

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 2

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

 **Atena**
Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Educação Matemática e suas Tecnologias 2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof^a Dr^a Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof.^a Dr.^a Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Dr.^a Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.^a Dr.^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof.^a Dr.^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof.^a Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E24	Educação matemática e suas tecnologias 2 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 2) Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-348-4 DOI 10.22533/at.ed.484192405 1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2. Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêm contribuir de maneira muito significativa para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõem estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
O ALGORITMO ESPECTRAL COMO ALTERNATIVA AO ALGORITMO K-MEANS EM CONJUNTO DE DADOS ARTIFICIAIS	
Luciano Garim Garcia Leonardo Ramos Emmendorfer	
DOI 10.22533/at.ed.4841924051	
CAPÍTULO 2	16
NOVAS RELAÇÕES NA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO DA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE PASCAL	
Arquimedes José De Araújo Paschoal Ricardo Menezes Campello De Souza Hélio Magalhães De Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.4841924052	
CAPÍTULO 3	24
ALGORITMOS RÁPIDOS PARA O CÁLCULO DA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE PASCAL	
Arquimedes José De Araújo Paschoal Ricardo Menezes Campello De Souza	
DOI 10.22533/at.ed.4841924053	
CAPÍTULO 4	32
ANÁLISE DE CÁLCULO DIFERENCIAL USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	
Amanda Barretos Lima Garuth Brenda Anselmo Mendes Isabela Geraldo Reghin Rosângela Teixeira Guedes	
DOI 10.22533/at.ed.4841924054	
CAPÍTULO 5	46
DEFLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SOLUÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA VIA MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	
Mariana Coelho Portilho Bernardi Adilandri Mércio Lobeiro Jeferson Rafael Bueno Thiago José Sepulveda da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.4841924055	
CAPÍTULO 6	57
MODELO MATEMÁTICO PARA AUXILIAR O PLANEJAMENTO DA MANUTENÇÃO PREVENTIVA DE MOTORES ELÉTRICOS	
Thalita Monteiro Obal Jonatas Santana Obal	
DOI 10.22533/at.ed.4841924056	

CAPÍTULO 7	64
PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO E SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE FLUXO EM AQUÍFERO CONFINADO	
João Paulo Martins dos Santos Alessandro Firmiano de Jesus Edson Wendland	
DOI 10.22533/at.ed.4841924057	
CAPÍTULO 8	83
RESONANT ORBITAL DYNAMICS OF CBERS SATELLITES	
Jarbas Cordeiro Sampaio Rodolpho Vilhena de Moraes Sandro da Silva Fernandes	
DOI 10.22533/at.ed.4841924058	
CAPÍTULO 9	91
TESTES ADAPTATIVOS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL	
Patrícia Liane Grudzinski da Silva Claudia Lisete Oliveira Groenwald	
DOI 10.22533/at.ed.4841924059	
CAPÍTULO 10	104
LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO POR ANÁLISE DE SINAIS TRANSITÓRIOS DE TENSÃO	
Danilo Pinto Moreira de Souza Eliane da Silva Christo Aryfrance Rocha Almeida	
DOI 10.22533/at.ed.48419240510	
CAPÍTULO 11	116
MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE FUMAGINA CAUSADA POR MOSCA-BRANCA EM CULTURAS AGRÍCOLA	
Gustavo Henrique Petrolí Norberto Anibal Maidana	
DOI 10.22533/at.ed.48419240511	
CAPÍTULO 12	133
LOS SUBNIVELES DE DESARROLLO DEL ESQUEMA DE DERIVADA: UN ESTUDIO EXPLORATORIO EN EL NIVEL UNIVERSITARIO	
Claudio Fuentealba Edelmira Badillo Gloria Sánchez-Matamoros Andrea Cárcamo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240512	
CAPÍTULO 13	143
OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE PARA A MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS	
Márcio Aurélio da Silva Fran Sérgio Lobato Aldemir Ap Cavalini Jr Valder Steffen Jr	
DOI 10.22533/at.ed.48419240513	

CAPÍTULO 14	156
SEQUÊNCIAS: INTERVALARES E FUZZY	
Gino Gustavo Maqui Huamán	
Ulcilea Alves Severino Leal	
Geraldo Nunes Silva	
DOI 10.22533/at.ed.48419240514	
CAPÍTULO 15	164
VALIDAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS PARA O ESCOAMENTO DE GRÃOS DE SOJA	
Rodolfo França de Lima	
Vanessa Faoro	
Manuel Osório Binelo	
Dirceu Lima dos Santos	
Adriano Pilla Zeilmann	
DOI 10.22533/at.ed.48419240515	
CAPÍTULO 16	181
TAREAS DE GENERALIZACIÓN POR INDUCCIÓN PARA FORMAR EL CONCEPTO DE POTENCIA	
Landy Sosa Moguel	
Guadalupe Cabañas-Sánchez	
Eddie Aparicio Landa	
DOI 10.22533/at.ed.48419240516	
CAPÍTULO 17	192
SINCRONISMO EM UM NOVO MODELO METAPOPOPULACIONAL COM TAXA DE MIGRAÇÃO INDEPENDENTE DA DENSIDADE	
Francisco Helmuth Soares Dias	
Jacques Aveline Loureiro da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.48419240517	
CAPÍTULO 18	199
SIMULAÇÃO 3D DO FLUXO DE AR DE UM SISTEMA REAL DE ARMAZENAGEM DE GRÃOS	
Vanessa Faoro	
Rodolfo França de Lima	
Aline Tampke Dombrowski	
Manuel Osório Binelo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240518	
CAPÍTULO 19	207
CONTROLE ÓTIMO DO FLUXO DE ÁGUA EM UMA FÔRMA DE GELO	
Xie Jiayu	
João Luis Gonçalves	
DOI 10.22533/at.ed.48419240519	
CAPÍTULO 20	213
CÓDIGOS CÍCLICOS DEFINIDOS POR ANULAMENTO	
Conrado Jensen Teixeira	
Osnel Broche Cristo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240520	

