

# **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 3**

---

**Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)**

 **Atena**  
Editora

**Ano 2019**

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)

# Educação Matemática e suas Tecnologias 3

Atena Editora  
2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Executiva: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Natália Sandrini  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

## Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

## Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

## Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof.<sup>a</sup> Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E24	Educação matemática e suas tecnologias 3 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 3)  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-349-1 DOI 10.22533/at.ed.491192405  1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2. Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.  CDD 510.7
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêm contribuir de maneira muito significativa para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõem estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
YENDO MÁS ALLÁ DE LA LÓGICA CLÁSICA PARA ENTENDER EL RAZONAMIENTO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	
Francisco Vargas Laura Martignon	
DOI 10.22533/at.ed.4911924051	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>7</b>
APROXIMANDO A PROBABILIDADE DA ESTATÍSTICA: CONHECIMENTOS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO SOBRE A CURVA NORMAL	
André Fellipe Queiroz Araújo José Ivanildo Felisberto de Carvalho	
DOI 10.22533/at.ed.4911924052	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>18</b>
DESCOMPLICANDO FÓRMULAS MATEMÁTICAS	
Marília do Amaral Dias	
DOI 10.22533/at.ed.4911924053	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>26</b>
REPRESENTAÇÕES DINÂMICAS DE FUNÇÕES: O SOFTWARE SIMCALC E A ANÁLISE DE PONTOS MÁXIMOS E MÍNIMOS	
Paulo Rogério Renk Rosana Nogueira de Lima	
DOI 10.22533/at.ed.4911924054	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>36</b>
UMA ANÁLISE PANORÂMICA E REFLEXIVA DOS OBJETOS DE APRENDIZAGEM DA PLATAFORMA SCRATCH PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	
Renato Hallal Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro Luiz Carlos Aires de Macêdo Eliziane de Fátima Alvaristo	
DOI 10.22533/at.ed.4911924055	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>49</b>
LESSON STUDY: O PLANEJAMENTO COLABORATIVO E REFLEXIVO	
Renata Camacho Bezerra Maria Raquel Miotto Morelatti	
DOI 10.22533/at.ed.4911924056	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>60</b>
FAMÍLIAS CONSISTENTES E A COLORAÇÃO TOTAL DE GRAFOS	
Abel Rodolfo García Lozano Angelo Santos Siqueira Sergio Ricardo Pereira de Mattos Valessa Leal Lessa de Sá Pinto	
DOI 10.22533/at.ed.4911924057	

<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>70</b>
BIBLIOTECA ESTATÍSTICA DESCRITIVA INTERVALAR UTILIZANDO PYTHON	
Lucas Mendes Tortelli	
Dirceu Antonio Maraschin Junior	
Alice Fonseca Finger	
Aline Brum Loreto	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4911924058</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>73</b>
COMPARATIVO ENTRE OS MÉTODOS NUMÉRICOS EXATOS FATORAÇÃO LU DOOLITTLE E FATORAÇÃO DE CHOLESKY	
Matheus Emanuel Tavares Sousa	
Matheus da Silva Menezes	
Ivan Mezzomo	
Sarah Sunamyta da Silva Gouveia	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4911924059</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>79</b>
HISTÓRIAS E JOGOS COMO POSSIBILIDADE DIDÁTICA PARA INTRODUIR O ESTUDO DE FRAÇÕES	
Cristalina Teresa Rocha Mayrink	
Samira Zaidan	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240510</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>93</b>
HISTÓRIAS EM QUADRINHOS (HQ'S) NO CONTEXTO DE ENSINO: UMA PROPOSIÇÃO METODOLÓGICA PARA O SEU USO NA SALA DE AULA	
Rodiney Marcelo Braga dos Santos	
Maria Beatriz Marim de Moura	
José Nathan Alves Roseno	
Francisco Bezerra Rodrigues	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240511</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>111</b>
MONDRIAN: APRECIÇÃO, REFLEXÕES E APROXIMAÇÕES – UM RELATO DE EXPERIÊNCIA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Dirceu Zaleski Filho	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240512</b>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>122</b>
MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE APOIO À APRENDIZAGEM: UMA EXPERIÊNCIA COM O TEMA REFORMA DA PRAÇA	
Alcides José Trzaskacz	
Ronaldo Jacumazo	
Joyce Jaquelinne Caetano	
Laynara dos Reis Santos Zontini	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240513</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>135</b>
MODELAGEM MATEMÁTICA, PENSAMENTO COMPUTACIONAL E SUAS RELAÇÕES	
Pedro Henrique Giraldo de Souza	
Sueli Liberatti Javaroni	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240514</b>	

