

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
E SUAS TECNOLOGIAS 4**

**Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves**  
(Organizador)

**Atena**  
Editora

Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)

# Educação Matemática e suas Tecnologias 4

Atena Editora  
2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Executiva: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Natália Sandrini  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

## Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

## Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

## Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof.<sup>a</sup> Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E24	Educação matemática e suas tecnologias 4 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 4)  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-350-7 DOI 10.22533/at.ed.507192405  1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2. Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.  CDD 510.7
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêm contribuir de maneira muito significativa para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõem estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
CONSTRUÇÕES MATEMÁTICAS COM GEOGEBRA: ALÉM DO DESENHO	
Deire Lúcia de Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.5071924051	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>13</b>
MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO COM O USO DA LOUSA DIGITAL PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM	
José Roberto da Silva	
Maria Aparecida da Silva Rufino	
Celso Luiz Gonçalves Felipe	
DOI 10.22533/at.ed.5071924052	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>25</b>
O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO PROPORCIONAL NAS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS DO SÉCULO XX NO RIO GRANDE DO SUL	
Malcus Cassiano Kuhn	
DOI 10.22533/at.ed.5071924053	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>43</b>
O ENSINO DA MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE DO PERFIL DOS PROFESSORES DA CIDADE DE CAJAZEIRAS-PB	
Francisco Aureliano Vidal	
Waléria Quirino Patrício	
DOI 10.22533/at.ed.5071924054	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>53</b>
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O USO DE SOFTWARES EM SALA DE AULA	
Ailton Durigon	
Andrey de Aguiar Salvi	
Bruna Branco	
Marcelo Maraschin de Souza	
DOI 10.22533/at.ed.5071924055	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>61</b>
ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS EM PESQUISAS DE OPINIÃO	
Felipe Júnio de Souza Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.5071924056	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>79</b>
OS DESAFIOS DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INCLUSIVA: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA	
Cíntia Moralles Camillo	
Liziany Muller	
DOI 10.22533/at.ed.5071924057	

<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>87</b>
UM OLHAR SOBRE A FACE OCULTA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA ENVOLVENDO SISTEMAS LINEARES	
Wagner Gomes Barroso Abrantes Tula Maria Rocha Morais Luiz Gonzaga Xavier de Barros	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5071924058</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>97</b>
UM MÉTODO PARA FACILITAR A RESOLUÇÃO DE DETERMINANTES	
Fernando Cezar Gonçalves Manso Diego Aguiar da Silva Flávia Aparecida Reitz Cardoso	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5071924059</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>111</b>
UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS DE INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL PARA CARACTERIZAR PACIENTES CARDIOPATAS	
Juliana Baroni Azzi Robson Mariano da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.50719240510</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>122</b>
UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: AS QUATRO DIMENSÕES DA ÁLGEBRA E O USO DO GEOGEBRA PARA ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS DAS RELAÇÕES ALGÉBRICAS NAS PARÁBOLAS	
Sarah Raphaele de Andrade Pereira Lúcia Cristina Silveira Monteiro	
<b>DOI 10.22533/at.ed.50719240511</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>132</b>
SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA: UM EXPERIMENTO COM NÚMEROS DECIMAIS E O TEMA TRANSVERSAL TRABALHO E CONSUMO COM ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Rosana Pinheiro Fiuza Claudia Lisete Oliveira Groenwald	
<b>DOI 10.22533/at.ed.50719240512</b>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>145</b>
CONTEÚDOS ALGÉBRICOS DA PROVA DE MATEMÁTICA DO “NOVO ENEM”	
Alan Kardec Messias da Silva Acelmo de Jesus Brito Luciana Bertholdi Machado Marcio Urel Rodrigues	
<b>DOI 10.22533/at.ed.50719240513</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>157</b>
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CRIATIVIDADE: UMA ABORDAGEM A PARTIR DA PERSPECTIVA DE SISTEMAS DE CRIATIVIDADE	
Cleyton Hércules Gontijo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.50719240514</b>	



