

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 2

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

 **Atena**
Editora

Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Educação Matemática e suas Tecnologias 2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof^a Dr^a Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof.^a Dr.^a Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Dr.^a Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.^a Dr.^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof.^a Dr.^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof.^a Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E24	Educação matemática e suas tecnologias 2 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 2) Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-348-4 DOI 10.22533/at.ed.484192405 1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2. Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêm contribuir de maneira muito significativa para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõem estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
O ALGORITMO ESPECTRAL COMO ALTERNATIVA AO ALGORITMO K-MEANS EM CONJUNTO DE DADOS ARTIFICIAIS	
Luciano Garim Garcia Leonardo Ramos Emmendorfer	
DOI 10.22533/at.ed.4841924051	
CAPÍTULO 2	16
NOVAS RELAÇÕES NA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO DA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE PASCAL	
Arquimedes José De Araújo Paschoal Ricardo Menezes Campello De Souza Hélio Magalhães De Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.4841924052	
CAPÍTULO 3	24
ALGORITMOS RÁPIDOS PARA O CÁLCULO DA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE PASCAL	
Arquimedes José De Araújo Paschoal Ricardo Menezes Campello De Souza	
DOI 10.22533/at.ed.4841924053	
CAPÍTULO 4	32
ANÁLISE DE CÁLCULO DIFERENCIAL USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	
Amanda Barretos Lima Garuth Brenda Anselmo Mendes Isabela Geraldo Reghin Rosângela Teixeira Guedes	
DOI 10.22533/at.ed.4841924054	
CAPÍTULO 5	46
DEFLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SOLUÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA VIA MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	
Mariana Coelho Portilho Bernardi Adilandri Mércio Lobeiro Jeferson Rafael Bueno Thiago José Sepulveda da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.4841924055	
CAPÍTULO 6	57
MODELO MATEMÁTICO PARA AUXILIAR O PLANEJAMENTO DA MANUTENÇÃO PREVENTIVA DE MOTORES ELÉTRICOS	
Thalita Monteiro Obal Jonatas Santana Obal	
DOI 10.22533/at.ed.4841924056	

CAPÍTULO 7	64
PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO E SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE FLUXO EM AQUÍFERO CONFINADO	
João Paulo Martins dos Santos Alessandro Firmiano de Jesus Edson Wendland	
DOI 10.22533/at.ed.4841924057	
CAPÍTULO 8	83
RESONANT ORBITAL DYNAMICS OF CBERS SATELLITES	
Jarbas Cordeiro Sampaio Rodolpho Vilhena de Moraes Sandro da Silva Fernandes	
DOI 10.22533/at.ed.4841924058	
CAPÍTULO 9	91
TESTES ADAPTATIVOS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL	
Patrícia Liane Grudzinski da Silva Claudia Lisete Oliveira Groenwald	
DOI 10.22533/at.ed.4841924059	
CAPÍTULO 10	104
LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO POR ANÁLISE DE SINAIS TRANSITÓRIOS DE TENSÃO	
Danilo Pinto Moreira de Souza Eliane da Silva Christo Aryfrance Rocha Almeida	
DOI 10.22533/at.ed.48419240510	
CAPÍTULO 11	116
MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE FUMAGINA CAUSADA POR MOSCA-BRANCA EM CULTURAS AGRÍCOLA	
Gustavo Henrique Petrolí Norberto Anibal Maidana	
DOI 10.22533/at.ed.48419240511	
CAPÍTULO 12	133
LOS SUBNIVELES DE DESARROLLO DEL ESQUEMA DE DERIVADA: UN ESTUDIO EXPLORATORIO EN EL NIVEL UNIVERSITARIO	
Claudio Fuentealba Edelmira Badillo Gloria Sánchez-Matamoros Andrea Cárcamo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240512	
CAPÍTULO 13	143
OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE PARA A MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS	
Márcio Aurélio da Silva Fran Sérgio Lobato Aldemir Ap Cavalini Jr Valder Steffen Jr	
DOI 10.22533/at.ed.48419240513	