<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>145</b>
MATEMÁTICA LÚDICA: CONSIDERAÇÕES DOS JOGOS DESENVOLVIDOS PELO GEMAT-UERJ PARA A SALA DE AULA	
Marcello Amadeo Luiza Harab Flávia Streva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240515</b>	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>153</b>
O ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: COMO É ABORDADO EM DOCUMENTOS?	
Flávia Luíza de Lira Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240516</b>	
<b>CAPÍTULO 17</b> .....	<b>165</b>
O USO DO MATERIAL GEOBASES PARA A FORMAÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Francikelly Gomes Barbosa de Paiva Francileide Leocadio do Nascimento Fabiana Karla Ribeiro Alves Gomes	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240517</b>	
<b>CAPÍTULO 18</b> .....	<b>171</b>
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA E CÔNICA COMO APLICAÇÃO DE CONTEÚDOS NA DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR	
Rogério dos Reis Gonçalves Vera Lúcia Vieira de Camargo André do Amaral Penteado Biscaro	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240518</b>	
<b>CAPÍTULO 19</b> .....	<b>179</b>
UM ESTUDO SOBRE MULTICORREÇÃO COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA	
Rafael Filipe Novôa Vaz Lilian Nasser	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240519</b>	
<b>CAPÍTULO 20</b> .....	<b>189</b>
JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA	
Angela Cássia Biazutti Lilian Nasser	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240520</b>	
<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>198</b>
JOGOS COOPERATIVOS: UMA EXPERIÊNCIA LÚDICA DE CONVIVER JUNTO NA EDUCAÇÃO INFANTIL	
Ana Brauna Souza Barroso Antônio Villar Marques de Sá	
<b>DOI 10.22533/at.ed.49119240521</b>	

**CAPÍTULO 22 ..... 206**

EFEITO DE HARDWARE E SOFTWARE SOBRE O ERRO DE ARREDONDAMENTO EM CFD

Diego Fernando Moro  
Carlos Henrique Marchi

**DOI 10.22533/at.ed.49119240522**

**CAPÍTULO 23 ..... 218**

O USO DO JOGO CORRIDA DE OBSTÁCULOS PARA O DESENVOLVIMENTO DE IDEIAS MATEMÁTICA EM UM LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA DE UM MUSEU

Leonardo Lira de Brito  
Erick Macêdo Carvalho  
Silvanio de Andrade

**DOI 10.22533/at.ed.49119240523**

**SOBRE O ORGANIZADOR..... 228**

## REPRESENTAÇÕES DINÂMICAS DE FUNÇÕES: O SOFTWARE SIMCALC E A ANÁLISE DE PONTOS MÁXIMOS E MÍNIMOS

**Paulo Rogério Renk**

(prrenk@gmail.com)

Centro Nacional de Educação – São Paulo – São Paulo.

**Rosana Nogueira de Lima**

(rosananlima@gmail.com)

Universidade Anhanguera de São Paulo – São Paulo.

**RESUMO:** Neste artigo, apresentamos um recorte de um estudo sobre o ensino e a aprendizagem do comportamento de funções desenvolvido com o uso de representações dinâmicas. Em particular, focaremos em elementos relacionados ao reconhecimento e à obtenção de valores de máximo e de mínimo de funções representadas por meio do software *SimCalc*, quando inseridas na Janela do mundo desse software. A análise dos dados foi realizada a partir das ideias de *pensamento narrativo e paradigmático* de Bruner. Os resultados de nosso estudo evidenciam que a representação dinâmica de funções se confirma como uma potente ferramenta de apoio nos processos de ensino e de aprendizagem de funções. A versatilidade dessa ferramenta permite aos professores criarem atividades diversas que podem ser relacionadas a situações do cotidiano, possibilitando que a análise do comportamento de funções extrapole para

a ideia de comparação com os estudos de dinâmica da física. Assim, entendemos que o uso dessa ferramenta só se limita à criatividade do professor e do aluno que a utilizam em seus estudos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Função. Comportamento de função. Representação dinâmica. *SimCalc*. Máximos e Mínimos de funções.