CAPÍTULO 21	216
ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE DISPERSÃO DE UM CONTAMINANTE COM TRANSFORMAÇÕES INTEGRAIS E INFERÊNCIA BAYESIANA	
Bruno Carlos Lugão Diego Campos Knupp Pedro Paulo Gomes Watts Rodrigues Antônio José da Silva Neto	
DOI 10.22533/at.ed.48419240521	
CAPÍTULO 22	225
ANÁLISE WAVELET DE TACOGRAMAS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS	
Ronaldo Mendes Evaristo Kelly Cristiane Iarosz Silvio Luiz Thomaz de Souza Ricardo Luiz Viana Moacir Fernandes de Godoy Antonio Marcos Batista	
DOI 10.22533/at.ed.48419240522	
CAPÍTULO 23	235
CONSTRUÇÃO DE UM AEROMODELO DE MACARRÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA E FÍSICA	
Alissan Sarturato Firão Ernandes Rocha de Oliveira Zulind Luzmarina Freitas	
DOI 10.22533/at.ed.48419240523	
SOBRE O ORGANIZADOR	239

VALIDAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS PARA O ESCOAMENTO DE GRÃOS DE SOJA

Rodolfo França de Lima

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
Departamento de Ciências Exatas e Engenharias
Ijuí – Rio Grande do Sul

Vanessa Faoro

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
Departamento de Ciências Exatas e Engenharias
Ijuí – Rio Grande do Sul

Manuel Osório Binelo

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
Departamento de Ciências Exatas e Engenharias
Ijuí – Rio Grande do Sul

Dirceu Lima dos Santos

Universidade de Passo Fundo
Departamento de Ciências Exatas e Geociências
Passo Fundo – Rio Grande do Sul

Adriano Pilla Zeilmann

Universidade de Passo Fundo
Departamento de Ciências Exatas e Geociências
Passo Fundo – Rio Grande do Sul

RESUMO: A modelagem matemática do fluxo de grãos é um problema difícil de ser modelado, dada a natureza discreta do meio. Algumas pesquisas recentes estão sendo direcionadas para a análise do escoamento de materiais

granulares em silos e secadores de grãos. Pesquisadores tem se dedicado a estudar a modelagem do fluxo de grãos, através de simulações numéricas, entre algumas técnicas de simulação está o Método dos Elementos Discretos (MED). Neste trabalho foram criadas simulações numéricas do comportamento do fluxo de grãos de soja em uma geometria tridimensional reduzida que imita, parcialmente, características de um secador de fluxo misto. De maneira a confrontar e validar os dados gerados pelas simulações foi construído um aparato experimental idêntico ao modelo usado nas simulações. Por fim conclui-se que o MED implementado no pacote de software Yade modelou corretamente o fluxo de soja dentro de uma geometria não-trivial, análogo ao usado no secador de fluxo misto. Os resultados das simulações foram muito satisfatórios, concordando com os experimentos não apenas sobre o tempo de descarga, mas também sobre os padrões de escoamento da massa de grãos ao longo do processo de descarga.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática, Fluxo de Grãos, Método dos Elementos Discretos.

ABSTRACT: Mathematical modeling of grain flow is a difficult problem to model, given the discrete nature of the medium. Some recent research is being directed toward the analysis

of the flow of granular materials in silos and grain dryers. Researchers have been dedicated to studying grain flow modeling, through numerical simulations, among some simulation techniques is the Discrete Element Method (DEM). In this work numerical simulations of soybean grain flow were created in a reduced three-dimensional geometry that partially mimics the characteristics of a mixed flow dryer. In order to confront and validate the data generated by the simulations an experimental apparatus was constructed identical to the model used in the simulations. Finally, it is concluded that the DEM implemented in the Yade software package correctly modeled the soybean flow within a non-trivial geometry, analogous to that used in the mixed flow dryer. The results of the simulations were very satisfactory, agreeing with the experiments not only on the discharge time, but also on the flow patterns of the grain mass throughout the discharge process.

KEYWORDS: Mathematical Modeling, Flow of Grain, Discrete Element Method.

1 | INTRODUÇÃO

O cultivo da soja tem papel de destaque na cultura agrícola brasileira, pois sua alta produção movimentou o mercado agroindustrial do país, gerando um grande número de empregos impulsionando a economia das regiões produtoras.

Várias pesquisas foram e continuam sendo realizadas buscando encontrar melhorias na produção e no armazenamento de grãos, visando além do consumo nacional à exportação de tais produtos e também a expansão das áreas de plantações para localidades onde não há prática de seu plantio.

Antes que os grãos estejam prontos para serem comercializados, eles precisam passar por algumas etapas pós-colheitas como a limpeza e secagem. O processo de secagem de grãos vem sendo

amplamente estudado, é possível citar, Bortolaia (2011), Khatchaturian (2003), entre outros. Embora estas pesquisas sobre transferência de calor e massa possuam um vasto acervo na literatura, poucos destes estudos citados tem como objetivo avaliar o efeito do fluxo dos grãos ao processo de secagem.

Conhecer o fluxo de grãos é fundamental em uma rede armazenadora, pois, sua irregularidade pode produzir uma secagem não uniforme do grão, e, em alguns casos, aumentar o risco de incêndio no interior do secador.

Estudos recentes estão sendo direcionados para a análise do fluxo de materiais granulares em silos e secadores de grãos. Pesquisadores como Montellano et al (2011) e Mellmann et al (2011) tem se dedicado a estudar a modelagem do fluxo de grãos, através de simulações numéricas.

A modelagem do fluxo de grãos é um problema difícil, dada à natureza discreta do meio, ou seja, as interações de grãos individuais. Algumas técnicas de simulação têm sido estudadas, entre elas está o Método dos Elementos Discretos (MED). O DEM representa o meio como um conjunto de partículas independentes, interagindo umas

com as outras, reproduzindo explicitamente a natureza discreta de um meio granular (Neves, 2009). De acordo com Silva e Bernardes (2010), autores têm-se dedicado a simular computacionalmente o problema da geração de um pacote granular denso em um silo (seja ele bi ou tridimensional) e sua posterior descarga por um orifício usando o Método dos Elementos Discretos.

É possível destacar alguns trabalhos que utilizaram esse método, como o estudo realizado por Langston et al (1995) que utilizaram um modelo computacional para simular o fluxo de material granular armazenado em um silo e sua posterior descarga por um funil.

Outro trabalho usando o MED foi realizado por Montellano et al (2011) que desenvolveu um modelo de três dimensões, capaz de simular o fluxo de grãos de milho (representados por esferas) durante a descarga de um pequeno silo.

