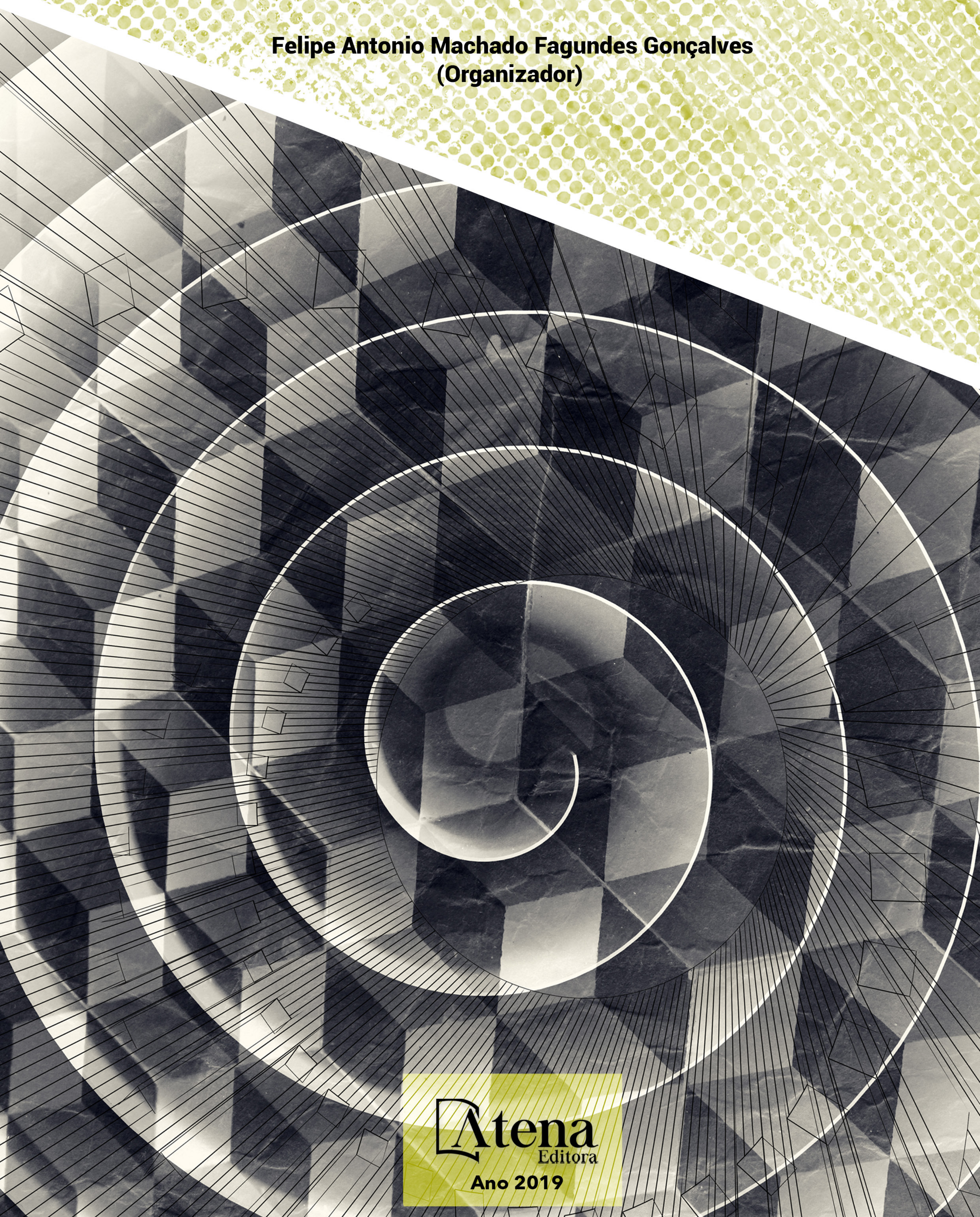
# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 2

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)



Atena
Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
**(Organizador)**

# Educação Matemática e suas Tecnologias 2

Atena Editora
2019

Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

E24 Educação matemática e suas tecnologias 2 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 2)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-348-4
DOI 10.22533/at.ed.484192405

1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2.Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.