### DYNAMIC REPRESENTATIONS OF FUNCTION: SIMCALC AND AN ANALYSIS OF MAXIMAL AND MINIMAL POINTS

**ABSTRACT:** In this paper we present part of a study regarding teaching and learning of the behavior of functions developed with using dynamic representations. Particularly, we focus on recognition and obtaining maximal and minimal values of functions represented in the software *SimCalc*, when inserted in the World Window. Results of our study evidenced that the dynamic representation of functions is powerful supportive tool in the teaching and learning processes. The versatility of this tool allows teachers to create a diversity of activities that can be related to everyday situations, allowing the analysis of functions behavior to extrapolate to the idea of comparing with the studies to dynamics of physics. We understand that the use of this tool is solely limited by creativity of

teacher and student who use it in their studies.

**KEYWORDS:** Function. Behaviour of functions. Dynamic representations. *SimCalc*. Maximal and minimal points.

## INTRODUÇÃO

Pereira (2013) trabalhou com as narrativas produzidas por estudantes de Licenciatura em Matemática quando estavam diante de uma abordagem para funções na “Janela do Mundo” do software *SimCalc* (Mais detalhes sobre esta janela e o software são explicados nas próximas seções do artigo, e também constam em Renk (2016)). Seus resultados indicavam que, com a utilização da representação dinâmica da “Janela do Mundo” desse software, seria possível que alunos interpretassem o comportamento de funções. Os resultados dessa pesquisa evidenciam a importância de estudos pautados por uma representação não convencional de funções: “Então, por trás desse movimento existe uma função que é estabelecida em sua parte gráfica e algébrica, nossa! Que legal!” (PEREIRA, 2013, p. 68). É essa ligação entre um recurso usado em aula que, entendemos, prende a atenção do aluno, tirando-o de sua zona de conforto e fazendo-o olhar para o objeto estudado com uma lente que não seja a que ele e nós estejamos acostumados.

Levando essas ideias em consideração, elaboramos uma pesquisa com o intuito de analisar a contribuição do software *SimCalc* para o estudo do comportamento de funções, em particular dos pontos de máximo e de mínimo. As atividades de nosso trabalho foram pautadas pela ideia do reconhecimento do comportamento de funções, quando representadas preferencialmente por meio do movimento de um ator na Janela do Mundo do *SimCalc*, e os resultados foram obtidos pela análise das contribuições dessa representação dinâmica.

Participaram de nossas atividades alunos do segundo semestre do curso de Licenciatura em Matemática de uma faculdade particular localizada na Grande São Paulo. Guiamo-nos por elementos da metodologia do *Design Experiment* (COBB; CONFREY; DISESSA; LEHRER; SCHAUBLE, 2003) no formato de uma experiência em sala de aula e a análise dos nossos dados ocorreu à luz dos *Modos de Pensamento Narrativo e Paradigmático* de Jerome Bruner (2001), já que precisávamos identificar de que maneira os alunos participantes formulariam suas considerações sobre os comportamentos das funções estudadas.

Para esse artigo, focaremos nos elementos que encontramos presentes na análise de pontos de máximo e de mínimo das funções nos domínios em que foram representadas. Essas análises consistiam no reconhecimento e na determinação desses valores em diversos tipos de função. Evidenciamos que a representação dinâmica presente na Janela do Mundo do *SimCalc* foi uma forte influência na elaboração das considerações durante a análise do comportamento de funções. As características do movimento do ator durante a representação dessas funções permitiram que os

alunos reconhecessem elementos relacionados a características de função constante, de função quadrática, de função trigonométrica, de função exponencial. Foi, também, possível aos participantes relacionarem o movimento do ator presente na Janela do Mundo no *SimCalc* a situações presentes em seu cotidiano, o que entendemos permitir a extrapolação da compreensão das características das funções.