<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>164</b>
LINGUAGEM, IMAGENS E OS CONTEXTOS VISUAIS E FIGURATIVOS NA CONSTRUÇÃO DO SABER MATEMÁTICO QUE NORTEIAM OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA	
Alexandre Souza de Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.50719240515	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>176</b>
LETRAMENTO ESTATÍSTICO NO ENSINO MÉDIO: ESTRUTURAS POSSÍVEIS NO LIVRO DIDÁTICO	
Laura Cristina dos Santos	
Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	
DOI 10.22533/at.ed.50719240516	
<b>CAPÍTULO 17</b> .....	<b>184</b>
UM ESTADO DA ARTE DE PESQUISAS ACADÊMICAS SOBRE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (DE 1979 A 2015)	
Maria Rosana Soares	
Sonia Barbosa Camargo Iglioni	
DOI 10.22533/at.ed.50719240517	
<b>CAPÍTULO 18</b> .....	<b>195</b>
SCRATCH: DO PRIMEIRO OLHAR À PROGRAMAÇÃO NO ENSINO MÉDIO	
Taniele Loss Nesi	
Renata Oliveira Balbino	
Marco Aurélio Kalinke	
DOI 10.22533/at.ed.50719240518	
<b>CAPÍTULO 19</b> .....	<b>205</b>
OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM DISPONÍVEIS NO BANCO INTERNACIONAL DE OBJETOS EDUCACIONAIS PARA TRIGONOMETRIA EM TODOS OS NÍVEIS DE ENSINO	
Erica Edmajan de Abreu	
Mateus Rocha de Sousa	
Felícia Maria Fernandes de Oliveira	
Edilson Leite da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.50719240519	
<b>CAPÍTULO 20</b> .....	<b>216</b>
MODOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS REALIZADOS POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Milena Schneider Pudelco	
Tania Teresinha Bruns Zimer	
DOI 10.22533/at.ed.50719240520	
<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>226</b>
O PACTO NACIONAL PELA ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA (PNAIC): FORMAÇÃO E PRÁTICA DOS PROFESSORES ALFABETIZADORES NO ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS	
Renata Aparecida de Souza	
Maria Elizabete Rambo Kochhann	
Nilce Maria da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.50719240521	



<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>236</b>
INVESTIGANDO CONCEPÇÕES E EXPLORANDO POTENCIALIDADES NUMA OFICINA REALIZADA COM A CALCULADORA CIENTÍFICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO	
José Edivam Braz Santana Kátia Maria de Medeiros	
DOI 10.22533/at.ed.50719240522	
<b>CAPÍTULO 23</b> .....	<b>248</b>
O QUE REVELAM AS PESQUISAS REALIZADAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA	
Francisco de Moura e Silva Junior	
DOI 10.22533/at.ed.50719240523	
<b>CAPÍTULO 24</b> .....	<b>259</b>
NÚMEROS NEGATIVOS E IMPRENSA NO BRASIL: AS DISCUSSÕES NO PERIÓDICO <i>UNIÃO ACADÊMICA</i>	
Wanderley Moura Rezende Bruno Alves Dassie	
DOI 10.22533/at.ed.50719240524	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>268</b>

## NÚMEROS NEGATIVOS E IMPRENSA NO BRASIL: AS DISCUSSÕES NO PERIÓDICO *UNIÃO ACADÊMICA*

**Wanderley Moura Rezende**

Universidade Federal Fluminense, Instituto de  
Matemática e Estatística  
Niterói - Rio de Janeiro

**Bruno Alves Dassie**

Universidade Federal Fluminense, Faculdade de  
Educação  
Niterói - Rio de Janeiro

**RESUMO:** O presente trabalho tem por objetivo analisar textos sobre as quantidades negativas que circularam no Brasil no século XIX, em particular, os que foram publicados na imprensa periódica pelo jornal *União Acadêmica*, do Rio de Janeiro, entre os meses de maio e agosto de 1880. Os textos foram elaborados por professores da Escola Politécnica e tratam da natureza das quantidades negativas e da operação de multiplicação. Pretende-se contribuir para a construção da historiografia deste tema considerando o campo da História da Educação Matemática e suas possíveis reflexões sobre a compreensão de práticas do presente, pois, ainda que essas ideias tenham circulado há mais de cem anos atrás, consideramos que elas apresentam contribuições relevantes para uma reflexão mais crítica sobre o ensino atual dos números negativos.