CDD 510.7

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2019

## APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêem contribuir de maneira muito significante para o  Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõe estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

# SUMÁRIO

# CAPÍTULO 16

# TAREAS DE GENERALIZACIÓN POR INDUCCIÓN PARA FORMAR EL CONCEPTO DE POTENCIA

**Landy Sosa Moguel**
Universidad Autónoma de Guerrero
Chilpancingo de los Bravo – Guerrero

**Guadalupe Cabañas-Sánchez**
Universidad Autónoma de Guerrero, Facultad de Matemáticas
Chilpancingo de los Bravo – Guerrero

**Eddie Aparicio Landa**
Universidad Autónoma de Guerrero, Facultad de Matemáticas
Chilpancingo de los Bravo – Guerrero

*Adscritos a la Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida – Yucatán, México

**RESUMEN:** Se presentan algunos principios y la estructura de tareas de generalización matemática para favorecer el desarrollo del razonamiento inductivo en profesores de matemáticas de educación básica (secundaria), así como para la formación del concepto potencia en ellos. En las tareas, la potenciación es tratada como el proceso para resolver una situación problema sobre el comportamiento exponencial de valores numéricos y la potencia como su solución. Con este tipo de tratamiento se espera mejorar la articulación conceptual en el trabajo con exponentes numéricos naturales y no naturales. Finalmente, se hace una reflexión sobre el papel de la generalización inductiva para identificar elementos conceptuales, procedimentales y estructurales ligados a la naturaleza epistémica del concepto potencia.

**PALABRAS CLAVE:** Tareas, generalización, razonamiento inductivo, potencia.

**ABSTRACT:** The structure of tasks and some principles of the mathematical generalization that enhance the development of inductive reasoning and the formation of the concept of power in middle school mathematics teachers are shown. In these tasks, exponentiation is used as the process to solve a problem situation on the exponential behavior of numerical values and power as its solution. The intention of this kind of treatment is to improve the conceptual articulation of the work of natural and non-natural numerical exponents. Finally, further reflection is made on the role of inductive generalization to identify conceptual, procedural and structural elements connected with the epistemic nature of the concept of power.

**KEYWORDS:** Tasks, generalization, inductive reasoning, power.

## 1 I INTRODUCCIÓN

En la educación básica (secundaria), procesos matemáticos como la generalización, la argumentación, la conjetura, la resolución de problemas y la construcción de pruebas, por mencionar algunos, son vertebrales en el aprendizaje (NTCM, 2000; CCSSI, 2010). El favorecimiento del desarrollo de dichos procesos en el aula por parte del profesor demanda no solo un conocimiento profundo de los conceptos matemáticos que se enseñan, sino el entendimiento e interpretación del tipo de razonamiento asociado, por ejemplo, inductivo y deductivo (AMTE, 2017).

Si bien la inducción es una forma de razonamiento que sustenta y potencializa tales procesos (e.g. Castro, Cañadas y Molina, 2010; Cañadas, Deulofeu, Figueras, Reid y Yevdokimov, 2007; Haverty, Koedinguer, Klahr y Alibali, 2000; Martinez y Pedemonte, 2014; Yopp, 2010), en programas de desarrollo profesional con profesores de matemática en educación secundaria en México, se han detectado dificultades en su razonamiento inductivo para interpretar y resolver problemas matemáticos de generalización.

En adición, Goizueta y Planas (2013) reportan que un problema en la enseñanza de las matemáticas es la omisión o falta de explicitación de lo epistémico (del conocimiento matemático), en articulación con lo comunicativo, en la gestión de prácticas argumentativas por el profesorado. Al respecto, se ha reportado que el conocimiento matemático que predomina en la mayoría de los profesores de educación básica es de tipo operativo y bajo nivel conceptual (Hill, Rowan y Ball, 2005; Tzur y Timmerman, 1997).