Faremos uma breve apresentação do software *SimCalc*, para então trazermos algumas das atividades relacionadas à análise dos pontos de máximos e de mínimos pautadas pela movimentação de um ator na Janela do Mundo do software *SimCalc*.

## O SOFTWARE SIMCALC

*SimCalc MathWorlds*® é uma marca registrada do Centro Kaput de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática, da Universidade de Massachusetts Dartmouth, nos Estados Unidos. É um software de múltiplas representações de funções de variáveis reais correlacionadas (TALL, 2008, apud HEGEDUS et al, 2008), que possibilita a visualização das representações gráfica (Janela do Gráfico), numérica tabular (Janela da Tabela), algébrica (Janela da Função) e dinâmica (Janela do Mundo) de funções. Essas formas de representação de função podem ser exibidas uma a uma ou em conjunto, conforme a necessidade da atividade, sendo até mesmo possível impedir o acesso a algumas delas de acordo com a configuração imposta por quem estiver elaborando a atividade. Nesse artigo nos referiremos ao software como *SimCalc*.

Entendemos por representação dinâmica de uma função aquela em que um ator representa o comportamento de uma função por meio do movimento, esse ator pode ser um foguete, um carro ou até mesmo um boneco. O usuário pode mudar o sentido do movimento e a velocidade do ator. A representação do conjunto domínio é feita por meio de um relógio, e os respectivos valores do conjunto imagem em uma escala que está associada ao movimento do ator, conforme a Figura 1. De acordo com o tipo de função e o intervalo de domínio em que está representada, um ponto de máximo ou de mínimo é caracterizado nessa representação não convencional por uma inversão no sentido do movimento, pelo ponto de partida ou de chegada do ator.

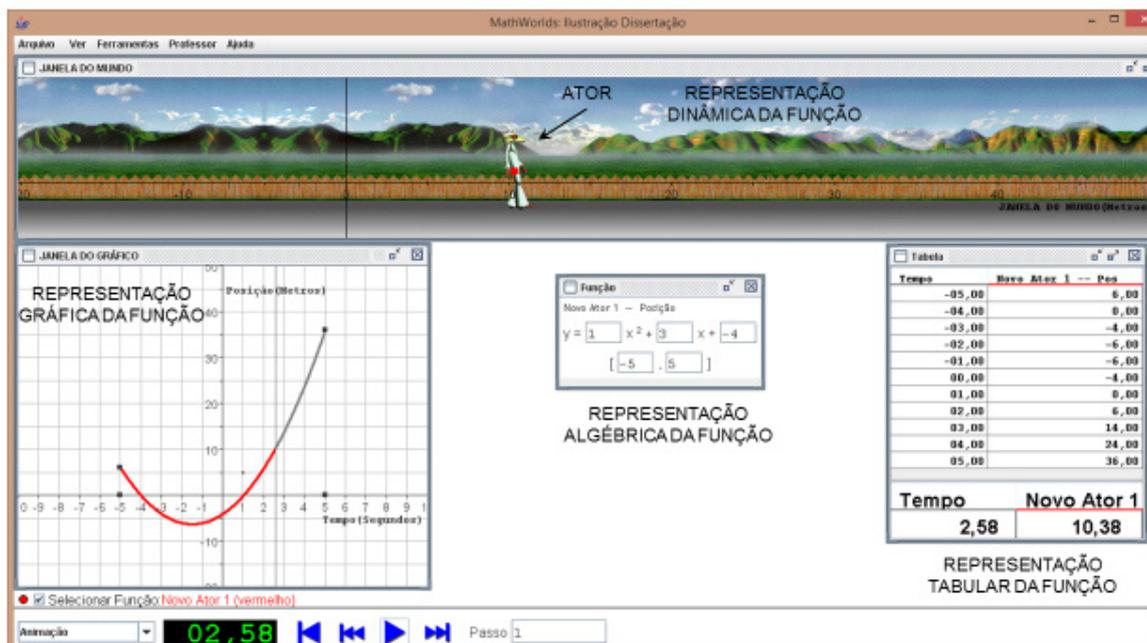


Figura 1: Tela do *SimCalc*

Fonte: Renk 2016, p. 50.