CAPÍTULO 14	156
SEQUÊNCIAS: INTERVALARES E FUZZY	
Gino Gustavo Maqui Huamán	
Ulcilea Alves Severino Leal	
Geraldo Nunes Silva	
DOI 10.22533/at.ed.48419240514	
CAPÍTULO 15	164
VALIDAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS PARA O ESCOAMENTO DE GRÃOS DE SOJA	
Rodolfo França de Lima	
Vanessa Faoro	
Manuel Osório Binelo	
Dirceu Lima dos Santos	
Adriano Pilla Zeilmann	
DOI 10.22533/at.ed.48419240515	
CAPÍTULO 16	181
TAREAS DE GENERALIZACIÓN POR INDUCCIÓN PARA FORMAR EL CONCEPTO DE POTENCIA	
Landy Sosa Moguel	
Guadalupe Cabañas-Sánchez	
Eddie Aparicio Landa	
DOI 10.22533/at.ed.48419240516	
CAPÍTULO 17	192
SINCRONISMO EM UM NOVO MODELO METAPOPOPULACIONAL COM TAXA DE MIGRAÇÃO INDEPENDENTE DA DENSIDADE	
Francisco Helmuth Soares Dias	
Jacques Aveline Loureiro da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.48419240517	
CAPÍTULO 18	199
SIMULAÇÃO 3D DO FLUXO DE AR DE UM SISTEMA REAL DE ARMAZENAGEM DE GRÃOS	
Vanessa Faoro	
Rodolfo França de Lima	
Aline Tampke Dombrowski	
Manuel Osório Binelo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240518	
CAPÍTULO 19	207
CONTROLE ÓTIMO DO FLUXO DE ÁGUA EM UMA FÔRMA DE GELO	
Xie Jiayu	
João Luis Gonçalves	
DOI 10.22533/at.ed.48419240519	
CAPÍTULO 20	213
CÓDIGOS CÍCLICOS DEFINIDOS POR ANULAMENTO	
Conrado Jensen Teixeira	
Osnel Broche Cristo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240520	

CAPÍTULO 21	216
ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE DISPERSÃO DE UM CONTAMINANTE COM TRANSFORMAÇÕES INTEGRAIS E INFERÊNCIA BAYESIANA	
Bruno Carlos Lugão	
Diego Campos Knupp	
Pedro Paulo Gomes Watts Rodrigues	
Antônio José da Silva Neto	
DOI 10.22533/at.ed.48419240521	
CAPÍTULO 22	225
ANÁLISE WAVELET DE TACOGRAMAS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS	
Ronaldo Mendes Evaristo	
Kelly Cristiane Iarosz	
Silvio Luiz Thomaz de Souza	
Ricardo Luiz Viana	
Moacir Fernandes de Godoy	
Antonio Marcos Batista	
DOI 10.22533/at.ed.48419240522	
CAPÍTULO 23	235
CONSTRUÇÃO DE UM AEROMODELO DE MACARRÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA E FÍSICA	
Alissan Sarturato Firão	
Ernandes Rocha de Oliveira	
Zulind Luzmarina Freitas	
DOI 10.22533/at.ed.48419240523	
SOBRE O ORGANIZADOR.....	239

RESONANT ORBITAL DYNAMICS OF CBERS SATELLITES

Jarbas Cordeiro Sampaio

IFBA – Inst Federal da Bahia
Camacari – Bahia

Rodolpho Vilhena de Moraes

UNIFESP- Univ Federal de Sao Paulo
Sao Jose dos Campos – Sao Paulo

Sandro da Silva Fernandes

ITA- Inst Tecnológico de Aeronautica
Sao Jose dos Campos – Sao Paulo

ABSTRACT: Synchronous satlites have been studied in literature, due to the research of resonant orbits. In this work, CBERS - 2 (China-Brazil Earth Resource Satellite) satellite is investigated observing resonance effects which compose your orbit. Energy's curves are observed indicating the presence of Kozai's resonance in your orbit.

