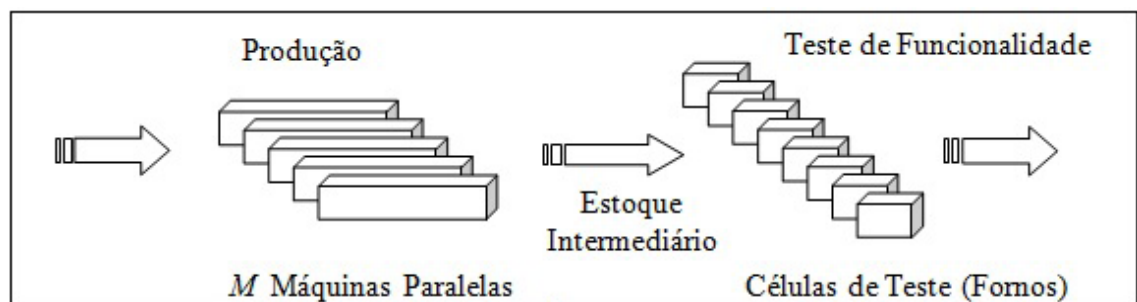


Figura 1: Representação do Ambiente de Produção

Fonte: Os Autores (2018)

No problema abordado, após produzidos os itens nas  $M$  máquinas paralelas, esses são enviados a um setor de teste de funcionamento, denominado “Células de Teste” ou fornos, que operam a uma temperatura elevada de modo a simular o funcionamento do produto em condições extremas, e que contam com conectores (*slots*) apropriados ao tipo de item que deve ser testado. Cada forno é ajustável a um grupo de itens. Um dos problemas encontrados, além do dimensionamento dos lotes na produção nas  $M$  máquinas paralelas, é o fato de tentar se trabalhar com as células teste (fornos) de forma que suas capacidades não sejam subutilizadas. Uma vez que uma célula de teste que tem capacidade para um número fixo de itens, começa a operar de forma a não estar completamente ocupada, o processo não pode ser interrompido por um tempo pré-determinado.

A espera por novos itens até a completa lotação do forno, implica no processo de resfriamento/aquecimento ou da manutenção da célula de teste aquecida durante um tempo, o que gera custos. Devido ao tempo para aquecimento da célula, é mais viável manter a célula sempre aquecida durante o horizonte de planejamento e desligá-la após não haver mais demanda.

Se não houver controle no processo de fabricação, pode-se incorrer tanto na falta de itens para completar espaços ociosos nas células de teste, bem como na produção demasiada de um determinado tipo de item em um mesmo período, o que gera estoque intermediário de itens não testados e conseqüentemente custos com estocagem e com acúmulo de itens gerando filas. Um dos objetivos para qual o modelo matemático foi formulado é o de estabelecer um controle dos estoques intermediários evitando filas em determinadas células e falta de itens em outras, limitando quantidade de itens em estoque intermediário.

Observa-se que nem sempre é possível ou viável produzir uma quantidade que possa suprir a capacidade da célula de teste num tempo pré-determinado. Devido à busca pela minimização de custos, torna-se necessário sempre que possível, utilizar ao máximo a capacidade das células teste buscando atender às demandas previstas para o horizonte de planejamento. Este ambiente de produção é complexo, pois para atender as demandas previstas, com o menor custo possível, é preciso saber o quanto produzir, em qual momento e controlar os estoques intermediários evitando filas para o teste de funcionalidade e ao mesmo tempo não deixando os fornos ociosos.

Existem conflitos associados às decisões de quantidades produzidas, custo de estocagem dos itens, ocupação e operação dos fornos, o que justifica utilizar a abordagem multiobjetivo.

## 2 | PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Um problema de otimização multiobjetivo, geralmente, consiste em minimizar (ou maximizar) simultaneamente um conjunto de critérios ou objetivos satisfazendo um conjunto de restrições. Em otimização multiobjetivo, não existe uma única solução que otimize cada um dos objetivos, mas sim um conjunto de soluções eficientes no qual nenhuma solução é melhor que outra solução para todos os objetivos. O decisor (*decision maker*) é o responsável pela escolha de uma solução eficiente particular que pondere os objetivos globais do problema.