## AS ATIVIDADES DE MOVIMENTO DO ATOR

Nossas atividades foram basicamente compostas por um questionário e por fichas de atividades contendo instruções e questões relacionadas à análise do comportamento de funções com o uso do *SimCalc*. Espontaneamente, os alunos se organizaram em duplas em computadores que continham os arquivos de cada atividade. Para este artigo, nos restringiremos às atividades relacionadas ao reconhecimento e à determinação dos valores de máximo e de mínimo das funções nos intervalos em que foram representadas. Além das informações contidas nas fichas de atividades, nossos dados também foram compostos por meio da gravação do áudio e da tela do computador por meio do software Camtasia.

Na primeira das atividades que traremos para esse artigo, a Atividade 2 (RENK, 2016), solicitávamos que os alunos fizessem as análises com base na representação dinâmica da função  $f(x) = 3 \cdot (x)^2 - 3$ , no intervalo  $[-4; +4]$  na Janela do Mundo do *SimCalc*. Em um segundo momento, os participantes acessaram também a representação gráfica na Janela do Gráfico desse software.

Três grupos de alunos concluíram esta atividade, sendo que todos trouxeram elementos que nos levaram a concluir que reconheceram se tratar de uma função quadrática. Porém, somente um desses grupos identificou os pontos de máximo e de mínimo da função no intervalo estudado, inclusive mencionando valores, cuja leitura foi feita na escala da Janela do Mundo. Na Figura 2 trazemos o que essa dupla escreveu na Ficha de Atividade 2.

2. Qual tipo de função pode estar relacionada a este movimento?

Justifique sua resposta. *Quadrática paramétrica.*

*Parte de um ponto 49, desce até o zero e retorna ao 49.*

Figura 2: Resposta do grupo para a Atividade 2

Fonte: Renk, 2016, p. 89

Consideramos que as diferenças entre os valores de máximo (45) e de mínimo (-3) dessa função nesse intervalo, como na resposta da Ficha de Atividade 2 por meio da leitura feita na escala do mundo, não se configuram erros que venham a interferir na compreensão do comportamento dessa função. O importante é observar que reconheceram se tratar da representação de uma função quadrática ao utilizarem o termo contido no menu de criação do *SimCalc* para nomearem o tipo de função. Consideramos mais importante ainda o fato dos valores que compuseram a resposta serem oriundos da leitura do movimento do ator na Janela do Mundo, trazidos ainda na ordem em que ocorreram na representação dinâmica da função  $f(x) = 3 \cdot (x)^2 - 3$ .

Assim como nos trabalhos de Healy e Sinclair (2007), nos deparamos com os *Modos de Pensamento Narrativo e Paradigmático* de Bruner (2001) durante a representação de função por meio do movimento de um ator. Segundo Bruner (1969), a narrativa funciona como uma ferramenta organizadora das experiências, e em nossos trabalhos encontramos elementos dos *Modos de Pensamento* nos diálogos dos participantes e nas anotações feitas nas Fichas de Atividades. *O Modo de Pensamento Paradigmático* acontece baseado no pensamento científico, no qual quem o usa busca validar suas ideias em teorias, enquanto o *Modo de Pensamento Narrativo* ocorre sem o compromisso de uma justificativa lógico-científico para sua interpretação.

Mais adiante, ainda sem terem acessado a representação gráfica da função, os participantes descreveram novamente, agora por meio de um diálogo com claros elementos dos *Modos de Pensamento* de Bruner (2001), as características do movimento do ator que estão relacionadas a essa função quadrática, conforme o excerto a seguir:

Alexandre: Quando **ela** vai pousar na Terra ele faz um leve movimento de parada, né.

Valdir: É então, **ele** tem uma desaceleração, né.

Alexandre: **Ele** tem uma desaceleração, isso!

Valdir: Quer ver ó.