KEYWORDS: CBERS Satellites, Orbital Motion, Resonance

1 | INTRODUCTION

The technological development has provided several space missions with different goals and proposals. The artificial satellites orbiting the Earth represents 29% of the cataloged objects, but, only 7% are operational spacecraft. Considering approximately 10000

cataloged objects around the Earth, one can verify the distribution of the others objects as: 41% of miscellaneous fragments, 13% of mission-related objects and about 17% of rocket bodies. The uncatalogued objects larger than 1 cm are estimated in some value between 50000 and 600000 (OSIANDER; OSTDIEK, 2009).

Currently, the orbital motions of the cataloged objects can be analyzed using the 2-Line Elements set of the NORAD (North American Defense) (SPACE TRACK, 2013). The TLE are composed by seven parameters and epoch. These data can be compared, for example, with the model of the orbit propagator on board in the artificial satellite. A similar study is done for the Brazilian satellite CBERS-1 in cooperation with China. The CBERS satellites provided important scientific advances to Brazil and the images generated are used in several areas, as water resources monitoring, urban growth, deforestation control, soil occupation and education (CBERS SATELLITES, 2013).

The objects in the space between the Earth and the Moon are classified in low earth orbit (LEO), medium earth orbit (MEO) and geostationary orbit (GEO). In the last years, the LEO region have been studied about the space debris mitigation due to the increasing number of this kind of object through the years.

These aspects englobe the observation, spacecraft protection and collision avoidance (HOOTS; ROECHRICH, 1980).

The present distribution of objects by the value of the mean motion n indicates the commensurability between the frequencies of the mean motion of the object and the Earth's rotation motion. It is verified that most of objects are in the region $13 \leq n(\text{rev} / \text{day}) \leq 15$.

The space between the Earth and the Moon has several artificial satellites and distinct objects in some resonance. Synchronous satellites in circular or elliptical orbits have been extensively studied in literature, due to the research of resonant orbits characterizing the dynamics of these satellites (see [SAMPAIO et al., 2012a, 2012b, 2014] and references here in)

In this work, resonant orbital motions of the CBERS satellites are studied using the TLE files of the NORAD. Figures show the time behavior of the orbital keplerian elements, resonant angles and resonant periods. Energy's curves are observed in the (ω, e) plane of the orbital motions indicating the presence of Kozai's resonance in their orbits.

2 | PURPOSE AND METHODOLOGY

In this section, the TLE data are used to verify objects in resonant orbital motions, specifically space debris and CBERS satellites around the 14:1 resonance (SPACE TRACK, 2013).

To study the resonant objects using the TLE data, a criterium is established for the resonant period $Pres$, by the condition $Pres > 100$ days. Note that, the resonant period is related with a resonant angle which can influence the orbital motion of a particular object, a CBERS satellite or space debris, for example. The value of $Pres$ helps to understand the influence of each resonant angle and a minimum value is established for the resonant period. $Pres$ is calculated by the relation,

$$Pres = \frac{2\pi}{\dot{\phi}_{lmpq}}, \quad (1)$$

and $\dot{\phi}_{lmpq}$ is obtained from (LANE, 1988),

$$\phi_{lmpq}(M, \omega, \Omega, \Theta) = (l - 2p + q)M + (l - 2p)\omega + m(\Omega - \Theta - \lambda_{lm}). \quad (2)$$

where $a, e, l, \Omega, \omega, M$ are the classical keplerian elements: a is the semi-major axis, e is the eccentricity, l is the inclination of the orbit plane with the equator, ω is the argument of pericentre, Ω is the longitude of the ascending node and M is the mean

anomaly, respectively; is the corresponding reference longitude along the equator and Θ is the Greenwich sidereal time. So, $\dot{\phi}_{tmpq}$ is defined as

$$\dot{\phi}_{tmpq}(M, \omega, \Omega, \Theta) = (l - 2p + q)\dot{M} + (l - 2p)\dot{\omega} + m(\dot{\Omega} - \dot{\Theta}). \quad (3)$$

Substituting $k = l - 2p$ in (3), one finds

$$\dot{\phi}_{kmq} = (k + q)\dot{M} + k\dot{\omega} + m(\dot{\Omega} - \dot{\Theta}). \quad (4)$$

The terms $\dot{\omega}$, $\dot{\Omega}$ and \dot{M} can be written as (HOOTS; ROECHRICH, 1980).