Diversas investigaciones se han centrado en delimitar el conocimiento matemático y pedagógico del profesor, con énfasis en el *Conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (Contreras, Montes, Climent y Carrillo, 2017), otros bajo el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball, Thames y Phelps, 2008) o en estudiar las dimensiones del *Conocimiento Didáctico-Matemático* (Pino y Godino, 2015). Sin embargo, en pocos estudios se ha cuestionado cómo construye conocimiento matemático y didáctico el profesor. En la literatura en educación matemática, escasos han sido los esfuerzos por trascender del conocimiento al razonamiento del profesor, particularmente el inductivo, para examinar el proceso o la forma en que conceptualiza.

Considerando la existencia de rupturas conceptuales y la ausencia de significados asociados al concepto potencia por parte de profesores de matemáticas, especialmente en el caso con exponentes no naturales (Martínez-Sierra, 2005), se diseñaron tareas de generalización por inducción para examinar la formación del concepto potencia y promover el razonamiento inductivo en profesores de secundaria. En este escrito se presentan los principios y la estructura de las tareas, con base en el establecimiento de elementos teórico-metodológicos para responder a la pregunta ¿Bajo qué principios se pueden estructurar tareas de generalización por inducción para la formación de un concepto, en particular, el de potencia?

## 2 I ELEMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Los conceptos medulares en este estudio son el *razonamiento inductivo* y la *formación de conceptos*, ambos ligados a la *generalización*.

### 2.1 Razonamiento inductivo

Filosófica e históricamente una vía para la generación de conocimiento científico ha sido la búsqueda de relaciones invariantes en un conjunto de hechos, objetos o fenómenos para descubrir las leyes que los rigen. Esta vía es la del razonamiento inductivo (Pineda, 2009; Poincaré, 1948), la cual permite el paso de los hechos singulares a las proposiciones generales (Frolov, 1984).

El razonamiento inductivo es el proceso cognitivo que consiste en inferir una regla general mediante el análisis y la conexión de casos particulares (Pólya, 1957). Es un proceso importante para la formación de conceptos y la resolución de problemas matemáticos, debido a que ayuda a realizar abstracciones y generalizaciones (Sriraman y Adrian, 2004).

En el campo de las matemáticas, Pólya (1966) mostró que es posible descubrir propiedades y teoremas matemáticos razonando de manera inductiva, con base en la sistematización del análisis de datos parciales para detectar regularidades numéricas. Y propuso cuatro fases para ello: observar alguna similitud entre casos particulares, formular una conjetura haciendo un juicio sobre los casos observados, generalizar y verificar la conjetura ensayando con otros casos.

Con base en el trabajo de Pólya, Cañadas y colaboradores (2007, 2009) formularon un modelo empírico de siete fases para describir el razonamiento inductivo en la resolución de problemas de generalización, las cuales se consideraron para delimitar los principios de las tareas. Las fases del razonamiento en este modelo son: trabajo con casos particulares, organización de casos particulares, identificación de patrones, formulación y justificación de conjeturas, generalización y demostración.

### 2.2 Formación de conceptos

Cada vez se aporta mayor evidencia al hecho de que el conocimiento y el pensamiento matemático de una persona está asociado al tipo de experiencias y contextos en los que esta se sitúe, y no solo atañe a la cognición (e.g. Cobb y Yackel, 1996). La *conceptualización* o *formación de conceptos* matemáticos consiste en formar un sistema de representaciones mentales de las características esenciales de un objeto matemático y de sus relaciones con otros objetos (Aparicio, Sosa, Torres y Gómez, 2018). Cognitivamente, formar un concepto implica “seleccionar algunas características de las entidades particulares y descartar otras” (Čadež y Kolar, 2015, p. 286), abstrayendo lo esencial en distintas situaciones y englobarlas en una categoría universal. En ese sentido, puede interpretarse como un proceso de *generalización* conceptual (Davýdov, 1990) para transitar de un elemento o situación particular al conjunto completo al que pertenecen (el concepto).