Um problema geral de otimização multiobjetivo consiste em encontrar um vetor de variáveis de decisão (solução) que satisfaça restrições e otimize uma função vetorial cujos elementos representam as funções objetivos. Estas funções representam os critérios de otimalidade que, usualmente, são conflitantes. Portanto, o termo “otimizar” significa encontrar soluções cujas funções objetivo não podem ser melhoradas simultaneamente Deb (2001).

Formalmente, isto pode ser definido da seguinte maneira Deb (2001):

$$\min(\text{ou max})z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_r(x)) \quad (1)$$

sujeito a:

$$g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_p(x)) \leq b \quad (2)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \quad (3)$$

$$z = (z_1, z_2, \dots, z_r) \in Z \quad (4)$$

onde,  $x$  é o vetor decisão,  $z$  é o vetor objetivo,  $X$  denota o espaço de decisões, e  $Z = f(X)$  é a imagem de  $X$  denominada espaço objetivo. O conjunto de restrições (2),  $b \in \mathbb{R}_p$  e o espaço  $X$  determinam o conjunto das soluções factíveis  $X^* = \{x \in X / g(x) \leq b\}$ . Portanto o problema pode ser reescrito como:

$$\min(\text{ou } \max) z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_r(x)) \quad (5)$$

sujeito a:

$$x \in X^* \quad (6)$$

A imagem de uma solução  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X^*$  no espaço objetivo é um ponto  $z = (z_1, z_2, \dots, z_r) = f(x)$ , tal que  $z_j = f_j(x), j = 1, \dots, r$ . Na otimização de um único objetivo  $f$ , o espaço objetivo factível é completamente ordenado, no entanto, quando são considerados vários objetivos conflitantes em otimização multiobjetivo, não existe uma única solução que seja ótima com respeito a todos os objetivos. Por exemplo, em um problema de minimização, minimizar um dos objetivos pode causar o acréscimo de outros objetivos Pareto [1964].

Uma solução  $x_i$  domina uma solução  $x_j (j \neq i)$  se a  $z(x_i)$  é melhor (considerando minimizar ou maximizar de acordo com cada função objetivo) que  $z(x_j)$  em todas as funções objetivo, onde  $f$  é a função a ser otimizada Deb (2001).

Assim, adota-se como conjunto solução (fronteira, ou conjunto de Pareto) o conjunto de soluções não dominadas obtidas.

### 3 | MODELO MATEMÁTICO

A seguir são descritos os parâmetros, índices, dados e as variáveis de decisão que serão utilizados no modelo matemático.

Parâmetros:

N: quantidade de itens;

M: quantidade de máquinas;

T: quantidade de períodos no horizonte de planejamento;

F: quantidade de células de teste (fornos).

Índices:

$i$ : item ( $i=1, \dots, N$ );

$l$ : máquina ( $l=1, \dots, M$ );

$t$ : período de produção ( $t=1, \dots, T$ )

$f$ : células de teste ou fornos ( $f=1, \dots, F$ ).

Dados:

$D_i$ : demanda do item  $i$  no final do horizonte de planejamento;

$st_i$ : tempo de *setup* para a produção do item  $i$ ;

$Cp_{lt}$ : capacidade de produção disponível da máquina  $l$  no período  $t$ ;

$P_{il}$ : tempo de produção de uma unidade do item  $i$  na máquina  $l$ ;

$CS_i$ : custo de *setup* para produzir o item  $i$ ;

$h_i$ : custo de manutenção de uma unidade do item  $i$  não testado em estoque intermediário por período;

$cf_{oper_f}$ : custo de operação do forno  $f$  para a realização do teste de carga;

$SP_l$ : conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina  $l$ ;

$CCT_f$ : ocupação máxima em área do forno  $f$ ;

$a_i$ : área ocupada pelo item  $i$  no forno  $f$ ;

$CANT_t$ : capacidade de armazenamento de itens não testados para cada período

$t$ .

Variáveis de Decisão:

$q_{it}$ : quantidade do item  $i$  produzido no período  $t$ ;

$I_{it}$ : quantidade do item  $i$  não testado em estoque intermediário no final do período

$t$ ;

$qc_{it}$ : quantidade do item  $i$  do estoque intermediário que será enviado para teste no período  $t$ ;

$qcf_{itf}$ : quantidade do item  $i$  que será enviado ao forno  $f$  no período  $t$ ;

$z_{ft}$ : igual a 1, se o forno  $f$  está sendo utilizado no período  $t$ ; e 0, caso contrário;

$y_{itl}$ : igual a 1, se há *setup* do item  $i$  na máquina  $l$  no período  $t$ ; e 0, caso contrário.