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= -\frac{3}{4}J_2n_o(a_e/a_o)^2 \frac{(1-5\cos^2(I))}{(1-e^2)^2}, \\ \dot{\Omega} &= -\frac{3}{2}J_2n_o(a_e/a_o)^2 \frac{(\cos(I))}{(1-e^2)^2}, \\ \dot{M} &= n_o - \frac{3}{4}J_2n_o(a_e/a_o)^2 \frac{(1-3\cos^2(I))}{(1-e^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

a_e is the Earth mean equatorial radius, $a_e = 6378.140 \text{ km}$, J_2 is the second zonal harmonic, $J_2 = 1.0826 \times 10^{-3}$.

The term $\dot{\Theta}$ in $rad=day$ is

$$\dot{\Theta} \approx 1.00273790926 \times 2\pi. \quad (6)$$

In order to use orbital elements compatible with the way in which Two-Line Elements were generated, some corrections are done in the mean motion of the TLE data. Considering as n_1 the mean motion of the 2-line, the semi-major axis a_1 is calculated (HOOTS; ROECHRICH, 1980),

$$a_1 = (\sqrt{\mu}/n_1)^{2/3}, \quad (7)$$

where μ is the Earth gravitational parameter, $\mu = 3.986009 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$. Using a_1 , the parameter δ_1 is calculated by the Eq. (8) (HOOTS; ROECHRICH, 1980),

$$\delta_1 = \frac{3}{4}J_2(a_e^2/a_1^2)^2 \frac{(3\cos^2(I)-1)}{(1-e^2)^{3/2}} \quad (8)$$

Now, the new semi-major axis a_0 used in the calculations of the resonant period is defined using σ_1 from the Eq. (8) (HOOTS; ROECHRICH, 1980),

$$a_0 = a_1 \left[1 - \frac{1}{3} \delta_1 - \delta_1^2 - \frac{134}{81} \delta_1^3 \right], \quad (9)$$

and the new mean motion n_0 used in the calculations is found considering the semi-major axis corrected a_0 ,

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}}. \quad (10)$$

The simulation identified CBERS satellites and space debris with resonant period greater than 100 days. Several values of the coefficients, k , q and m are considered in the Eq. (2) producing different resonant angles to be analyzed by the Eq. (1).

These studies allow to investigate the real influence of the resonance effect in the orbital dynamics of the CBERS satellites and space debris. The number of resonant objects in comparison with the total number of objects in the TLE data shows the great influence of the commensurability between the mean motion of the object and the Earth's rotation angular velocity on its orbits.

In the next section, the orbital motion of CBERS-2 satellite is studied.

3 | RESULTS AND COMMENTS

In this section, the real data of CBERS-2 is used to study the possible regular or irregular orbital motion.

Figure 1 shows the time behavior of the classical keplerian elements of CBERS-2 satellites. The orbital motion of CBERS-2 satellite satisfies the condition $Pres > 100$ days. Figure 2 shows the resonant periods and resonant angles.

Observing the time behavior of the orbital elements of the object CBERS-2 in Fig. 1, one can verify possible regular and irregular motions in the trajectories of these objects. The time behavior of the semi-major axis and eccentricity of the CBERS-2 show irregularities. Note that in the interval between 500 and 600 days, Fig. 1, a fast increase in the semi-major axis occurs and these variations is about 300 meters and it may be related with some disturbance added to the motion.