**PALAVRAS-CHAVE:** quantidades negativas, *União Acadêmica*, imprensa periódica.

**ABSTRACT:** The present paper has the objective of analyzing texts on the negative quantities that circulated in Brazil in the 19th century, in particular, those published in the periodic press by the journal *Academic Union* in May and August of 1880. The texts, elaborated by professors of the Polytechnic School, discuss about the nature of the negative quantities and the multiplication operation. It is intended to contribute to the construction of the historiography of this subject considering the field of History of Mathematical Education and its possible reflections on the understanding of present practices, because, although these ideas circulated more than a hundred years ago, we consider they present relevant contributions for a more critical reflection about the current teaching of negative numbers.

**KEYWORDS:** negative quantities, *Academic Union*, periodical press.

### 1 | INTRODUÇÃO

Há diversas tarefas que não são muito simples para o professor de matemática em sua prática em sala de aula. Dentre elas, sem dúvida, tem-se o trabalho com os *números negativos*, em especial, considerando o momento de apresentação da conhecida “regra dos sinais”, na apresentação da operação de multiplicação.

Mesmo sem detalhes, vale recordar que tal dificuldade não é particular do professor de matemática visto que esta problemática e seus desdobramentos é objeto de pesquisa no campo da História e Epistemologia da Matemática, como pode ser visto, por exemplo, em Glaeser (2010) – publicado originalmente no Brasil em 1985, no Boletim do GEMPEM, n.17 – e Schubring (2012). Observa-se na leitura destas pesquisas que a aceitação da solução matemática do problema das operações com quantidades negativas se dá, especialmente, no âmbito científico, a partir da publicação do trabalho de Hankel, em 1867.

No entanto, ainda após esta data observam-se debates relacionados a esta temática, que por diversas vezes, foram materializados em forma de longos ensaios. Em especial, entra em cena o professor de matemática, seja ele da educação básica (denominação atual) ou da educação superior. Pode-se citar, por exemplo, o debate de dois professores secundários na Alemanha (país de origem de Hankel) relatado por Schubring (2007) em seu artigo. No Brasil, há diversos registros sobre ensaios e debates sobre as quantidades negativas, ao menos, desde a segunda metade do século XIX. Dentre eles, destaca-se o texto de Benjamin Constant, de 1868. Uma cópia digitalizada da edição de 1939 encontra-se em <http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/545>, na comunidade do Grupo de *Pesquisa História e Educação Matemática*.

Com o objetivo de ampliar esta historiografia, em especial, no Brasil, este texto propõe uma leitura de artigos da imprensa periódica, em particular, daqueles que foram publicados no jornal *União Acadêmica*. Até a publicação deste texto, pouco se sabe sobre a criação deste periódico. As edições digitalizadas se encontram na Hemeroteca da Biblioteca Nacional e o primeiro número disponível para consulta é o segundo número, de abril de 1879.

Do ponto de vista metodológico, gostaríamos de destacar inicialmente dois pontos. Primeiro, que o uso da imprensa como fonte de pesquisa vem sendo pensado no campo da História da Educação por diversos autores da área, como pode ser visto, por exemplo, em Magaldi e Xavier (2008) e no campo da História da Educação Matemática, nos trabalhos de Soares (2013a; 2013b, 2013c) e em Brito, Farias e Miorim (2014). E por último, que no trato com as fontes históricas consideramos aqui as concepções de Garnica e Souza (2012), expressas a seguir: “[...] uma fonte [...] é sempre criada, independente de estar disponível ou não, pois é a leitura (e o leitor) que a faz dizer alguma coisa, é o leitor, no ato da leitura, que atribui significado à fonte, que ‘faz falar’, tornando-a documento” (p. 30).

## **2 | A TEORIA DOS NÚMEROS NEGATIVOS NO PERIÓDICO *UNIÃO ACADÊMICA***

Em 1880, nove anos antes da proclamação da república brasileira, e treze anos depois da publicação do artigo *Teoria dos sistemas dos números complexos*, em que Hermann Hankel fundamenta em bases sólidas a teoria dos números negativos, aparece uma discussão sobre tais quantidades no periódico intitulado *União Acadêmica*, de

circulação nacional. Esta discussão inicia-se com os artigos publicados pelo professor da Escola Politécnica Antônio Cândido Ferreira Leal, nos volumes 5, 6, 7 e 8, e tem a participação dos professores Brotero Soares, no volume 10, e Enio de Andrade, no volume 11, ambos da Escola Politécnica.