O autor utilizou um modelo preliminar para o material estudado com base em valores de parâmetros medidos em laboratório ou feitos a partir da literatura, utilizando três variáveis: a densidade média no final da fase de enchimento, a taxa de descarga e o padrão de escoamento. Para a comparação dos resultados para a última destas variáveis foi necessário que o processo de descarga fosse filmado com uma câmara de alta resolução, a fim de reconhecer mais facilmente os detalhes do fluxo. O modelo preliminar para os grãos de milho teve necessidade de ajustamento. Isto envolveu a alteração dos valores das propriedades de atrito do material até a obtenção um modelo capaz de fazer previsões aceitáveis. Os resultados obtidos destacaram a influência das propriedades de atrito sobre as características do fluxo de descarga.

Goda e Ebert (2005) analisaram o preenchimento inicial e posteriormente a descarga em silos utilizando o MED. Foram observados dois tipos de silos: um tipo de silo com funil e outro com fundo chato. O material granular foi gerado como um conjunto de partículas esféricas e seu movimento provocado pela ação da gravidade durante o escoamento também foi estudado. Os resultados da simulação obtidos pelos autores foram muito próximos a dados reais e mostram claramente as vantagens do MED para entender o comportamento do fluxo complexo de materiais granulares.

Mellmann et al (2011) usou o MED para investigar o fluxo de trigo em secadores de fluxo misto. O domínio simulado tinha metade do tamanho do equipamento de ensaio e 1/4 da dimensão do fluxo, e que também era uma simulação 2D. Um dos problemas destas simplificações é que os tempos de fluxo não podem ser comparados diretamente entre os experimentos e as simulações. A fim de comparar os dados, os autores transformaram as coordenadas para variáveis adimensionais. Seus resultados permitiram compreender características importantes do fluxo, com boa concordância entre as simulações e os experimentos, mas ser capaz de comparar tempos absolutos entre os experimentos reais e as simulações numéricas, sendo muito importante para validar o método MED para o problema, o que é mais difícil para uma simulação 2D.

Com intuito de averiguar detalhes do fluxo de grãos, o objetivo principal deste trabalho é a validação do MED com a modelagem matemática do fluxo de grãos de

soja em um secador com calhas. Segundo [5] este tipo de secador é amplamente utilizado na agricultura em todo o mundo, porém ainda existe uma necessidade de aperfeiçoar a eficácia deste tipo de equipamento.

Além do objetivo principal citado, alguns objetivos secundários do trabalho são descritos a seguir:

- Realizar experimentos para determinar as características do fluxo de grãos de soja.
- Implementar o MED para a simulação numérica do fluxo de grãos de soja em um secador com calhas.
- Estimar os parâmetros usados no MED de acordo com os experimentos realizados.

2 | MATERIAIS E MÉTODOS

Como parte deste artigo foram criadas simulações numéricas do comportamento do fluxo de grãos de soja em uma geometria tridimensional reduzida que imita, parcialmente, características de um secador de fluxo misto com calhas. De maneira a confrontar e validar os dados gerados pelas simulações computacionais foi construído um aparato experimental idêntico ao modelo usado nas simulações.

2.1 Método dos Elementos Discretos

O Método dos Elementos Discretos é um método de simulação numérica do movimento de um grande número de partículas (normalmente modeladas por geometrias simples) dentro de um sistema fixo ou móvel variante com o tempo. O MED foi desenvolvido por Cundall e Strack (1979), sendo baseado em um esquema numérico explícito no qual a interação das partículas é monitorada individualmente (um requisito quando se trata de materiais granulares). Em cada contato o sistema é modelado usando as leis do movimento. Estes elementos discretos podem ser rígidos ou deformáveis e interagem entre si por meio de forças de contato normais e cisalhantes (tangenciais).

Segundo Geng et al (2010) o MED oferece a possibilidade de investigar o comportamento mecânico de materiais granulares, tanto a nível micro e macro, sendo um método superior na modelagem de um material descontínuo do que outras ferramentas numéricas. Ele considera a interação de partículas em escala, permitindo que as respostas micro - mecânicas do material a ser estudado sejam analisadas em detalhes. No MED, a interação das partículas discretas é monitorada contato por contato e o movimento das partículas é calculado partícula por partícula.

Simulações numéricas usando o MED se tornaram uma ferramenta valiosa para o estudo de diferentes fenômenos que ocorrem em escala micro em materiais granulares, fornecendo um laboratório virtual que permite ao pesquisador realizar

experiências que são difíceis ou impossíveis de realizar em experimentos físicos. O MED é utilizado principalmente para estudar a estrutura de tecido e materiais granulares sob carregamento ou descarga e dá a contribuição no desenvolvimento de relações constitutivas do solo usando discos (2D) e esferas (3D) (Geng et al, 2010).

OMED compreende dois estágios: o cálculo das forças de contato e posteriormente o cálculo do movimento das partículas através da segunda Lei de Newton.

O método considera um número finito de partículas discretas interagindo por meio de forças de contato e não-contato (Zhu, 2008). Em um primeiro momento as forças de interação entre partículas são calculadas permitindo-se uma interpenetração entre os seus elementos, utilizando estas informações para o cálculo da relação força – movimento. (Zhu, 2008 e Neves, 2009).

As partículas atuam como se fossem unidas por molas nos seus contatos. Baseada nesta hipótese, a força gerada no contato será o produto da deformação da mola pela sua rigidez. Assim, o deslocamento no sentido normal que seria a deformação da mola nessa orientação é a superposição de duas entidades. Desta maneira a força normal é determinada pela equação (1):

$$F_i^n = K^n U^n n_i \quad (1)$$

Sendo F_i^n o vetor da força normal, K^n a rigidez normal do contato, U^n a superposição entre partículas e n_i o vetor normal. No segundo estágio a segunda lei de Newton é usada para determinar as velocidades e acelerações de cada partícula, e a partir disso, a nova posição dos elementos. A modelagem do movimento das partículas consiste na resolução da equação do movimento da segunda lei de Newton através de integração numérica. As forças e momentos externos agindo em cada partícula são devidos a choques com outras partículas, choques com as superfícies de contorno do escoamento, força gravitacional e também devido à influência de ondas provocadas por outras partículas que não estão em contato, ou ainda devido ao fluido no qual as partículas estão contidas (Neves, 2009).