As condições iniciais são representadas por:

$I_{i0}$ : quantidade de item  $i$  não testado no estoque intermediário, no período inicial;

Na formulação representada pelas equações (7) à (17) é apresentado o modelo matemático para o problema em estudo.

A função objetivo no modelo matemático 7 representa a minimização dos custos variáveis com *setup*, estoque e custos de operação e de utilização dos fornos.

$$\begin{aligned} \min \quad z &= (f_1, f_2, f_3) \quad (7) \\ f_1 &= \sum_{l=1}^M \sum_{i \in SP_l} \sum_{j \in SP_l} cs_i \cdot y_{itl} \\ f_2 &= \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_i \cdot I_{it} \\ f_3 &= \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T cfo_{per_f} \cdot z_{ft} \end{aligned}$$

e restrições (8) a (13).

O conjunto de restrições (8) garante que a quantidade de horas consumidas na produção, adicionada da quantidade de horas necessárias para preparação da máquina  $l$ , seja menor ou igual à capacidade disponível em cada máquina  $l$  em cada período de tempo  $t$ .

$$\sum_{i \in SP_l} p_{il} \cdot q_{il} + \sum_{i \in SP_l} st_i \cdot y_{itl} \leq CP_{lt} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad (8)$$

O conjunto de restrições (9) indica que somente haverá produção do item  $i$  no período  $t$  se a máquina estiver preparada para o item ( $y_{itl}=1$ ).

$$p_{il} \cdot q_{il} \leq CP_{lt} \cdot y_{itl} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (9)$$

O conjunto de restrições (10) realiza o balanço do estoque intermediário, relacionando quantidades produzidas, estoque intermediário de itens a serem testados com quantidades enviadas para células teste para cada item por período em todo o horizonte de planejamento.

$$I_{i,t-1} + \sum_{l=1}^M q_{il} - I_{it} = qc_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (10)$$

O conjunto de restrições (11) indica que a quantidade de itens enviados para a célula de teste deve ser no máximo a quantidade do estoque intermediário do item no período anterior.

$$qc_{it} \leq I_{i,t-1} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (11)$$

O conjunto de restrições (12) garante que a quantidade de itens não testados, que compõem o estoque intermediário, não exceda a capacidade de armazenamento

de itens não testados depois de retirados os itens enviados aos fornos.

$$\sum_{i=1}^N I_{it} \leq CANT_t \quad t = 1, \dots, T \quad (12)$$

O conjunto de restrições (13) determina que a quantidade do item  $i$  que será enviado para teste no período  $t$  seja igual ao conjunto de todos os itens que serão enviados ao forno  $f$  no período  $t$ .

$$qc_{it} = \sum_{f=1}^F qc_{f_{itf}} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (13)$$

O conjunto de restrições (14) indica que a quantidade máxima do item  $i$  que será enviado ao forno  $f$  no período  $t$  seja no máximo a ocupação em área do forno  $f$ .

$$\sum_{i=1}^N a_i \cdot qc_{f_{itf}} \leq CCT_f \cdot z_{ft} \quad t = 1, \dots, T \quad f = 1, \dots, F \quad (14)$$

O conjunto de restrições (15) determina que a quantidade total do item  $i$  enviada à célula de teste dedicada a este item em todos os períodos, deve ser pelo menos igual à demanda do item  $i$  estabelecida para o horizonte de planejamento.

$$\sum_{t=1}^T qc_{it} \geq Di \quad i = 1, \dots, N \quad (15)$$

O conjunto de restrições (16) indica que as variáveis  $x_{isl}, z_{ft}$  e  $w_{ft}$  são binárias.

$$y_{itl}, z_{ft} \in \{0,1\} \quad l = 1, \dots, M \quad f = 1, \dots, F \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (16)$$

O conjunto de restrições (17) indica que as variáveis  $q_{il}, qc_{it}, qc_{f_{itf}}$  e  $I_{it}$  são inteiras não negativas.

$$q_{il}, qc_{it}, qc_{f_{itf}}, I_{it} \in \mathbb{Z}^+, y_{itl} \geq 0 \quad l = 1, \dots, M \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (17)$$

Para validar o modelo proposto foram apresentados experimentos computacionais.