## 2.1 Considerações sobre a teoria das quantidades negativas, de Augusto Cândido Ferreira Leal

O artigo *Considerações sobre a teoria das quantidades negativas*, do professor Ferreira Leal, é publicado ao longo de quatro edições do periódico: volumes n.5, n.6, n.7 e n.8. O autor inicia seu texto mencionando o caráter dúbio da teoria das quantidades negativas. Apresenta, para elucidar tal fato, diversos exemplos: desde atitudes de personagens históricos, como Cardano e Descartes, até Sr. Dr. Corrêa Leal, seu mestre.

Ao iniciar sua argumentação, Ferreira Leal não nega a importância da teoria das quantidades negativas. Segundo o professor, “Tudo o que é verdadeiramente bom é útil” (N.5, p.3). Sobre a utilidade desta teoria, apresenta argumentos *iternalistas*. Considera que esta teoria facilita a resolução de problemas geométricos, contagem de arcos, temperaturas etc., além de dar origem às expressões chamadas imaginárias e ser empregada constantemente em todos os ramos da ciência matemática, principalmente naqueles em que figura a geometria (ou *sciencia da extensão*), como na mecânica e na astronomia (LEAL, 1880, N.5, p.3).

Na segunda parte do artigo publicada no volume 6, Ferreira Leal, “em defesa” das quantidades negativas, critica algumas atitudes contrárias ao uso destas quantidades como solução de problemas. Ao rejeitar as raízes negativas da equação como solução do problema proposto (e modelado por esta equação), os matemáticos estariam, segundo ele, rejeitando a própria teoria das quantidades negativas. Esta atitude dos matemáticos (neles incluso o grande Descartes) que propõe a reformulação do problema para evitar sua solução inicial em termos de quantidade negativa é caracterizada por Glaeser (2010) como *sintoma de evitação*. Entretanto, de acordo com o pensamento de Ferreira Leal, os matemáticos deveriam também “evitar”, **por coerência**, as operações com quantidades negativas.

Parece-nos ainda que estes autores não deveriam aceitar às operações: adição e subtração sobre as quantidades negativas; pois como acima [na resolução do problema apresentado por Ferreira Leal], não considera ser -2 solução do problema (LEAL, 1880, N.6, p.4).

Acrescenta ainda o professor que “não se deve dizer que a solução negativa representa ou exprime impossibilidade ou absurdo do problema” (*Ibdem*, p.4). A partir de então, Ferreira Leal apresenta sua definição das quantidades negativas:

Procurando definir quantidade negativa, diremos que é toda aquela que se opõe em sentido, direção, ou em ordem, etc., a outras quantidades que se chamam positivas, isto é, que podem existir independentemente de sentido, direção ou

enfim, de qualquer interpretação. Por exemplo  $+a$  é uma quantidade positiva, não precisa de interpretação alguma, pode ser uma altura qualquer, uma superfície, ou um volume, indistintamente falando. Se porém, tomarmos  $-a$  termos uma quantidade negativa, será considerada simultaneamente com a quantidade  $+a$ ; e então si se trata de alturas  $-a$  será considerada em sentido contrario ao de  $+a$ ; si é uma superfície ou volume  $-a$  achar-se-á colocado em posição ou em ordem inversa á de  $+a$ . (*Ibdem*, p.4, grifo nosso)

A definição proposta por Ferreira Leal procura dar sentido à existência das quantidades negativas. Contudo, na parte final de sua argumentação, nota-se de forma clara a presença do terceiro obstáculo epistemológico apresentado por Glaeser (2010, p.69): a dificuldade em unificar a reta numérica. Tal obstáculo, segundo Glaeser, verifica-se, quando

[...] se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos; ou quando se descreve a reta como uma justaposição de duas semirretas opostas com sinais heterogêneos; ou quando não se consideram simultaneamente as características dinâmicas e estáticas dos números (GLAESER, 2010, p.69).

A presença desse obstáculo se torna evidente quando Ferreira Leal faz sua crítica à relação de ordem proposta por alguns autores para os números negativos.