Alexandre: Diminuiu, diminuiu, diminuiu ...

Valdir: Schuuuhhhh!!! No caso aqui é uma parábola, né!

Alexandre: Seria uma parábola?

Valdir: É! Sim uma parábola! Vamos ver qual função que é. Álgebra não visível.

Fonte: Renk (2016, p. 93)

Todos os elementos desse diálogo que indicam a variação de velocidade do ator podem ser relacionados à representação de uma função quadrática, assim como a identificação do ponto de mínimo com a troca de sentido no movimento do ator. Em nosso trabalho chamamos de personificação a ação dos participantes de fazerem referência ao ator utilizando um pronome pessoal “ele”, o que julgamos significar que o aluno incorporou para si uma forma íntima de se relacionar com o ator da representação dinâmica. Quando acessaram a representação gráfica da função, que entendemos como uma representação mais familiar aos alunos quando comparada com a representação dinâmica, eles reafirmaram a descrição das características do movimento que os levaram às conclusões anteriormente obtidas por meio da leitura na escala da Janela do Mundo sobre os pontos de máximo e de mínimo dessa função.

Alexandre: **Ele** sai de um ponto de máximo para um ponto de mínimo.

Valdir: Isso.

Alexandre: **Ele** sai de um ponto de máximo para um ponto de mínimo.

Valdir: Voltando ao ponto máximo novamente. Ponto máximo novamente positivo, né.

Alexandre: Voltando ao máximo novamente, não é isso?

Valdir: Isso!

Fonte: Renk (2016, p. 96)

Por se tratar de uma função quadrática, a representação gráfica levou-os a se referirem imediatamente aos maiores e aos menores valores dessa função. Entendemos que os estudos de pontos de máximos e de mínimos acontecem claramente quando o objeto matemático é uma função quadrática.

Na Atividade 3 (RENK, 2016), as análises foram feitas em um primeiro momento com base na representação gráfica da função  $f(x) = \cos \cdot (4 \cdot x) + 1$ , representada no intervalo  $[0;+5]$ . Em seguida, as análises foram acompanhadas pelo movimento de um foguete (ator) na Janela do Mundo do *SimCalc*. Três grupos de alunos concluíram a Atividade 3 e somente um deles fez referência aos ciclos representados por essa função. Não houve elementos que indicassem o reconhecimento dos valores de máximo e de mínimo dessa função. Em seu trabalho, Sales (2008) destacou dois aspectos da narrativa de Bruner (2001) que talvez tenham faltado nesta atividade:

comportamento excepcional na representação gráfica e surpresa do estudante ao se deparar com um comportamento desconhecido. O movimento do foguete ocorreu, nessa atividade, com subidas e descidas regulares, representando os ciclos dessa função trigonométrica.

Entendemos que uma nova atividade poderia ser acompanhada de perguntas mais específicas sobre os pontos de maior e de menor valor representados pelo movimento do ator na Janela do Mundo do software *SimCalc*.

Na Atividade 6, as análises e considerações foram somente respaldadas pelas observações do movimento do ator na forma de um “palhaço” andando na Janela do Mundo do *SimCalc*. Representamos nessa atividade uma função polinomial de quarto grau definida algebricamente por  $f(x) = 2 \cdot (x)^4 + 2 \cdot (x)^3 - 22 \cdot (x)^2 - 18 \cdot x + 36$ , no intervalo  $[-5, +5]$ . A partir dessa atividade até as finais, nossa intenção foi a de trabalharmos com perguntas que mais explicitamente fizessem referência às características das funções representadas, sem solicitar do aluno que encontrasse uma lei algébrica.

Dos cinco grupos de alunos que concluíram essa atividade, consideramos quatro em nossas análises, dos quais apenas um grupo nos deu elementos de que identificaram que a representação dinâmica indicava a ocorrência de quatro raízes. Nessa atividade todos os grupos de participantes indicaram o maior e o menor valor representados por meio da Janela do Mundo do *SimCalc*, até mesmo porque havia perguntas diretas na ficha dessa atividade que exigiam essa leitura, como podemos observar na Figura 3.