Após o cálculo da força do contato e a sua contribuição para cada partícula, o movimento das partículas pode ser determinado, pois o movimento de uma única partícula é determinado por meio dos vetores de força e momento resultantes atuantes sobre a mesma. Esse cálculo pode ser deduzido em função do movimento translacional de um ponto na partícula e do movimento rotacional da própria.

O movimento translacional pode ser escrito em termos de posição x , velocidade \dot{x} e aceleração \ddot{x} (Neves, 2009 e Geng et al, 2010).

O movimento translacional é calculado como:

$$F_i = m(\ddot{x}_i - g_i) \quad (2)$$

Sendo F_i a força resultante de todas as forças externas atuantes na partícula, igual à massa da partícula e g_i a aceleração da gravidade.

Para Langston et al (2004) a principal limitação para uso do MED é a exigência computacional, uma vez que o método inerentemente usa um esquema de integração de tempo explícito e repete cálculos sequenciais ao longo de um período de tempo limitado, com passos muito pequenos de tempo.

2.2 Ciclo de Cálculo do Método dos Elementos Discretos

Nesta seção será apresentada uma breve descrição do ciclo de cálculo presente nas simulações MED explícitas, com referência a implementação destes algoritmos no Yade (*Yet Another Dynamic Engine*). Estas descrições são dadas aproximadamente na ordem em que aparecem na simulação. Duas partículas podem estabelecer uma nova interação, que consiste em:

- detecção de contato entre partículas;
- criação de nova interação e determinar suas propriedades (tais como a rigidez), pois elas são ou pré-computadas ou derivadas de propriedades de ambas as partículas;

Então, para as interações já existentes, é realizado o seguinte:

- avaliação da tensão;
- estresse computacional baseada nas tensões;
- aplicação da força para partículas em interação.

Algumas hipóteses referentes ao MED foram adotadas nesta pesquisa. São as seguintes:

Em uma simulação MED, a seguinte sequência é executada repetidamente de acordo com Smilauer e Chareyre (2010):

- Estabelecer as condições iniciais;
- detecção das colisões aproximadas;
- detectar as colisões exatas dos corpos e as interações de atualização, se necessário;
- resolver interações, aplicando forças sobre as partículas;
- aplicar outras condições externas (força da gravidade, por exemplo);
- mudar a posição dos corpos com base em forças, integrando as equações de movimento;

Este ciclo de cálculo é mostrado na figura 1:

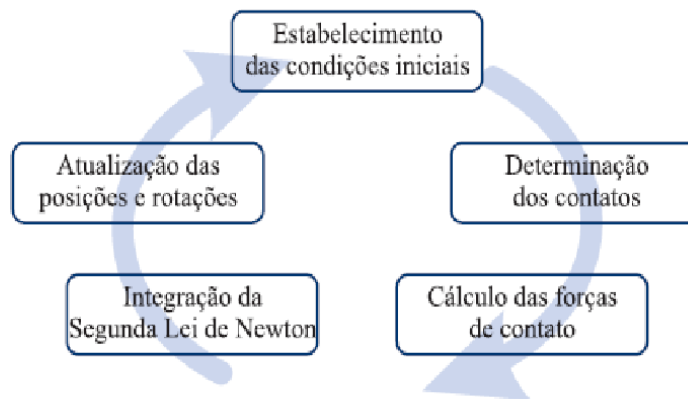


Figura 1: Ciclo de cálculo do Método dos Elementos Discretos. Fonte: Pinto (2011).

3 | EQUIPAMENTO

Uma das principais motivações deste trabalho é examinar o fluxo de grãos de forma mais semelhante possível ao de um secador típico de fluxo misto com calhas. As dimensões de secadores de soja são enormes, e a demanda computacional para realizar simulações com o MED é muito elevada, o que torna impossível para simular um sistema na mesma escala de um secador real. Uma possibilidade seria a comparação de dados de um dispositivo de um secador real para a simulação em escala menor, mas considerando que o objetivo principal do estudo é a validação do método MED para o problema, uma experiência que permitiria uma comparação em escala 1:1 com a simulação seria de maior relevância.

Levando isso em conta, a solução adotada foi a de construir um aparato menor que poderia ser totalmente modelado com MED, mas que iria manter algumas características de um secador de fluxo misto. O aparato experimental é composto por uma placa plana de acrílico transparente e chapas de MDF (*Medium Density Fiberboard*), além de obstáculos internos semelhantes aos que o grão iria encontrar em um secador de real, o esquema do aparato é mostrado na figura 2.

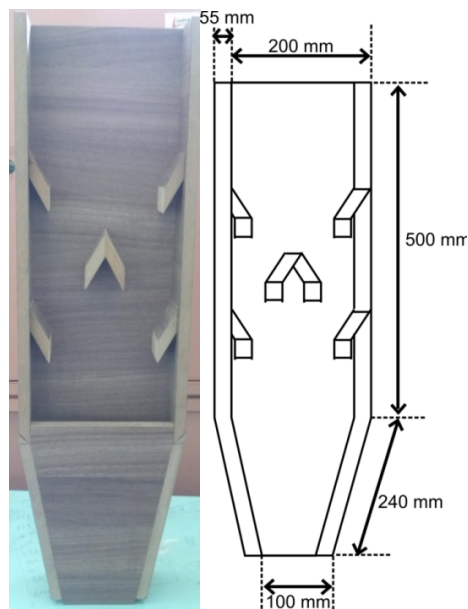


Figura 2: Vista frontal do aparato e suas medidas. Fonte: Autoria própria.

Para a montagem do aparato, foi cortada uma placa de acrílico transparente de 50 x 20 cm (comprimento x largura), para ser usada como sua parte frontal. A parte traseira do aparato tem as mesmas dimensões da frontal, porém o material utilizado foi uma chapa de MDF. Para compor a lateral foram usadas duas chapas de MDF, sendo cada uma delas com 50 cm de altura e 5 cm de largura. Foram cortadas ainda mais quatro chapas em MDF para serem usadas para construir o funil do secador, tais peças foram fixadas no corpo do secador com inclinação de 73° . A saída dos grãos ficou com abertura de 10 x 5 cm (comprimento e largura), todavia foram colocadas mais duas pequenas chapas de acrílico, de modo que possibilitasse a abertura, fechamento e regulagem na saída do funil. De modo a tentar simular o fluxo de grãos de maneira mais próxima a um secador real. Esta folga ajustável foi instalada de modo a testar a diferentes taxas de descarga. E este detalhe pode ser visto na figura 3:



Figura 3: Vista da saída do funil do aparato experimental. Fonte: Autoria própria.