La transformación o ampliación de la conceptualización que profesores de matemáticas poseen de un concepto matemático, puede llevarse a cabo mediante experiencias de aprendizaje colectivo basadas en la reflexión de la naturaleza epistémica del concepto (Aparicio et al., 2018). Es decir, experiencias que ofrezcan la oportunidad de reconocer, explicar y usar los conocimientos matemáticos más allá del escenario en que fueron estudiados. Esta posibilidad radica en gran medida en reconocer los elementos conceptuales, procedimentales y estructurales que constituyen un concepto.

Hiebert y Lefevre (1986) sugieren relacionar dos tipos de conocimiento matemático para el desarrollo de habilidades y la comprensión en matemáticos: *conceptual* y *procedimental*. El *conocimiento conceptual* se caracteriza por la construcción de relaciones entre piezas de información (conocer qué). El *conocimiento procedimental* refiere al lenguaje o formas de representación simbólica de las matemáticas, así como a los algoritmos, reglas y métodos para resolver tareas matemáticas (conocer cómo). Jonassen, Beissner y Yacci (2013) señalan que además se debe adquirir un *conocimiento estructural*, es decir, conocer cómo se interrelacionan los conceptos. Esto es, cómo la información está organizada en un dominio de conocimiento.

### 2.3 Generalización por inducción en el diseño de tareas para formar conceptos

La generalización se asume como una fase esencial del razonamiento inductivo y también interviene en la formación de conceptos. Para la formación del concepto potencia se diseñó un conjunto de tareas que promueven el razonamiento inductivo para formular generalizaciones, denominadas de *generalización por inducción* en lo que sigue.

Lo inductivo y la generalización se trabajan en las tareas en dos niveles:

*I.* *En lo individual*, cada tarea demanda generalizaciones matemáticas mediante el razonamiento inductivo para resolver situaciones de potenciación.

*II.* *En lo global*, se espera que los profesores generalicen elementos epistémicos del concepto potencia, al reconocer una particularidad de estos en la solución de cada situación del conjunto de tareas.

Por ejemplo, generalizar la noción de potencia tratada en cada situación, para englobarla en una categoría general: el significado de potencia como una *relación matemática*. Con este término se denomina a la forma de asociación entre objetos, variables o entes en una situación de la que se puede abstraer alguna cualidad.

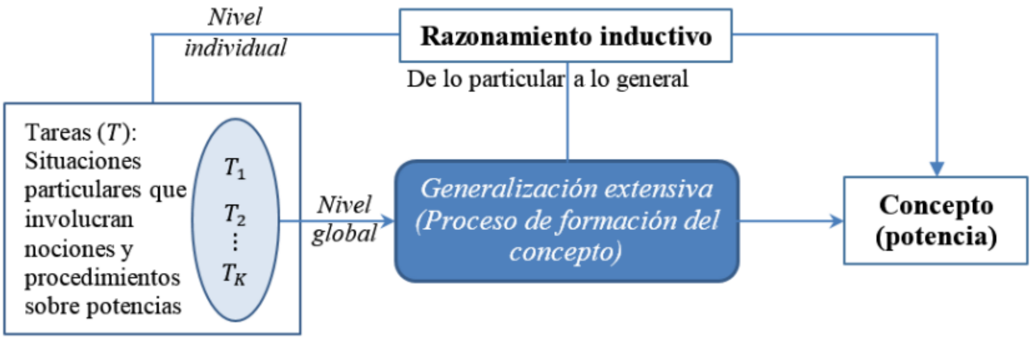



Figura 1. Esquema de generalización inductiva para la formación de un concepto.

## 3 I DISEÑO DE TAREAS DE GENERALIZACIÓN POR INDUCCIÓN SOBRE POTENCIAS

El objetivo de las tareas fue promover el razonamiento inductivo y la generalización para la formación del concepto potencia.

### a. Principios de las tareas

El diseño de las tareas (*T*) de generalización inductiva se rige por tres principios:

1. Identificar una regularidad o un patrón en un conjunto de objetos, valores o situaciones mediante la examinación de casos concretos o particulares;
2. Formular una conjetura acerca de la regularidad o patrón observado al aplicarlo a otros casos;
3. Generalizar la conjetura y justificarla.