Analyzing the time behavior of the resonant period in Fig. 2 a), it is verified that the resonant angles remain confined for a few days. The term confined means that the orbital motion is inside a region delimited for resonant angles with biggest resonant

periods.

To continue the analysis about the irregular orbital motions, the time behavior of the $\dot{\phi}_{nkq}$ is studied verifying if different resonant angles describe the orbital dynamics of these objects at the same moment.

Analyzing the time behavior of the resonant angles in Fig. 2 b), one can verify that all resonant angles have the same α , $\alpha = 3/43$, in different combinations for $(k + q)$. Object CBERS-2 have your orbital motion inuenced by resonant angles in the neighborhood of the exact 14:1 resonance and they need a full system with different resonant angles which compose their motions.

To verify the Lidov-Kozai's mechanism in a specified orbital motion, curves of same energy in the (ω, e) plane is verified showing libration and circulation curves. Where ω is the argument of pericentre and e is the eccentricity. The study of the Lidov-Kozai's mechanism is based on the parameter h , related with the z component of the angular momentum. The parameter h is given by (KINOSHITA; NAKAI, 2007):

$$h = (1 - e^2) \cos^2(I) = \text{const.} \quad (11)$$

where I is the inclination of the orbit plane with the equator.

Figure 3 shows the (ω, e) plane using the TLE data of the CBERS-2 satellite. Figure 3 a) shows circulation and libration regions in the (ω, e) plane for CBERS-2 in the period January/2011 to March/2013. Figure 3 b) shows circulation and libration regions considering the orbital motion of CBERS-2 in the period October/2003 to March/2013, analyzing real data since launch.

This analysis helps to find stable regions in the orbital motions around the Earth.