## 4 | APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 4.1 DADOS UTILIZADOS

A aplicação do modelo foi realizada em um problema de pequeno porte. Como sugestão os custos utilizados na função objetivo poderão ser calculados usando a abordagem que será explicada a seguir.



O custo de *setup* é calculado usando o tempo que a máquina fica parada sem produção, para executar a preparação. Primeiro é identificado o tempo de *setup*, (tempo que a máquina não está produzindo). Depois é calculada a quantidade que a máquina poderia produzir caso não estivesse parada, e por último o valor médio de venda do item. Assim a fórmula para o cálculo do custo de *setup* é: (tempo do *setup*) x (quantidade produzida) x (valor médio do item).

O custo do estoque é proporcional à quantidade e o tempo que um item permanece em estoque. Ele pode ser calculado como (preço do item) x (ganho no mercado por período). O custo de operação o do forno por período pode ser calculado da seguinte forma: (Consumo de kWh) x (Custo de kWh (industrial)).

Neste experimento os dados foram gerados aleatórios com o objetivo de validar o modelo. Considere a produção de 5 itens num horizonte de planejamento de 8 períodos. Têm-se disponíveis duas máquinas paralelas, dois fornos e o estoque inicial é zero para todos os itens. Na Tabela(1), encontra-se os valores dos dados utilizados no experimento. O custo de operação do forno 1 é de 1000 unidades monetárias por período e a capacidade é de 10000 unidades de área. O forno 2 tem custo de 2000 unidades monetárias por período e capacidade de 20000 unidades de área. A capacidade do estoque é de 100 unidades e a capacidade de produção disponível em cada máquina e em qualquer período é de 60 unidades.

Item	Custo <i>Setup</i>	Custo Estoque	Área	Tempo <i>Setup</i>	Tempo Prod.	Demanda
1	1	1	25	1	1	50
1	2	2	50	2	2	250
3	3	3	100	3	3	15
4	4	2	200	4	4	10
5	5	2	600	5	5	25

Tabela 1: Dados utilizados nos testes

Fonte: Os Autores (2018).

O modelo foi implementado e resolvido utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Para execução do modelo foi utilizado um computador com processador Intel Core i3, 2,5GHz e 4Gb de memória RAM.

## 4.2 MÉTODO DOS PESOS (MPE)

O método dos pesos (MPE) consiste em definir uma certa prioridade para cada função objetivo e resolver um problema multiobjetivo para os parâmetros dados. Na literatura autores como Deb [2001], afirmam que os pesos ideais para se obter soluções mais próximas da fronteira de Pareto são as que respeitam a equação (18).

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \quad (18)$$

Esse método permite simplificar um modelo multiobjetivo para um modelo de um único objetivo. Para o problema (7), o método tem como finalidade resolver o modelo com a função objetivo (19), onde  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  são funções normalizadas de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ .

$$\text{Min } (w_1F_1 + w_2F_2 + w_3F_3) \quad (19)$$

e restrições de (8) a (17).

Para a escolha dos pesos, o intervalo  $[0, 1]$  foi particionado em tamanhos de 0.1, respeitado a equação (18). Assim, são obtidos 66 conjuntos de pesos para a resolução do problema (19). Como algumas soluções encontradas são repetidas, foi necessário retirá-las, restando 25 soluções.

Esta abordagem explorou muito mais regiões em que *setup* e estoque geram uma curva ótima, explorando pouco as relações com a operação de forno. De fato, o conflito maior ocorre entre estoque e *setup*, indicando que o método possa tender a explorar mais relações de maior conflito em detrimento das de menor conflito.

Eliminando as soluções dominadas neste conjunto, como apresentado em Deb [2001], o conjunto de soluções é reduzido para 6 soluções não dominadas mostradas na Tabela (2), com seus respectivos pesos.