Tales principios se fundamentan en el establecimiento de una correlación entre las fases del razonamiento inductivo (Cañadas y Castro, 2007) y las actividades (A) de generalización propuestas en Ellis (2007), según el siguiente esquema:

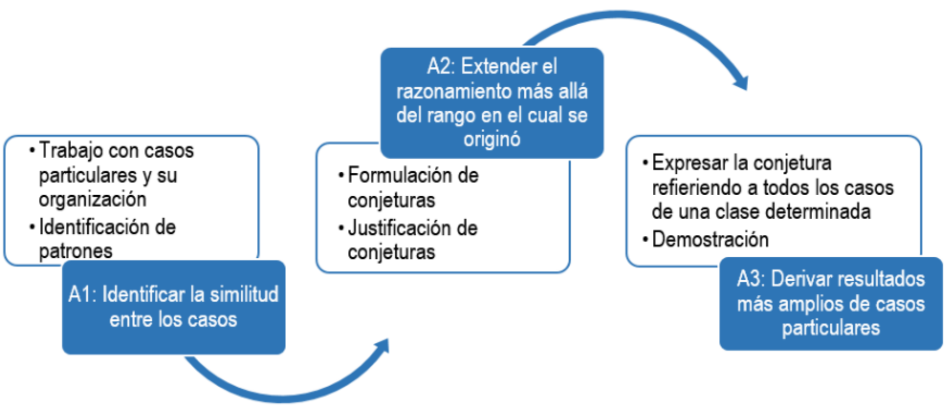



Figura 2. Esquema de la relación generalización-inducción.

### b. Estructura de las tareas

Las tareas se estructuraron de tal manera que:

I. En cada una, se presenta una situación que involucra a la *potenciación* como el *proceso* para resolverla y una *potencia* como solución, mediante estrategias de generalización por inducción.

II. En lo global, un conjunto de tareas tiene como elemento invariante algún aspecto conceptual y operativo del concepto potencia, con el propósito de que los profesores tomen consciencia de y generalicen estos elementos epistémicos.

Por ejemplo, en lo *operativo*, efectuar el cálculo numérico, mediante multiplicaciones reiteradas, de una colección de potencias con base decimal y exponente natural para representar un proceso de potenciación. En lo *conceptual*, reconocer la potencia como una relación que representa la disminución de una cantidad de forma exponencial.

### c. Contenido matemático: elementos epistémicos del concepto potencia

Análisis de aspectos epistemológicos, didácticos y cognitivos asociados al concepto potencia, condujeron a identificar elementos epistémicos del concepto, en síntesis:

- **Lo conceptual**. Refiere a una relación de aumento o disminución, con un comportamiento exponencial, de una cantidad que se multiplica por sí misma. Es el valor que resulta de un proceso de potenciación (Aparicio, Sosa y Gómez, 2016).
- **Lo operativo**. Involucra operaciones, leyes, símbolos y signos para expresar la multiplicación sucesiva de un número o cantidad, es decir, la potenciación.
- **Lo estructural**. Como una estructura algebraica del pensamiento matemático y de la matemática como un todo, está asociada a la multiplicación, la progresión geométrica y lo exponencial. Se conforma de operaciones, símbolos, propiedades, teoremas, etc. para interpretar, representar y describir relaciones matemáticas en situaciones de crecimiento o decrecimiento exponencial de cantidades discretas y continuas.

## 4 I EJEMPLIFICACIÓN DE LAS TAREAS. ANÁLISIS A PRIORI

A continuación se presentan dos tareas (T1 y T2) de generalización por inducción para la formación del concepto potencia, que tratan con colecciones de potencias con base una cantidad decimal o fraccionaria, las cuales tienen comportamiento decreciente.