Dizem quase todos os autores que a quantidade negativa é o resultado de uma subtração impossível de efetuar-se; o que não dá ideia alguma do que possa ser ou representar tal sorte de quantidades. Procurando avaliar estas quantidades, consideram-nas tanto menores, quanto maiores são seus valores absolutos, isto é, os valores que as quantidades têm independentemente dos seus sinais. (LEAL, 1880, N.6, p.4)

Segundo ele, o argumento “tanto menor quanto maior for o seu valor absoluto” é “absurdo”. Antes de discutir tal questão, Ferreira Leal anuncia sua posição com relação a esta questão:

Estes absurdos tornaremos manifestos mais tarde. Já, dizemos que as quantidades negativas, quer na parte puramente abstrata, quer concreta das matemáticas gozam das mesmas propriedades e têm os mesmos valores que as positivas, indicando somente, como dizemos, oposição de sentido, direção, interpretação, etc. (*Ibdem*, p.4)

O desenvolvimento deste tema ocorre apenas na terceira parte do artigo, publicado na edição seguinte do periódico (N.7). Para desenvolver sua argumentação, Ferreira Leal parte da demonstração atribuída aos outros autores.

O raciocínio citado parte da suposição da desigualdade  $(-5) < (-3)$  ser verdadeira e desta resultar, pela adição de  $(+5)$  a ambos os membros da desigualdade, em outra desigualdade,  $0 < (+2)$ , que também “é uma verdade incontestável”. Apesar de atestar a veracidade desta última desigualdade  $[0 < (+2)]$ , Ferreira Leal não concorda que este argumento prova que “uma quantidade negativa é tanto menor, quanto maior for o seu valor absoluto” (LEAL, 1880, N.7, p.3).

Dando sequência ao argumento dos autores, Ferreira Leal apresenta a demonstração que estes fazem do fato de uma quantidade negativa ser menor que zero. Segundo os autores, adicionando-se  $(+3)$  à mesma desigualdade original,  $(-5) <$

(-3), obtém-se  $(-2) < 0$ . Por adição novamente de (+2) a ambas as desigualdades, os autores chegam à desigualdade “incontestável”  $0 < (+2)$ , de onde concluem que uma quantidade negativa é menor do que zero.

Não concordando com os argumentos propostos, Ferreira Leal, ancorado em elementos da filosofia positiva de Comte, expõe suas razões, procurando fazer distinção entre os significados de “resto” e “diferença”:

Algebricamente considerada a explicação, é inadmissível; porque não conhecemos em álgebra restos e sim diferenças, que não são uma e a mesma coisa; não ligamos às quantidades algébricas a ideia de valor, que só é peculiar à aritmética, como sabiamente diz o eminente gênio, o reformador dos conhecimentos humanos, Augusto Comte na sua obra monumental - << Philosophia positiva >> (LEAL, 1880, N.7, p.4).

Em seu argumento, Ferreira Leal distingue “resto” de “diferença”, identificando cada qual com áreas próprias da matemática, a saber: o primeiro pertence ao âmbito da aritmética e, o segundo, da álgebra. Esta dualidade do conceito de quantidade negativa – ora como medida de uma grandeza, ora como número propriamente – é sem dúvida um dos principais obstáculos a ser superado na atitude do professor. Ferreira Leal, ao contrário, procura, com seus argumentos, aguçar ainda mais essa discussão e diferença.

No âmbito da aritmética – argumenta o professor –, de uma quantidade só se pode tirar, no máximo, esta mesma quantidade; portanto se tirar-se uma quantidade maior, menor se tornará o resto, isto é, se tornará menor do que zero. Mas, um resto menor que zero é, aritmeticamente falando, um absurdo.

Quer dizer, o que se questiona nos argumentos de Ferreira Leal não é a existência das quantidades negativas – elas existem e, como ele mesmo revelou no início do seu artigo, elas são úteis – mas sim, a sua existência enquanto número. Com base nesse raciocínio, Ferreira Leal assume a posição assumida por D’Alembert no seu artigo *Negativo* da Enciclopédia Francesa:

Quem é que, diante de tais explicações sobre as quantidades negativas, pode fazer uma ideia clara sobre tais quantidades? Fazer ideia de uma coisa menor do que zero, **do que não tem valor algum numérico**, é impossível. (LEAL, 1880, N.7, p.4, grifo nosso)

As quantidades negativas são o contrário das positivas: onde termina o positivo, começa o negativo. Veja POSITIVO. Deve-se confessar que não é fácil fixar a ideia das quantidades negativas e que algumas pessoas engenhosas chegaram a contribuir para confundi-la, pelas noções pouco exatas que divulgaram. Dizer que as quantidades negativas estão abaixo do **nada é afirmar uma coisa que não se pode conceber** (D’Alembert, *Negativo*, Enciclopédia Francesa, *apud* GLAESER, 2010, p.82, grifo nosso)