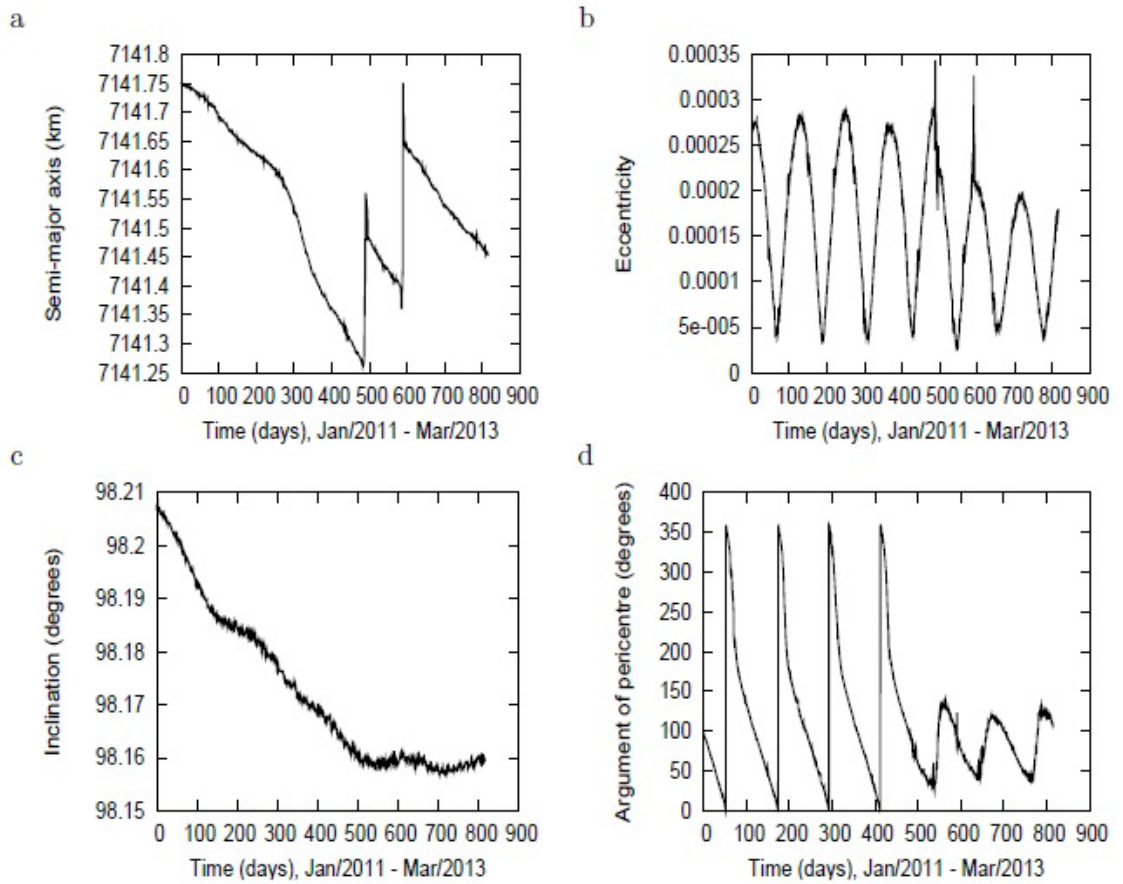


Figure 1: Orbital motions of CBERS-2 corresponding to January/2011 to March/2013; a) Time behavior of the semi-major axis, b) Time behavior of the eccentricity c) Time behavior of the inclination and d) Time behavior of the argument of pericentre.

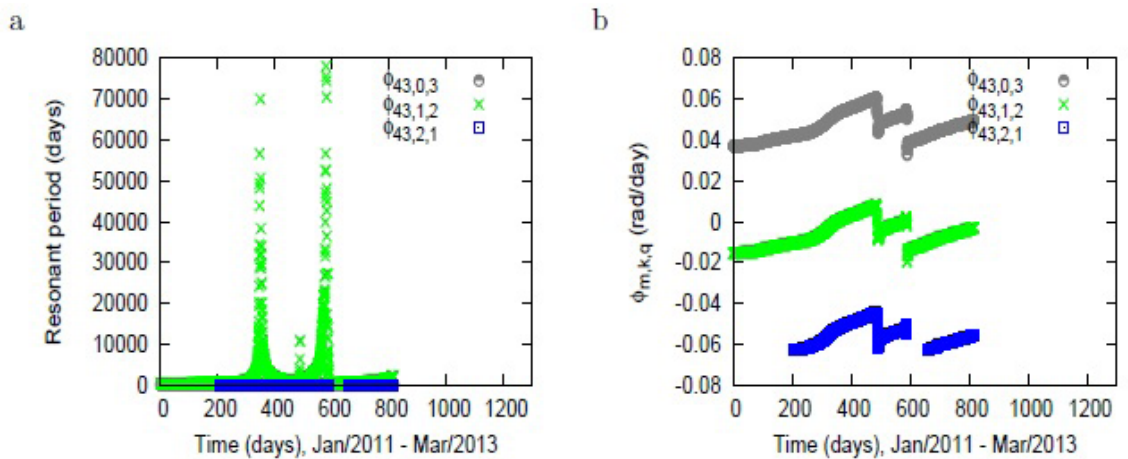


Figure 2: Orbital motion of CBERS-2 corresponding to January/2011 to March/2013 a) Time behavior of the resonant period b) Time behavior of the .