4 | YADE

Para a realização das simulações computacionais no presente trabalho, foi utilizado o software Yade, arquitetado por Frédéric Donze em 2004.

O software implementa o MED e também possibilita o acoplamento a outros métodos, como por exemplo o Método dos Elementos Finitos, o SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) e o LGM (Lattice Geometric Model). O Yade é um projeto que utiliza a abordagem software livre, sob licença GPL, desta forma tem a possibilidade de se expandir em passo acelerado com a contribuição da comunidade científica. A principal restrição ao uso do Yade é quanto a sua portabilidade, visto que o software só é executável na plataforma Linux.

Nos últimos anos o movimento para o uso de software livre cresceu muito, com isso a utilização do Yade vem aumentando constantemente, sendo utilizado para pesquisas em diversas áreas do conhecimento. Favier et al (2009) usaram o Yade para realizar um projeto estrutural de proteção passiva contra avalanches de neve, considerando uma dependência direta de obstáculos. Os autores consideraram que uma avalanche de neve flui como um fluxo granular e estudaram numericamente e experimentalmente o impacto de um fluxo granular contra obstáculos. Para validar o modelo numérico foram realizados experimentos de laboratório de pequena escala. Para avaliar a força de impacto granular foram estimados em laboratório perfis de velocidade e espessura. O modelo foi validado por meio de comparações com as duas as características de fluxo experimentais e do histórico de carga de impacto.

De acordo com Donzé e Kozicki (2008) diferentes tipos de geometrias para os elementos discretos podem ser criadas no Yade: poliédrica, elipsóide, esférica ou aglomerados de tais elementos. No entanto, apenas trabalhos com materiais esféricos foram validados, enquanto pesquisas com outras formas geométricas estão em desenvolvimento.

Mesmo que o Yade suporte diferentes tipos de geometria, a maioria das validações foram feitas utilizando esferas. Este trabalho também usa esferas, uma vez que esta geometria reproduz de forma satisfatória os grãos da soja cultivada no Brasil. O Yade foi construído em linguagem de programação C ++, mas as simulações são criadas usando scripts Python. As simulações criadas em scripts Python tem suas vantagens, é um sistema muito mais flexível e as interfaces gráficas típicas de pacotes de softwares comerciais, e desde que não modifique a fonte C ++ não é necessário recompilar o sistema para cada nova simulação. O Yade tem-se um sistema de visualização OpenGL, mas também exporta os dados para Paraview, um software poderoso de visualização.

O processamento no Yade é dividido em três partes distintas responsáveis pelas atividades de pré-processamento, análise dos resultados e visualização.

A primeira etapa é o pré-processamento. Nesta etapa é feita uma análise através do MED, definindo dados referentes ao meio estudado. São definidas geometrias e as

propriedades dos materiais que compõe as partículas em estudo, bem como condições de contorno empregadas, restrições, passo de tempo dentre outros.

A segunda etapa é a etapa de processamento, onde o algoritmo construído para ser aplicado o MED apresenta um ciclo de repetição de processos, descrevendo assim o comportamento dinâmico do meio.

A terceira etapa é destinada a visualização dos resultados. O pós-processador é utilizado para a visualização dos resultados obtidos no processador na forma de gráficos e animações.

No início das simulações as posições das partículas virtuais foram geradas aleatoriamente dentro do volume da geometria criada, e deixou-se cair sob ação da gravidade até que a geometria estivesse cheia, considerando a mesma altura dos experimentos em laboratório. O enchimento da geometria virtual (Fig. 4) foi considerado completo quando todas as partículas permaneceram estáticas, um estado identificado pelo valor para a energia cinética de todo o sistema de ser desprezível.

Após as partículas estarem estáticas a placa de bloqueio da saída do funil foi aberta até o ponto desejado, de tal maneira que as partículas começaram a descarregar. A simulação de descarga continua até que todas as partículas tinham passado pelo começo do funil.

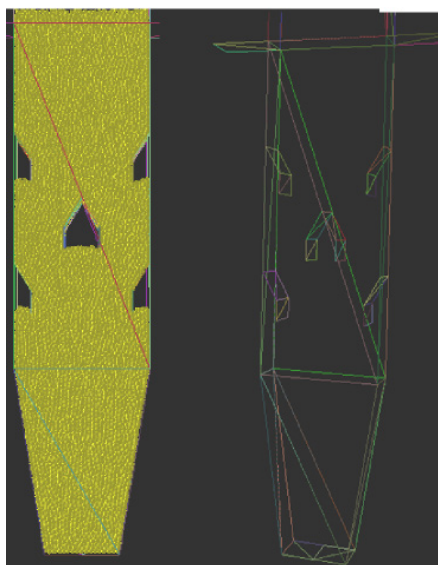


Figura 4: Geometria computacional criada no YADE. Fonte: Autoria própria.

5 | DEFINIÇÃO DE PARÂMETROS

As simulações em Yade foram feitas utilizando um modelo 3D idêntico ao aparato utilizado nos experimentos. O primeiro ponto a decidir sobre o modelo foi a modelagem da partícula. A soja não é esférica, mas elipsoidal, mas considerando que outros trabalhos têm utilizado a esfera para modelar a soja com sucesso, como em Boac et al (2012), foi decidido usar o modelo de esfera única, a fim de simplificar os cálculos.

Para encontrar a distribuição do tamanho dos grãos, 30 sementes foram escolhidas aleatoriamente e devidamente medidas com o auxílio de um paquímetro, a fim de se encontrar o raio médio dos grãos de soja. Então, considerando todas as 30 sementes amostradas, o raio médio e seu desvio padrão obtidos foram 3,08 mm e 0,2730 mm respectivamente.

As propriedades dos materiais utilizados nas simulações foram obtidas através de dados presentes na literatura. Esta foi uma escolha deliberada, pois poderiam ser feitos experimentos para determinar os parâmetros do material que possa dar os melhores resultados no Yade, porém um dos objetivos deste trabalho é verificar a robustez do código Yade considerando as propriedades dos materiais já utilizados por outras obras que usaram grãos de soja em outros códigos de MED que conseguiram validar seus modelos.