Dizer que as quantidades negativas estão abaixo do nada é afirmar uma coisa que não se pode conceber. ( ) Note-se que estamos falando de quantidades negativas isoladas, como  $-a$ , ou das quantidades  $a - b$ , em que  $b$  é maior que  $a$ ; pois, para aquelas em que  $a - b$  é positivo, isto é, em que  $b$  é menor que  $a$ , o sinal não acarreta qualquer dificuldade. Realmente, pois, não existe absolutamente quantidade negativa isolada.  $-3$  tomado abstratamente, não apresenta qualquer



ideia ao espírito; mas se digo que um homem deu a outro -3 escudos, isto quer dizer, em linguagem inteligível, que ele lhe tirou 3 escudos. (D'Alembert, Negativo, Enciclopédia Francesa, *apud* GLAESER, ... pp.82-83)

A fim de elucidar seu ponto de vista, Ferreira Leal apresenta elementos da Álgebra de Cirodde, edição de 1847, na qual o autor propõe a existência de dois tipos de zero: o zero **limite** e o zero **absoluto**. Tomando zero para ponto de partida de todas as quantidades, Cirodde distingue as duas espécies de quantidades: positivas e negativas; as primeiras contadas para a direita, por exemplo, deste zero, e as negativas contadas para a esquerda. Assim, a este zero, ponto de partida, denomina-se por *zero limite*, para “não confundir” com o outro, o *zero absoluto* – “símbolo de um puro nada, abaixo do que nada se acharia” (*Ibdem*, p.4). A partir dessas premissas, Cirodde afirma que toda quantidade negativa é tanto menor, quanto maior é o seu valor absoluto, contra o qual Ferreira Leal apresenta o seguinte argumento.

Concordamos plenamente com a consideração das quantidades feitas por Cirodde, isto é, que as quantidades positivas devem ser contadas para a direita, por exemplo, de um certo ponto, zero, e as negativas para a esquerda; pois, estamos usando da nossa opinião apontada em outro lugar.

Não concordamos, porém, com a sua distinção de dois zeros: um limite das quantidades positivas e negativas, e outro zero absoluto; pois, este último zero é criação da imaginação deste autor e sem fundamento; não existe tal zero, segundo pensamos. (*Ibdem*, p.4)

Ferreira Leal defende então sua posição: os “dois” zeros de Cirodde, em sua opinião, são o mesmo zero da aritmética.

Com efeito, para nós, zero é o limite de toda quantidade  $+a$ , ou  $-a$ , à medida que for decrescendo cada vez mais; assim como os infinitos: positivo, ou negativo, isto é,  $+\infty$ , e  $-\infty$ , são limites das quantidades positivas e negativas, à medida que forem crescendo estas quantidades. É este mesmo zero que na aritmética desempenha importantes papéis, indicando a falta de unidades de uma certa ordem, como no número 203, ( ), como no seguinte número decimal: 0,302; e outras funções mais, que não precisamos enumerar. (*Ibdem*, p.4)

A figura a seguir ilustra bem a relação entre as quantidades negativas, o zero e quantidades positivas na concepção de Ferreira Leal.

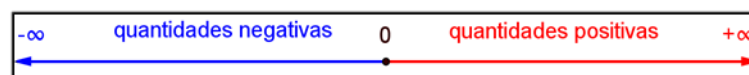


Figura 1 - representação geométrica da interpretação de Ferreira Leal para as quantidades negativas, quantidades positivas e o zero.

Fonte: elaborado pelos autores do artigo

Na quarta e última parte do seu artigo, Ferreira Leal apresenta então exemplos concretos para contrapor a relação de ordem estabelecida para as quantidades negativas, tomando como modelo o seu modo de pensar. Segundo ele, por exemplo, em Geometria, as soluções negativas -3 e -5 são para serem interpretadas como



grandezas marcadas no prolongamento dos lados de um triângulo, mas não diferindo em tamanho dos seus correspondentes positivos. Assim, por simples observação, percebe-se que tanto  $5 > 3$  como  $-5 > -3$ . Segundo ele, não faz sentido afirmar que  $-5 < -3$  só porque a quantidade mudou de sinal (figura2).