6. Dentro do intervalo apresentado na animação, qual é o maior valor que essa função atinge?

O maior valor mostrado é o 900.

7. E o menor?

-50

Figura 3: Identificação de valores de máximo e mínimo

Fonte: Renk (2016)

Com esse modo de apresentação das questões, conseguimos que os participantes buscassem na representação dinâmica da função as ideias de máximos e mínimos.

Assim como na Atividade 6, na Atividade 7 (RENK, 2016), disponibilizamos somente a representação dinâmica da função trigonométrica  $f(x) = 0,5 \cdot [\cos \cdot (5 \cdot$

x)] , representada no intervalo  $[0,+5]$ . Porém, nessa atividade, tínhamos um foguete percorrendo uma escala vertical para representar essa função, e, das cinco equipes que concluíram essa atividade, duas reconheceram os maiores e os menores valores dessa função no intervalo estudado. Na Ficha de Atividade 6, que orientava as ações dos participantes, havia perguntas diretas sobre os intervalos de crescimento e decréscimo, além de referência direta aos pontos em que ocorreriam o valor de máximo e de mínimo dessa função. Na Figura 4, trazemos termos utilizados pelos alunos para descrever os pontos de máximo e de mínimo de funções.

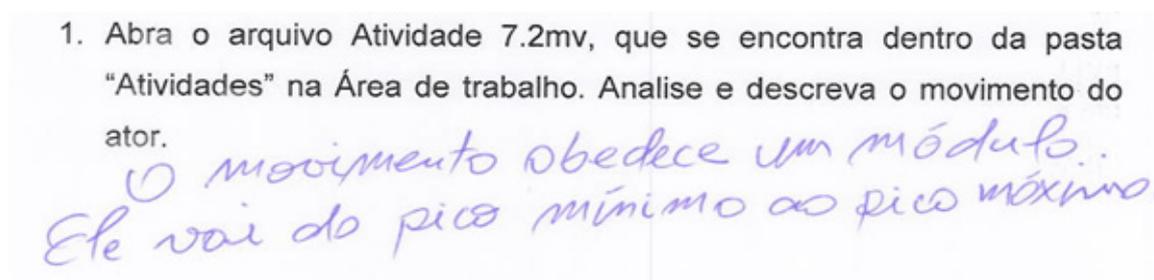


Figura 4: Descrição dos pontos de máximo e de mínimo

Fonte: Renk, 2016, p. 133.

Aparentemente, o termo “módulo” empregado está relacionado ao padrão de subidas e descidas do ator durante a representação dessa função trigonométrica. Porém, em nenhum instante ao comportamento cíclico da função foi explicitamente dito pelos integrantes desse grupo. O termo “pico” foi empregado para identificar um ponto de máximo valor e um de mínimo, como podemos encontrar em livros didáticos de Ensino Médio.

Na Atividade 8 (RENK, 2016) também trabalhamos com a representação dinâmica e não convencional de funções para a análise do seu comportamento e de suas características. A diferença é que nela trabalhamos com dois “foguetes” como atores, com cada um representando uma função, ambas simétricas em relação ao eixo  $x$ . Utilizamos as funções  $f(x) = 3 \cdot (x)^2 + 30$  e  $g(x) = -3 \cdot (x)^2 - 30$ , representadas simultaneamente e ambas no intervalo de  $[-5,+5]$ . Das quatro duplas que concluíram essa atividade, duas identificaram os maiores e os menores valores de cada função. Na Figura 5 temos uma descrição das características dessas funções baseadas nos movimentos dos atores.

4. Observe o comportamento dos atores com relação aos intervalos de crescimento e decrescimento e os descreva, observando o tempo em que ocorrem em cada um deles.

*Nos intervalos  $-3$  a  $0$  o ator de cima faz um movimento decrescente e o ator de baixo faz um movimento crescente, depois os movimentos se invertem quando o intervalo passa a ser de zero a cinco*

Figura 5: Descrição das características da função

Fonte: Renk, 2016, p. 141.