$w_1$	$w_2$	$w_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
0.5	0.5	0	665	41	7000
0.3	0	0.7	698.6	52	6000
0.3	0.1	0.6	709.73	41	6000
0.2	0.1	0.7	780.07	41	5000
0.1	0	0.9	866	61	4000
0.1	0.1	0.8	882.07	41	4000

Tabela 2: Soluções não dominadas obtidas pelo método dos pesos

Fonte: Os Autores (2018).

### 4.3 MÉTODO E-RESTRITO (MER)

O método E-restrito (MER) consiste em fixar uma função como objetivo a ser minimizado e as funções restantes são adicionadas como restrições no modelo a ser resolvido. Para este método tem-se 3 diferentes modelos a serem resolvidos, (20), (21) e (22). Nesse método temos apenas uma função a ser minimizada, com isso não é necessário fazer a normalização das funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ . Os modelos obtidos por esse método são:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_1 \text{ (20)} \\ & \text{s. a. } f_2 \leq \epsilon_2 \\ & \quad f_3 \leq \epsilon_3 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_2 \text{ (21)} \\ & \text{s. a. } f_3 \leq \epsilon_3 \\ & \quad f_1 \leq \epsilon_1 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_3 \text{ (22)} \\ & \text{s. a. } f_2 \leq \epsilon_2 \\ & \quad f_1 \leq \epsilon_1 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

Através dos testes realizados pelo método dos pesos, encontrou-se os limitantes de cada função objetivo. Assim, o espaço onde encontram-se as soluções, para a função  $f_1$  é o intervalo [665, 1207], para a função  $f_2$  é o intervalo [41, 62] e por fim, para a função  $f_3$  é [4000, 24000]. Cada intervalo foi particionado em 5 partes, assim os valores assumidos por parâmetro são

$$\epsilon_1 = \{665, 800.5, 936, 1071.5, 1207\},$$

$$\epsilon_2 = \{41, 46.25, 51.5, 56.75, 62\},$$

$\epsilon_3 = \{4000, 9000, 14000, 19000, 24000\}$ . Fazendo a combinação desses valores são obtidos os parâmetros para a resolução de 77 modelos.

Nesta aplicação, este método explorou amplamente a região de otimalidade, embora o número de soluções não dominadas e repetidas tenha sido inferior ao método dos Pesos.

Excluindo as soluções dominadas, usando a mesma metodologia apresentado por Deb [2001], encontraram-se apenas 4 soluções não dominadas, Tabela (3).

Função a ser Min.	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$f_3$	665	41	7000
$f_3$	800.5	41	5000
$f_1$	866	45	4000
$f_1$	882.07	41	4000

#### 4.4 MÉTODO GOAL PROGRAMMING (MGP)

O método *Goal Programming* (MGP) permite que cada função objetivo tenha um pequeno desvio. O modelo padrão (7) sofre uma pequena mudança para que seja minimizado a soma destes desvios. Os valores de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$  são os mesmos utilizados no método E-restrito. Relembrando que cada intervalo de solução foi particionado em 5, assim cada  $\epsilon$  assume o conjunto de 5 valores. Então o modelo (7) torna-se:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \frac{(d_1^+ + d_1^-)}{\epsilon_1} + \frac{(d_2^+ + d_2^-)}{\epsilon_2} + \frac{(d_3^+ + d_3^-)}{\epsilon_3} \quad (23) \\ \text{s. a.} \quad & f_1 + d_1^- - d_1^+ = \epsilon_1 \\ & f_2 + d_2^- - d_2^+ = \epsilon_2 \\ & f_3 + d_3^- - d_3^+ = \epsilon_3 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

Combinando os valores de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$ , tem-se ao total de 125 modelos a serem analisados. No entanto, as soluções obtidas apresentaram poucas soluções não dominadas, embora o número de soluções distintas obtidas tenha sido superior aos demais métodos utilizados. Com isso, viu-se necessário a particionar mais perto desses pontos.

Melhorando o particionamento perto das regiões não exploradas, aumentou o número de modelos para 165, apresentando mais soluções não dominadas.

Neste caso, o método explorou o espaço de solução por igual e forma intensa, porém não necessariamente próximo a fronteira ótima.

Por fim foram encontradas 6 soluções não dominadas, obtidas pelo método *Goal Programming*, Tabela (4).