Além de parâmetros que descrevem o material constitutivo das partículas, outros são necessários para a configuração da simulação, como por exemplo, o passo de tempo de simulação e o coeficiente de amortecimento. O fator de amortecimento, é usado no MED a fim de ter em consideração a dissipação da energia cinética do sistema, é usado para a estabilidade numérica e também para acelerar a convergência para o estado quase estático de equilíbrio. Este coeficiente de amortecimento tem como valor padrão no Yade de 0,2. Foram realizadas simulações utilizando o fator de amortecimento padrão 0,2, onde apresentaram um fluxo de descarga incorreto e mais lento quando comparado com o experimento, como pode ser visto na figura 5 que compara o estado do fluxo durante a descarga dos grãos no momento 16 segundos.

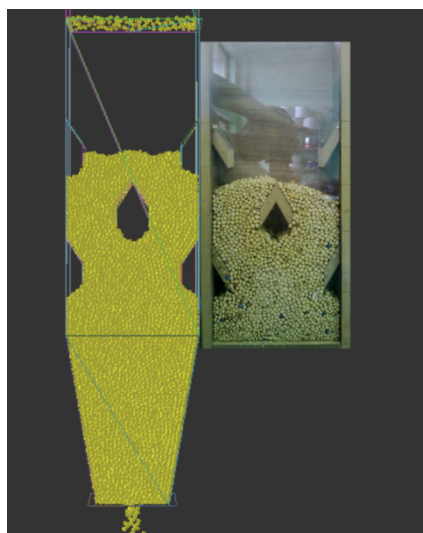


Figura 5: Comparação do fluxo usando coeficiente de amortecimento 0.2. Fonte: Autoria própria.

Outra simulação realizada, foi utilizando um coeficiente de amortecimento igual a 0. Esta simulação também resultou em um fluxo incorreto, como mostrado na figura 6. Nesta imagem se pode ver que depois de carregar o aparato, os elementos ocupavam todos os espaços que a geometria continha, de forma diferente dos experimentos,

onde espaços vazios foram deixados abaixo dos obstáculos.

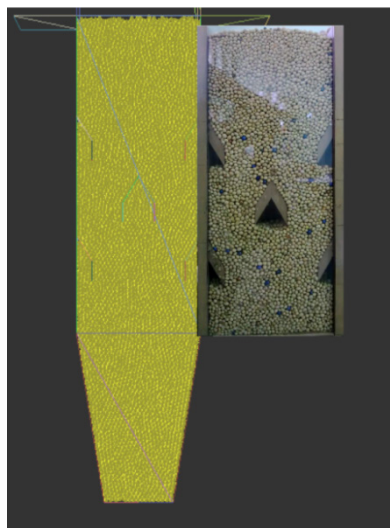


Figura 6: Comparação do fluxo usando coeficiente de amortecimento 0. Fonte: Autoria própria.

Na figura 7 é mostrada novamente a comparação entre a simulação e o experimento, mas neste caso, para a simulação usou-se um fator de amortecimento de valor 0,05. Agora se pode ver que a simulação MED previu o fluxo de descarga com boa precisão. É importante notar que não apenas os tempos são coincidentes, mas também o padrão do fluxo da massa dos grãos durante a descarga é precisamente reproduzido pela simulação.

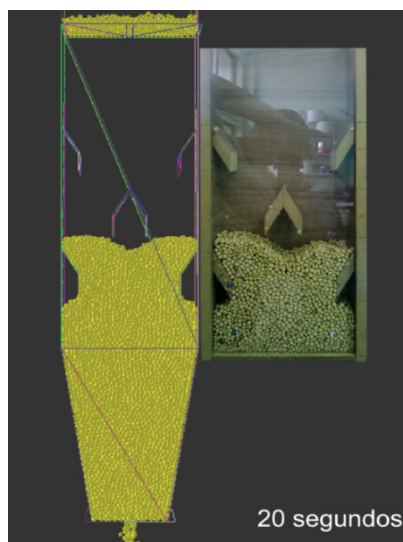


Figura 7: Comparação do fluxo usando coeficiente de amortecimento 0.05. Fonte: Autoria própria.

Concordando com a comparação presente na Fig. 7 o coeficiente de amortecimento de valor 0,05 implementado no Yade, pode ser considerado um valor ideal para as demais simulações deste trabalho, já que com este coeficiente e as propriedades dos materiais já consolidadas por outros pesquisadores em outros códigos MED podem

reproduzir muito bem o fluxo de soja em um domínio não-trivial.

Os valores para as variáveis das propriedades dos materiais usados nesta pesquisa foram obtidos em grande parte usando dados de trabalhos relevantes presentes na literatura e também dados medidos em laboratório. A Tabela 1 resume os valores usados para as propriedades das partículas. A densidade, módulo de Young, coeficiente de Poisson e coeficiente de atrito de rolamento das partículas foram determinadas conforme Boac et al (2012), trabalho no qual os pesquisadores estudaram detalhes do fluxo de grãos de soja. Para o ângulo de atrito dos grãos de soja foram usados os dados obtidos por Kibar e Osturk (2008), no qual o grão de soja possuía grau de umidade de 14% (mesmo grau de umidade das sementes usadas nos experimentos). Os dados referentes ao raio médio dos grãos foram medidos em laboratório pelo próprio autor conforme citado anteriormente.

Variável	Soja	Unidade
Densidade	1243 ^[a]	Kg/m ³
Coeficiente de Poisson	0,25 ^[a]	-
Módulo de Young	2.6E+06 ^[a]	Pa
Ângulo de atrito	0.4712 ^[b]	Radianos
Coeficiente de amortecimento	0,05	-
Raio médio das partículas.	3.08 ^[c]	Mm
Desvio padrão	0.2730 ^[c]	Mm
Passo de tempo da simulação	3.8E+06	

[a] Boac et al (2012)
[b] Kibar e Öztürk (2008)
[c] Dados obtidos pelo autor

Tabela 1: Parâmetros de entrada para simulação DEM.