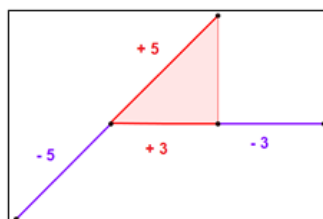


Figura 2 - ilustração geométrica da interpretação de Ferreira Leal

Fonte: elaborado pelos autores do artigo

Assim ao final do artigo, o autor conclui que as quantidades negativas são tão boas e valiosas como as quantidades positivas, mas que não são menores que zero; mais ainda: que **não são** tanto menores, quanto maiores os seus valores absolutos (N.8, p.6). Entretanto, o que se vê claramente em sua atitude é a associação direta da quantidade negativa com a medida da grandeza que está sendo considerada. No exemplo anterior a quantidade negativa (-5) não é menor e nem maior que a quantidade positiva (+5); em verdade, para o autor, elas estão associadas a segmentos de reta que possuem o mesmo comprimento, só que em sentido contrário. Nesta atitude, a concepção de número ainda é prisioneira da concepção de grandeza, e os números negativos ainda persistem em sua clandestinidade.

## 2.2 Sobre uma proposição da teoria da multiplicação dos números inteiros de Brotero Soares e réplica de Enio de Andrade

Em seu artigo *Sobre uma proposição da teoria da multiplicação dos números inteiros*, publicado na décima edição da revista, Brotero Soares discute um princípio que ele atribui aos matemáticos:

[...] qualquer quantidade multiplicada por zero dá essa mesma quantidade, porém zero multiplicado por qualquer quantidade dá zero. (SOARES, 1880, N.10, p.5)

Com relação à última afirmação do tal princípio – zero vezes uma quantidade “*a*” é igual a zero – o autor está de acordo, concordando inclusive com o argumento que ele mesmo atribui aos matemáticos:

$$0 \times a = 0 + 0 + \dots + 0 \text{ (} a \text{ - vezes)} = 0.$$

Entretanto, ao discordar do enunciado da primeira proposição o autor apresenta uma demonstração equivocada que ele atribui, sem citar fontes, aos matemáticos. Para refutar tal afirmação utiliza-se de dois argumentos. O primeiro deles consiste em se utilizar da própria definição de multiplicação. Segundo o professor, o problema geral

da multiplicação é “achar um número por meio de dois outros dados, que se derive de um deles do mesmo modo que o outro se deriva da unidade” (Brotero Soares, 1880, N.10, p.5). Aplicando esta definição o autor conclui que tal resultado seria inadmissível:

Pois bem, suponhamos que se quer obter o produto de  $a$  por zero ou  $a \times 0$ ; segundo o princípio geral, o produto deriva-se de  $a$  como zero deriva-se da unidade, ora zero deriva-se da unidade repetindo  $a$  zero vezes, pois que simboliza ausência de quantidade, logo: para obtermos o produto é necessário repetirmos  $a$  zero vezes, o que dá zero, e não  $a$  como afirmam os matemáticos (*Ibdem*, p.5)

O segundo argumento baseia-se no princípio fundamental que afirma que “Um produto conserva-se sempre o mesmo seja qual for a ordem dos seus fatores” (*Ibdem*, p.6). Deste modo, Brotero Soares refuta aquele que seria, segundo ele, um princípio inverídico difundido pelos matemáticos.

Contudo, apesar do último argumento ser convincente e de grande popularidade no meio acadêmico, seu artigo é questionado por E. de Andrade na décima primeira edição do periódico. Em defesa dos matemáticos, este último questiona Brotero sobre as fontes que este utilizou para atribuir tal resultado equivocado aos mesmos (E. de Andrade, 1880, N.11, p.4). Segundo o professor, os matemáticos (da época) certamente não cometeram tal impropriedade. Complementa ainda, em favor deles, que é difícil acreditar que “quem diz que a unidade é o único número que multiplicado por outro o reproduz, diga também que qualquer quantidade multiplicada por zero dá essa mesma quantidade” (*Ibdem*, p.4).