<table>
<tr><th>T1</th><th>T2</th></tr>
<tr><td>Situación. En un laboratorio se guarda  de un elemento que se reduce el 2% anualmente.<br><br>Determine cuántos gramos del elemento quedará en doce años.<br><br>Explique por qué la situación es de potenciación y por qué una potencia es la solución de ésta. Justifique su respuesta.</td><td>Situación*. Una tira de papel de  de longitud se divide sucesivamente a la mitad en distintos momentos, como se ilustra a continuación:<br>
<table>
<tr><th>Cantidad de papel</th><th>Momento 1</th><th>Momento 2</th><th>Momento 3</th><th>Momento $x$</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$1\,m$</td><td>$0.5m$ o $\frac{1}{2}m$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
a) Calcule la longitud de un pedazo de la tira en el momento 3.<br>Proponga una expresión para calcular la longitud de un pedazo de la tira en el momento .<br>*Adaptada de Aparicio, Sosa y Gómez (2016)</td></tr>
</table>

Tabla 1. Ejemplos de tareas de generalización inductiva sobre potencias.

Por cuestiones de espacio se ejemplifica y muestra el análisis a priori de T1.

### *a. Acerca de la generalización por inducción*

En esta tarea se espera que se movilicen estrategias heurísticas de generalización inductiva, como la siguiente:

<table>
<tr><th>Paso</th><th>Descripción</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Plantear la situación en términos de potencias o exponenciales, esto es, representar algunos casos particulares aritmética o geométricamente. Por ejemplo:
<table>
<tr><th>Año ($n$)</th><th>Cantidad de elemento</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$1-(1)(0.02)=0.98$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$(1-0.02)-(1-0.02)(0.02)=(1-0.02)^2=(0.98)^2$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$(1-0.02)^3=(0.98)^3$</td></tr>
<tr><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>2</td><td>Establecer un patrón exponencial de forma verbal, aritmética, algebraica, geométrico-gráfico o combinación de ellos que represente al proceso de decrecimiento. Ejemplo:  [Patrón algebraico]</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Reconocer que la respuesta corresponde a un valor numérico (una potencia) que debe ser resultado de un proceso de potenciación:</td></tr>
</table>

### b. Sobre la formación del concepto potencia

Se prevé el reconocimiento de la *potenciación* (*lo **procedimental***) en el proceso de resolución de la tarea por parte de los profesores respecto a los dos aspectos siguientes:

1. Se trata de una situación de *crecimiento exponencial*, por ejemplo, en el comportamiento de la variable llamada “cantidad de elemento”. La reducción del elemento sigue un *comportamiento exponencial*, es decir, *la rapidez con que decrece la cantidad de elemento por año es cada vez mayor*; no se reduce de forma constante cada año. Lo anterior puede analizarse numérica y gráficamente.
2. En la situación interviene un *factor multiplicativo* reductivo de una cantidad en forma no lineal o constante. La cantidad de gramos que quedan del

elemento en cada año representa una colección de potencias con la misma base, es decir, *un proceso de multiplicación reiterada de un número* () *por sí mismo*. A este proceso operativo aritmético se denomina *potenciación*.

Asimismo, en lo ***conceptual*** se espera que se identifique que la solución o resultado de la situación representa una *potencia*. La solución es la cantidad de elemento que queda a los doce años y representa *una relación multiplicativa sucesiva de un número* (0.98) *cierta cantidad de veces* (12). Esto es, la potencia: $(0,98)^{12}$.

El reconocimiento de la dimensión ***estructural*** del concepto potencia reside en la posibilidad de llevar el razonamiento inductivo a otro nivel más allá de la particularidad de cada tarea, a través de reflexionar sobre la idea de que la situación y la solución de cada una constituyen solamente un caso particular que puede sentar la base para racionalizar a la potencia como un concepto general.

## 5 I DISCUSIÓN

Cognitivamente, todo pensamiento y, por ende, la generación de conocimiento se realiza por medio de la producción de generalizaciones (Rubinstein, 1979). La formación de conceptos matemáticos en tanto un proceso del pensamiento, se basa en la generalización (Dörfler, 1991; Sriraman y Adrian, 2004), pues este proceso cognitivo permite percibir y abstraer las propiedades o características generales de un conjunto de objetos, hechos o situaciones. Es por esta razón que los principios y la estructura de las tareas para la formación del concepto potencia en particular (o matemáticos en general) tienen soporte en la generalización. Según Davýdov (1990), hacer una generalización significa "descubrir un principio, una conexión necesaria del fenómeno individual dentro de cierta totalidad" (p. 138). Un aspecto medular de dicho proceso es la percepción de lo general en lo particular, y está ligado al desarrollo del razonamiento inductivo.