Fonte: Autoria própria

6 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o objetivo de validar o método dos elementos discretos nesta pesquisa, foram realizados experimentos em laboratório e simulações com o Yade, nos quais foram analisados o fluxo de descarga e o padrão de escoamento dos grãos de soja, variando a abertura por onde os grãos saíam.

6.1 Descarga de grãos

No primeiro experimento realizado, a abertura da tampa para a saída dos grãos escolhida foi de 2 cm. A figura 8 traz um quadro comparativo entre as simulações realizadas no Yade (esquerda) e o experimento (direita) em seis diferentes momentos distintos durante a descarga.

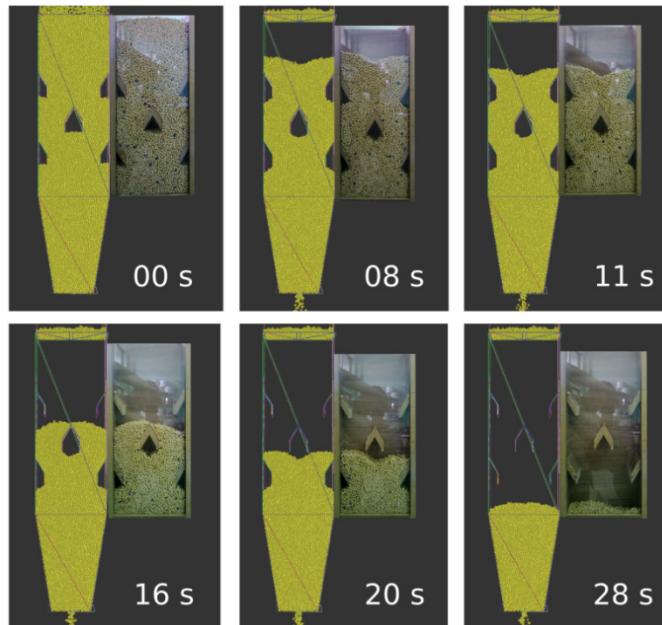


Figura 8: Comparação do fluxo em vários estágios da descarga com abertura da tampa de 2 cm. Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 8 é possível verificar que a simulação MED previu o fluxo de descarga com boa precisão. É de suma importância ressaltar que além dos tempos serem coincidentes, as trajetórias da massa dos grãos durante a descarga são reproduzidas pela simulação com boa exatidão.

No segundo experimento realizado a tampa de saída dos grãos foi posicionada com 2,5 cm de abertura. A figura 9 apresenta um quadro com seis imagens da descarga para diferentes tempos durante a descarga.

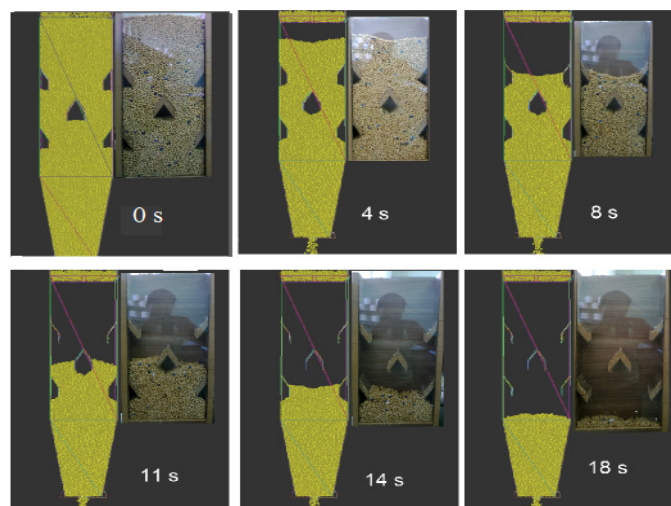


Figura 9: Comparação do fluxo em vários estágios da descarga com abertura da tampa de 2.5 cm. Fonte: Autoria própria.

Como previsto, com o aumento da abertura para saída dos grãos o tempo de escoamento dos grãos foi mais rápido em comparação a Fig. 8. Observando a imagem 9 é possível constatar que novamente simulação MED previu o fluxo de descarga com

concordância em relação ao experimento realizado.

Foi ainda realizado um terceiro experimento, no qual a tampa de saída dos grãos foi posicionada com 1,7 cm de abertura. A figura 10 apresenta um quadro com seis imagens da descarga para diferentes tempos durante a descarga.

Como pode ser visto no quadro comparativo, nesta terceira descarga aconteceu a maior discrepância entre os resultados. É possível verificar que até o instante 14 segundos a simulação MED previu o tempo e padrão do fluxo de descarga com excelente aceitação em relação ao experimento realizado, porém depois disso a simulação ficou mais lenta. Isso pode ser atribuído à diferença da forma elipsoidal das sementes de soja e das esferas usadas na simulação. Como neste experimento foi usada uma abertura pequena, se pode concluir que a forma geométrica da esfera tem influência nas áreas de contato na saída da geometria.

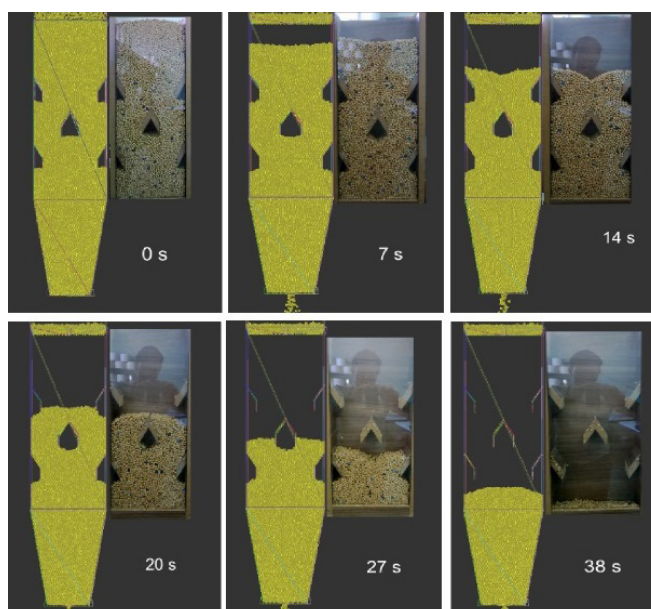


Figura 10: Comparação do fluxo em vários estágios da descarga com abertura da tampa de 1.7 cm. Fonte: Autoria própria.