$f_1$	$f_2$	$f_3$
665	41	7000
698,6	43	6000
763,75	43	5000
780,07	41	5000
866	45	4000
882,07	41	4000

Tabela 4: Soluções obtidas pelo método *Goal Programming*

## 4.5 ANÁLISE DA FRONTEIRA DE PARETO

Para a construção da Fronteira de Pareto, uniu-se as soluções obtidas pelos 3 métodos (MPE, MER, MGP). Após excluir as soluções dominadas, foram obtidas 7 soluções não dominadas, Tabela (5) e Figura 2.

Ao analisar as Figuras 2(a) e 2(b), nota-se que a relação de *setup* e estoque quase chega a formar uma curva de soluções não dominadas, no entanto o Forno exerce influência tal que soluções que seriam dominadas analisando apenas *setup* e estoque passam a ser não dominadas considerando o custo de utilização do forno. Esta relação fica mais perceptível ao analisar a Figura 2(b), na qual as soluções são aplicadas ao plano *setup* versus estoque e apresentadas em cores para o valor de operação de forno. Assim, soluções mais frias são as menores em termos de forno, sendo pertencentes ao conjunto de Pareto, mesmo com altos valores em *setup* e forno.

$f_1$	$f_2$	$f_3$	Método
665	41	7000	MPE, MER, MGP
698,6	43	6000	MGP
709,73	41	6000	MPE
763,75	43	5000	MGP
780,07	41	5000	MPE, MGP
866	45	4000	MER, MGP
882,07	41	4000	MPE, MER, MGP

Tabela 5: Soluções não dominadas obtidas pelos 3 métodos

Fonte: Os Autores (2018).

Inicialmente, como o conflito maior se apresenta entre *setup* e forno esperava-se uma expressividade maior nesta relação, no entanto, o que se observa é uma forte influência na operação de forno na apresentação de uma solução ótima, sendo que, desconsiderando-se a operação de forno, as soluções não dominadas seriam reduzidas a apenas uma solução.

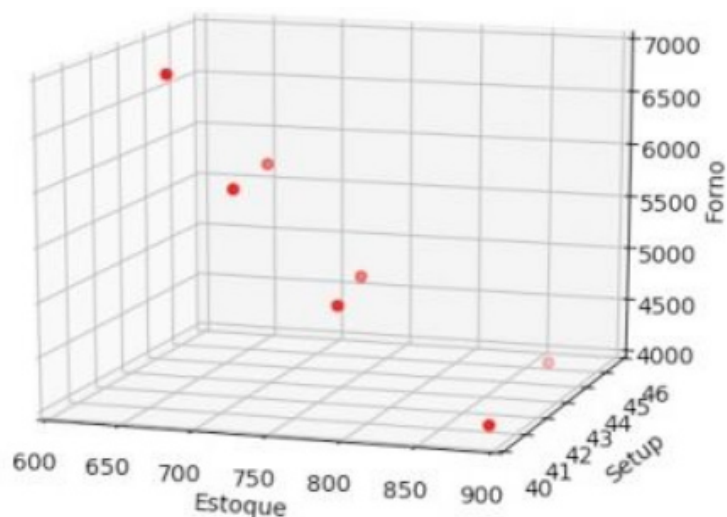
## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentado um modelo multiobjetivo com a expectativa de que métodos diferentes pudessem explorar regiões diferentes da fronteira de Pareto. Observou-se que, nesta aplicação, o método dos pesos repetiu muitas soluções, o E-restrito explorou soluções muito próximas a fronteira e GP explorou o espaço de soluções de forma mais uniforme. Assim, as soluções obtidas diferem para cada método, resultando em uma fronteira com maior precisão.