Em seguida, E. de Andrade questiona o primeiro argumento utilizado por Brotero para refutar o resultado atribuído aos matemáticos, indagando, se ele, Brotero, seria capaz de “provar que 0 deriva-se da unidade repetindo  $a$  zero vez, sem supor  $a = 1$ ?” (*Ibdem*, p.4). E para finalizar sua réplica, o autor remenda a leitura da p.99 da álgebra de Lacroix para que se possa conhecer uma demonstração feita por eminente matemático de que  $a \times 0 = 0$  (*Ibdem*, p.4).

$$ab - ab = 0$$

ou enfim

$$0 = 0 \text{ pois que } a \times 0 = 0$$

### 3 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em síntese, no primeiro artigo, *Considerações sobre a teoria das quantidades negativas*, o professor Ferreira Leal discorre sobre a natureza das quantidades negativas que, segundo ele, não são menores que zero e nem tanto menores, quanto maiores os seus valores absolutos. Para o professor as quantidades negativas não são maiores e nem menores que as quantidades positivas, em verdade, elas são tão boas e valiosas como as quantidades positivas. Já os dois últimos artigos, os professores discutem sobre um princípio que afirma que “qualquer quantidade multiplicada por zero

dá essa mesma quantidade”. Brotero Soares, em seu artigo *Sobre uma proposição da teoria da multiplicação dos números inteiros*, publicado na décima edição da *União Acadêmica*, atribui a origem de tal princípio aos matemáticos, o que é refutado de forma veemente por Enio de Andrade, em sua réplica, publicada na décima primeira edição da *União Acadêmica*. Ainda que essas ideias tenham circulado há mais de cem anos atrás, consideramos que elas apresentam contribuições relevantes para uma reflexão mais crítica sobre o ensino atual dos números negativos. Nessa perspectiva, o presente texto considera, como em Garnica e Souza (2012), que

A História da Educação Matemática visa a compreender as alterações e permanências nas práticas relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática; dedica-se a estudar como as comunidades se organizam para produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos e como, afinal de contas, as práticas do passado podem – se é que podem – nos ajudar a compreender, projetar, propor e avaliar as práticas do presente (GARNICA e SOUZA, 2012, p. 27)

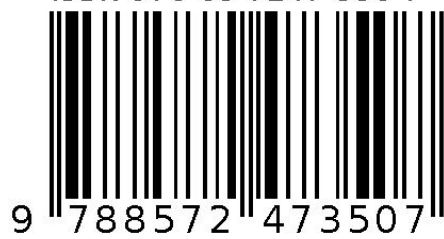
## REFERÊNCIAS

- BRITO, Arlete de Jesus; FARIAS, Kátia Sebastiana Carvalho; MIORIM, Maria Ângela (Orgs). **Pesquisas históricas em jornais e revistas**: produção do HIFEM. São Paulo: Livraria da Física, 2014. (Coleção história da matemática para professores).
- GARNICA, A.V.M.; SOUZA, L.A de. **Elementos de história da educação matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.
- GLAESER, G. Epistemologia dos números negativos. **Boletim do GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 57, jul/dez. p. 65-102, 2010.
- MAGALDI, Ana Maria Bandeira de Mello; XAVIER, Libânea Nacif. **Impressos e história da educação**: usos e destinos. Rio de Janeiro: 7 Letras, 2008.
- SCHUBRING, Gert. Um Outro Caso de Obstáculos Epistemológicos: o princípio de permanência. In **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, p. 1-20, 2007.
- SCHUBRING, Gert. **Os números negativos**: exemplos de obstáculos epistemológicos. Rio de Janeiro: E-LIMC, 2012.
- SOARES, Flávia dos Santos. **O Ensino de Matemática na Imprensa Periódica do Rio de Janeiro no século XIX**. In: ENCONTRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, 3, 2013, Rio de Janeiro. *Anais ...*. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2013. CD ROM. Disponível em: <<http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/334>>.
- SOARES, Flávia dos Santos. **A Imprensa periódica educacional como fonte para a história da Educação Matemática do século XIX**. In: X Seminário Nacional de História da Matemática, 2013, Campinas. *Anais do X SNHM*. Campinas: SBHMat, 2013. Disponível em:< <http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/308>>.
- SOARES, Flávia dos Santos. **A Matemática e o Ensino intuitivo na Revista A Instrução Pública**. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, VII, 2013, Montevidéo. *Actas ...* Montevidéo: SEMUR, 2013c. Disponível em: < <http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/316>>.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES** Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-350-7



9 788572 473507