7 | CONCLUSÕES

A capacidade do modelo para prever o fluxo de descarga foi testada através de um procedimento de validação, confrontando os resultados obtidos com os observados em um aparato experimental. Conclui-se que o MED pode ser utilizado para modelar a resposta complexa do fluxo de grãos.

As primeiras simulações foram sujeitas a um procedimento de calibração para o coeficiente de amortecimento. O valor padrão deste coeficiente no Yade é de 0,2, porém os resultados das simulações utilizando este coeficiente não foram satisfatórios, uma vez que o tempo de descarga e o padrão de escoamento não condisseram com os dados experimentais.

O mesmo se pode dizer quando foi usado o coeficiente de amortecimento com

valor igual a zero, o padrão de enchimento da geometria ficou aquém dos experimentos. Somente quando usado o coeficiente de amortecimento de 0,05 o tempo de descarga e padrão de escoamento foram condizentes com os dados experimentais.

Após a calibração do coeficiente de amortecimento os dados obtidos pelas simulações MED nas demais amostragens mostraram boa concordância quando confrontados com os dados experimentais.

A partir dos resultados apresentados as seguintes conclusões podem ser mencionadas:

- O pacote de software Yade modelou corretamente o fluxo de soja dentro de uma geometria não-trivial, análogo ao usado no secador de fluxo misto.
- Os resultados das simulações concordam com os experimentos não apenas sobre o tempo de descarga, mas também sobre os padrões de escoamento da massa de grãos ao longo do processo de descarga.
- O grão de soja pode ser modelado como esferas individuais alcançando bons resultados.
- O coeficiente de amortecimento tem um impacto importante no modelo utilizado pelo Yade, tornando-se importante estimar corretamente o seu valor.
- Como sugestões para trabalhos futuros seguem os seguintes itens:
- Realizar simulações usando elipsóides a fim de aplicar um modelo mais realista quanto a forma geométrica das partículas.
- Considerar o fluxo de ar e transferência de calor e massa, que foram negligenciados no presente trabalho.

REFERÊNCIAS

BOAC, J. M., CASADA, M. E., MAGHIRANG, R. G., & III, J. P. H. (2012). **3d and quasi-2d discrete element modeling of grain commingling in a bucket elevator boot system**. Transactions of the American Society of Agricultural and Biological Engineers, 55, 659 - 672. doi:10.13031/2013.39812.

BORTOLAIA, L. A., **Modelagem matemática e simulação do processo de secagem artificial de grãos de soja em secadores de fluxo contínuo**. (2011). 160 f. Tese de doutorado (Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. – UFRGS. Porto Alegre.

CUNDALL, P. A., & STRACK, O. D. L. (1979). **Discrete numerical model for granular assemblies**. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics. Abstracts Geotechnique, 16, 77. doi:http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(79)91211-7.

DONZÉ, F.V. KOZICKI, J. (2008). **A new open-source software developed for numerical simulations using discrete modeling methods**.

FAVIER, L. DAUDON, D. DONZÉ, F. MAZARS, J. (2009). **Validation of a dem granular flow model aimed at forecasting snow avalanche pressure**. In AIP Conference Proceedings.

GENG, X.; FRASER, W.; VANDENBYGAART, B.; SMITH, S.; WADELL, A.; JIAO, Y. & PATTERSON, G. **Toward digital soil mapping in Canada: Existing soil survey data and related expert knowledge**. In: BOETTINGER, J.L.; HOWELL, D.W.; MOORE, A.C.; HARTEMINK, A.E. & KIENAST-BROWN, S., eds. Digital soil mapping; Progress in soil science, 2. Amsterdam, Springer, 2010. p.325-

GODA, T. J., EBERT, F. (2005). **Three-dimensional discrete element simulations in hoppers and silos**. Powder Technology, v. 158, p. 58-68.

KHATCHATOURIAN, O.BORGES, P. (2003). **Simulation of soy grains drying dynamics in camera of fixed bed**. In Anais CD/ROM, volume 17. COBEM, International Congress of Mechanical Engineering.

KIBAR, H., & OZTURK, T. (2008). **Physical and mechanical properties of soybean**. International Agrophysics, (pp. 239 - 244).

LANGSTON, P. A., TUZUN, U., HEYE, D. M. (1995). **Discrete element simulation of granular flow in 2d and 3d hoppers: dependence of discharge rate and wall stress on particle interactions**. Chemical Engineering Science, v. 50, n. 6, p. 967-987.

LANGSTON, P.A., AL-AWAMLEH, M.A., FRAIGE, F.Y., ASMAR, B.N. (2004). **Distinct element modelling of non-spherical frictionless particle flow**. Chemical Engineering Science 59 (2), 425–435.

MELLMANN, J., IROBA, K., METZGER, T., TSOTSAS, E., MSZROS, C., & FARKAS, I. (2011). **Moisture content and residence time distributions in mixed-flow grain dryers**. Biosystems Engineering, 109, 297 - 307. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2011.04.010.

MONTELLANO, C. RAMIREZ, Á. GALLEGO, E. AYUGA, F. (2011). **Validation and experimental calibration of 3D discrete element models for the simulation of the discharge flow in silos**. Chemical Engineering Science Volume 66, Issue 21, 1 November, Pages 5116–5126.

NEVES, Carlos Eduardo Veras. (2009). **Comportamento de materiais granulares usando o método dos elementos discretos**. 166 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia)-Universidade de Brasília, Brasília.

PINTO, Constantino Niño. (2011). **Uso de elementos discretos na modelagem numérica da perfuração de poços de petróleo por brocas PDC**. 2011. 139 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Pontífice Universidade Católica, Rio de Janeiro.

SILVA, A. C. BERNARDES, A. T. (2010). **Simulação computacional do escoamento de grãos em silos**. *Exacta*, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 45-53.

SMILAUER, V. CHAREYRE, B. (2010). **Yade dem formulation**. In *Yade Documentation* (V. Šmilauer, ed.), The Yade Project, 1st ed.

ZHU, H.P., ZHOU, Z.Y., YANG, R.Y., YU, A.B. (2008). **Discrete particle simulation of particulate systems: A review of major applications and findings**. Chemical Engineering Science, V.63, p. 5728 – 5770.

SOBRE O ORGANIZADOR

FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-348-4