Percebemos uma leitura do movimento dos atores amparada tanto pela escala do mundo (o conjunto imagens das funções) como pelo “Relógio” do Menu animação (o domínio das funções). Entendemos que essas duas leituras dos respectivos parâmetros dos conjuntos que formam a função, juntamente com a percepção da mudança de velocidade dos atores que representam as funções na Janela do Mundo do *SimCalc*, são os indicativos que podem levar a conjectura da lei dessa função.

## CONCLUSÕES

Nosso estudo buscou pelas contribuições do uso do software *SimCalc* associado ao ensino de funções, de modo que o reconhecimento do comportamento dessas funções florescesse da leitura de uma representação que consideramos como não convencional de funções, a representação dinâmica. Dessa forma, conseguimos retirar o aluno de sua zona de conforto e levá-lo a repensar o seu modo de olhar para o comportamento de funções, e conseqüentemente a maneira de identificarem os valores de máximo e de mínimo das funções nos intervalos em que estavam representadas. Identificar esses valores em uma escala que norteia o movimento de um ator, muitas vezes tendo que associar essa leitura a uma troca de sentido do movimento, levou os alunos a uma forma diferente de interpretar essas características de funções.

Temos elementos de amadurecimento do uso da representação dinâmica de funções, no que se refere à leitura dos parâmetros dos conjuntos que compõem a função, assim como das características do movimento do ator que nos traz elementos que indicam o tipo de função representada.

Em nosso estudo, trabalhamos com essa forma de representação de funções por meio da Janela do Mundo do software *SimCalc*. As leituras dos parâmetros relacionados à análise das funções estudadas foram encontradas de forma abrangente, de modo

que esses parâmetros não eram considerados isoladamente e sim com uma leitura oriunda da simultaneidade da leitura do conjunto domínio, com a do conjunto imagem e também com as percepções das características do movimento do ator, elementos esses que contribuíram para as conclusões dos participantes sobre as funções estudadas.

Reafirmamos que os conceitos de cálculos podem chegar a um público mais jovem e dar novos olhares para os conceitos associados ao estudo de funções, ou seja, é possível colocar diante de crianças conceitos elaborados dos estudos de funções sem dizer que estamos estudando funções, e, ainda mais, dizer apenas que estamos olhando um “foguetinho” indo e vindo no espaço, um carro levando a família para passeios, pessoas indo e vindo em suas rotinas, etc., com as possibilidades se esgotando de acordo com a criatividade dos usuários dessa ferramenta.

Entendemos também que a representação dinâmica de funções pode ser levada para outros conceitos relacionados com o estudo de funções, assim como Imafuko (2018) fez como no estudo de imagem de conceito de derivadas.

## REFERÊNCIAS

- BRUNER, J. S. **Uma Nova Teoria de Aprendizagem**. Tradução de Norah Levy Ribeiro. 2º. ed. [S.l.]: Bloch, 1969.
- BRUNER, J. S. **A Cultura da Educação**. Tradução de Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. **Design experiments in education research**. *Educational Researcher*, v. 32, n. 1, p. 913, 2003.
- HEGEDUS, S. J.; PENUEL, W. **Studying new forms of participation and identity in mathematics classrooms with integrated communication and representational infrastructures**. *Educ Stud Math*, p. 13, 2008. ISSN DOI 10.1007/s10649-008-9120x. Acesso em: 2015.
- IMAFUKO, R. S. **O uso dos softwares SimCalc e Geogebra para o enriquecimento da imagem de conceito de derivada**. Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo. 2018.
- LULU, H.; SINCLAIR, N. **If this is our mathematics, what are our stories?** Published online: 20 February 2007 Springer Science+Business Media B.V. 2007
- PEREIRA, J. C. **O Conceito de Função: A Utilização do Software SimCalc e as Narrativas Apresentadas por Alunos de Licenciatura em Matemática**. Universidade Bandeirante Anhanguera. São Paulo. 2013.
- RENK, P. R. **Narrativas produzidas a partir de representações dinâmicas: O software SimCalc e a análise do comportamento de funções**. Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo. 2016.
- SALES, C. O. R. **Explorando Função Através de Representações Dinâmicas: Narrativas de Estudantes do Ensino Médio**. Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo. 2008.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES** Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-349-1