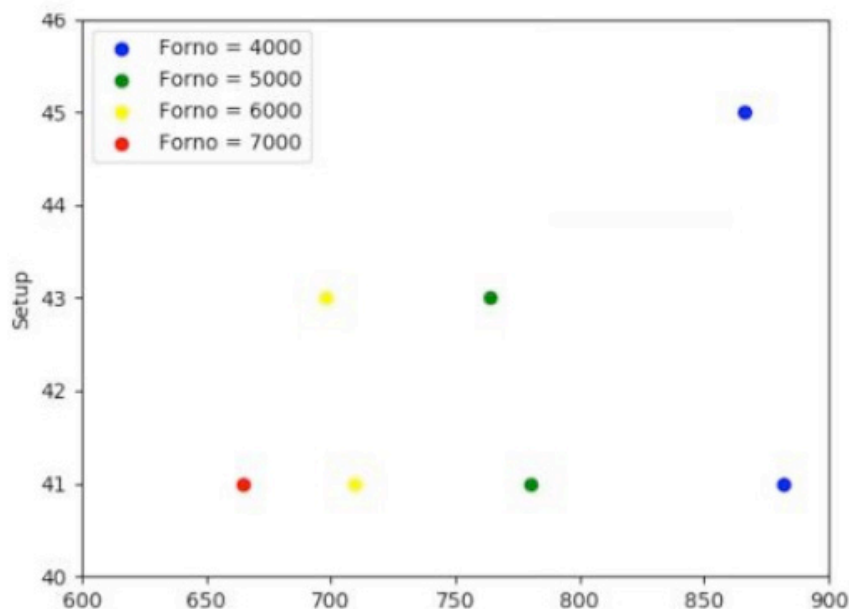
A utilização de um método pode não apresentar todas as soluções obtidas devido a escolhas de parâmetros que representam uma das maiores dificuldades na busca por

soluções de um problema multiobjetivo. Por isso, para o conjunto de dados testados, os métodos apresentados se complementam, não é possível escolher apenas um método para encontrar as soluções do problema. Além disso, a não continuidade das funções é um agravante que torna muitas das soluções obtidas infactível.

Outra contribuição deste trabalho, é ter proposto uma forma diferenciada de representar o conjunto de Pareto com mais de duas funções objetivo, o que não é comum nos trabalhos pesquisados.



a) Fronteira de Pareto representada de forma localizada no espaço de busca de solução



b) Fronteira de Pareto representada em na perspectiva de estoque e setup.

Figura 2: Soluções não dominadas pelos três métodos utilizados

Fonte: Os Autores (2018)

## REFERÊNCIAS

- ARAUJO, S. A., ARENALES, M. N., E CLARK, A. R. (2004). **Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte.** *Gestão & Produção*, 11:165–176.
- DEB, K. (2001). **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms.** Volume 16. John Wiley & Sons.
- FERREIRA, D., CLARK, A. R., ALMADA-LOBO, B., E MORABITO, R. (2012). **Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production.** *International Journal of Production Economics*, 136(2):255–265.
- JONER, S. E VOLPI, N. (2017a). **Problema de dimensionamento de lotes: uma abordagem multiobjetivo.** *Anais do Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia*, (2):425–432.
- JONER, S. E VOLPI, N. M. P. (2017b). **Modelo matemático para a produção e teste de funcionalidade em ambiente de máquinas.** *Interiencia: Revista de ciencia y tecnología de América*, p. 33–38.
- PARETO, V. (1964). **Cours d'économie politique.** Volume 1. Librairie Droz.
- SANTOS, M. O. E ALMADA-LOBO, B. (2012). **Integrated pulp and paper mill planning and scheduling.** *Computers & Industrial Engineering*, 63(1):1–12.
- TOLEDO, C. F., ARANTES, M. S., FRANÇA, P. M., E MORABITO, R. (2012). **A memetic framework for solving the lot sizing and scheduling problem in soft drink plants.** In *Variants of evolutionary algorithms for real-world applications*, p. 59–93. Springer.
- TOSO, E. A., MORABITO, R., E CLARK, A. R. (2009). **Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant.** *Computers & Industrial Engineering*, 57(3):813–821.
- Ulbricht, G. (2015). **A production programming model multistage with intermediate stocks.** *Applied Mathematical Sciences*, p. 2111–2124.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**Ernane Rosa Martins** - Doutorado em andamento em Ciência da Informação com ênfase em Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação, na Universidade Fernando Pessoa, em Porto/Portugal. Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas, possui Pós-Graduação em Tecnologia em Gestão da Informação, Graduação em Ciência da Computação e Graduação em Sistemas de Informação. Professor de Informática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG (Câmpus Luziânia), ministrando disciplinas nas áreas de Engenharia de Software, Desenvolvimento de Sistemas, Linguagens de Programação, Banco de Dados e Gestão em Tecnologia da Informação. Pesquisador do Núcleo de Inovação, Tecnologia e Educação (NITE), certificado pelo IFG no CNPq.



Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-478-8