Llegar a la instancia del reconocimiento de un concepto en su dimensión estructural amerita acciones de generalización extensiva como las propuestas por Ellis (2007). En el caso del concepto potencia, el entendimiento de esta dimensión por los profesores se vislumbra como la base para el establecimiento de un marco de referencia que permita subsanar la ruptura epistemológica referida en Martínez-Sierra (2005) del paso del exponente natural al entero negativo y al racional. De este modo, se espera favorecer una forma de otorgar significado a expresiones de potencias que involucran exponentes no naturales tal como (, por ejemplo, como un modelo de comportamiento exponencial decreciente.

En este trabajo, la propuesta para transitar conceptualmente de la potencia de números con exponente natural a la de exponente negativo o racional, consiste en la resolución de tareas de generalización por inducción. Un elemento epistémico estructural para la conceptualización de este concepto matemático, es la idea de que la potencia de un número representa el crecimiento o decrecimiento exponencial de una cantidad. En las tareas, la generalización del comportamiento exponencial de una cantidad variable es considerada como un mecanismo para pasar del conocimiento procedimental al conceptual en la formación del concepto potencia.

## 6 I REFLEXIONES FINALES

Si bien se atribuye un papel al contexto y a las experiencias en la conceptualización matemática, en este escrito se presenta la componente cognitiva de una propuesta para la formación del concepto potencia, que consiste en un conjunto de tareas que demandan generalizar usando razonamiento inductivo.

La interpretación y resolución de tareas de generalización por inducción para abstraer elementos epistémicos del concepto potencia, se propone no solo como una forma para desarrollar el razonamiento inductivo de profesores, sino para sensibilizarlos sobre una forma didáctica-pedagógica de promover el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes. En efecto, la resolución y análisis de las tareas en experiencias de aprendizaje profesional docente ha conducido a la reflexión de que cada situación propuesta y su solución son casos particulares de potenciación que se pueden llegar a generalizar y, por tanto, constituyen ejemplos de tareas que favorecen la inducción y la generación de conocimiento sobre potencia.

## REFERENCIAS


APARICIO, E. et al. **Reconceptualización del saber matemático en educación básica**. Mérida: Editorial de la Universidad Autónoma de Yucatán, 2018

APARICIO, E.; SOSA, L.; GÓMEZ, K. Álgebra y pensamiento algebraico. Experiencias de aprendizaje en bachillerato. Mérida: Editorial de la Universidad Autónoma de Yucatán, 2016.

ASSOCIATION OF MATHEMATICS TEACHER EDUCATORS. **Standards for preparing teachers of mathematics.** Disponível em: <http://amte.net/standards/>. Acesso em: 30 Mar. 2017.

BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of teacher education**, Michigan, v. 56, n. 5, p. 389-407, 2008.

ČADEŽ, T. H.; KOLAR, V. M. Comparison of types of generalizations and problem-solving schemas used to solve a mathematical problem. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 89, n. 2, p. 283-306, 2015.

CAÑADAS, M. C.; CASTRO, E. A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. **PNA**: Revista de investigación en didáctica de la matemática, Granada, v. 1, n. 2, p. 67-78, 2007.

CAÑADAS, M. C.; CASTRO, E.; CASTRO, E. Utilización de un modelo para describir el razonamiento inductivo de los estudiantes en la resolución de problemas. **Electronic Journal of Research in Educational Psychology**, Almeria, v. 7, n. 1, p. 261–278, 2009.

CAÑADAS, M. C. et al. The conjecturing process: perspectives in theory and implications in practice. **Journal of teaching and learning**, Windsor, v. 5, n. 1, 2007.

CASTRO, E.; CAÑADAS, M. C.; MOLINA, M. El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. **UNO**, Barcelona, n. 54, p. 55-67, abr. 2010.