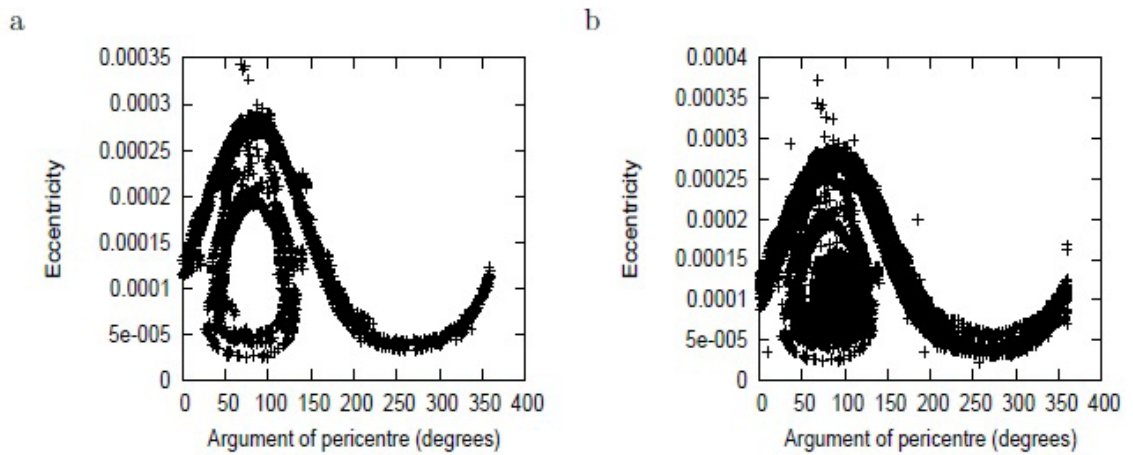


Figure 3: Orbital motion of CBERS-2 satellite. a) Argument of pericentre versus eccentricity corresponding to January/2011 to March/2013. b) Argument of pericentre versus eccentricity corresponding to October/2003 to March/2013.

4 | CONCLUSIONS

In this work, resonant orbital motions of CBERS-2 (China-Brazil Earth Resource Satellite) satellite is studied using an analytical model and TLE files of the NORAD.

The orbital motions of the CBERS satellites can be corrected during your lifetime, because some disturbances, resonance effects or collision risk can affect their missions. These corrections can be seen by the abrupt change in the values of the semi-major axis. In this way, the study of the resonant angles using real data of the artificial satellites is limited to the period without corrections. However, the study involving space debris allows to use a long time and consequently a better analysis about the resonant period in a given region.

The results and discussions show the complexity in the orbital dynamics of this object caused by the resonance effects. Figures show time behavior of classical keplerian elements, resonant angles and resonant periods.

Energys curves are observed in the (ω, e) plane of the orbital motion of CBERS-2 satellite indicating the presence of Kozais resonance in your orbit.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was accomplished with support of the FAPESP under the contracts No 2012/24369-0 and 2012/21023-6, SP-Brazil, and CNPQ (contract 303070/2011-0) and CAPES.

REFERENCES

CBERS Satellites, **Archives of the CBERS Satellites**, Available at: www.cbears.inpe.br, accessed in August, 2013.

Hoots, F. R.; Roehrich, R. L. **Models for Propagation of NORAD Element Sets**, Spacetrack Report No. 3, 1980.

Kinoshita H.; Nakai, H. **General solution of the mechanism** Celestial. Mech Dyn Astr 98, p. 67-74, 2007.

Lane, M. T. **An Analytical Treatment of Resonance Effects on Satellite Orbits**, Celestial Mechanics 42, p. 3-38, 1988.

Osiander R.; Ostdiek, P. **Introduction to Space Debris**, Handbook of Space Engineering, Archeology and Heritage, 2009.

Sampaio, J. C.; Vilhena de Moraes R.; Fernandes, S. S. **The Orbital Dynamics of Synchronous Satellites: Irregular Motions in the 2:1 Resonance**, Mathematical Problems in Engineering, 2012a.

Sampaio, J. C.; Neto, A. G. S.; Fernandes, S. S.; Vilhena de Moraes R.; Terra, M. O. **Artificial satellites orbits in 2:1 resonance: GPS constellation**. Acta Astronautica 81, p. 623-634, 2012b

Sampaio, J. C.; Wnuk, E.; Vilhena de Moraes, R.; Fernandes, S. S. **Resonant Orbital Dynamics in LEO Region: Space Debris in Focus**, Mathematical Problems in Engineering, 2014.

Space Track. **Archives of the 2-lines elements of NORAD**. Available at: www.space-track.org, accessed in August - November, 2013.

SOBRE O ORGANIZADOR

FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-348-4