COBB, P.; YACKEL, E. Constructivist, emergent and sociocultural perspectives in the context of developmental research. **Educational psychologist***,* Philadelphia, v. 31, n. 3/4, p. 175-190, 1996.

CONTRERAS, L. et al. Introducción al modelo MTSK: Origen e investigaciones realizadas. **Revista FOR-MATE**, Zacatecas, n. 3, p. 7-15, 2017.

COMMON CORE STATE STANDARDS INITIATIVE. **Common core state standards for mathematics**. Disponível em: <http://www.corestandards.org/> Acesso em: 21 Nov. 2016.

DAVYDOV, V. Type of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula. In: KILPATRICK, J. (Ed.). **Soviet studies in mathematics education.** Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1990, v. 2, p. 2-223.

ELLIS, A. B. Connections between generalizing and justifying: Students' reasoning with linear relationships. **Journal for Research in Mathematics Education**, Virginia, v. 38, n. 3, p. 194-229, 2007.

FROLOV, I. **Diccionario de filosofía**. Moscú: Editorial Progreso, 1984.

GOIZUETA, M.; PLANAS, N. El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. **PNA**: Revista de investigación en didáctica de la matemática, Granada, v. 7, n. 4, p. 155-170, jun. 2013.

Haverty, L. et al. Solving Inductive Reasoning Problems in Mathematics: Not-so-Trivial Pursuit. **Cognitive Science**, New Yersey, v. 24, n. 2, p. 249–298, 2000.

HIEBERT, J.; LEFEVRE, P. Conceptual and procedural in mathematics: an introductory analysis. In: HIEBERT, J. (Ed.). **Conceptual and procedural knowledge**: The case of mathematics. New York: Routledge, 1986, pp. 1-28.

HILL, H.; ROWAN, B.; BALL, D. Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. **American Educational Research Journal**, Washington, D.C., v. 42, n. 2, p. 371- 406, 2005.

JONASSEN, D. H.; BEISSNER, K.; YACCI, M. **Structural knowledge**: techniques for representing, conveying, and acquiring structural knowledge. New York: Routledge, 2013.

MARTÍNEZ-SIERRA, G. Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 8, n. 2, p. 195-2018, 2005.

MARTINEZ, M. V.; PEDEMONTE, B. Relationship between inductive arithmetic argumentation and deductive algebraic proof. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 86, n. 1, p. 125–149, 2014.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Standards and Principles for School Mathematics**. Disponível em: <http://www.nctm.org/standards/> Acesso em: 24 Oct. 2015.

PINEDA, O. Inducción y deducción como origen de la ciencia. **Konvergencias:** filosofía y culturas en diálogo, Buenos Aires, n. 21, p. 122-133, 2009.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor.

**Paradigma**, Aragua, v. XXXVI, n. 1, p. 87-109, 2015.

POINCARÉ, H. **Science and Method**. New York: Dover Publications, 1948.

PÓLYA, G. **How to solve it.** 2. ed. New York: Doubleday, 1957.

PÓLYA, G. **Matemáticas y razonamiento plausible**. Madrid: Tecnos, 1966.

RUBINSTEIN, S. **El desarrollo de la psicología**: principios y métodos. Tradução Augusto Vidal. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1979.

SRIRAMAN, B.; ADRIAN, H. The Pedagogical Value and the Interdisciplinary Nature of Inductive Processes in Forming Generalizations: Reflections from the Classroom The University of Montana. **Interchange**, New York, v. 35, n. 4, p. 407–422, 2004.

TZUR, R.; TIMMERMAN, M. Why do we invert and multiply? Elementary teachers' struggle to conceptualize division of fractions. In: ANNUAL MEETING OF THE NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 19, 1997, Illinois, **Proceedings**… Normal: Illinois State University, 1997. p. 553-559.

YOPP, D. A. Inductive reasoning to proof. **Mathematics teaching in the middle school**, Virginia, v. 15, n. 5, p. 286-291, 2010.

## SOBRE O ORGANIZADOR

**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES** Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-348-4
9 788572 473484