

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 2

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

 **Atena**
Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Educação Matemática e suas Tecnologias 2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^a Dr^a Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^a Dr^a Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof^a Dr^a Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^a Dr^a Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^a Dr^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^a Dr^a Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.^a Dr.^a Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof.^a Dr.^a Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Dr.^a Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.^a Dr.^a Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof.^a Dr.^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof.^a Dr.^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof.^a Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.^a Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E24	Educação matemática e suas tecnologias 2 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 2) Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-348-4 DOI 10.22533/at.ed.484192405 1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2. Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêm contribuir de maneira muito significativa para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõem estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
O ALGORITMO ESPECTRAL COMO ALTERNATIVA AO ALGORITMO K-MEANS EM CONJUNTO DE DADOS ARTIFICIAIS	
Luciano Garim Garcia Leonardo Ramos Emmendorfer	
DOI 10.22533/at.ed.4841924051	
CAPÍTULO 2	16
NOVAS RELAÇÕES NA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO DA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE PASCAL	
Arquimedes José De Araújo Paschoal Ricardo Menezes Campello De Souza Hélio Magalhães De Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.4841924052	
CAPÍTULO 3	24
ALGORITMOS RÁPIDOS PARA O CÁLCULO DA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE PASCAL	
Arquimedes José De Araújo Paschoal Ricardo Menezes Campello De Souza	
DOI 10.22533/at.ed.4841924053	
CAPÍTULO 4	32
ANÁLISE DE CÁLCULO DIFERENCIAL USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	
Amanda Barretos Lima Garuth Brenda Anselmo Mendes Isabela Geraldo Reghin Rosângela Teixeira Guedes	
DOI 10.22533/at.ed.4841924054	
CAPÍTULO 5	46
DEFLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SOLUÇÃO ANALÍTICA E NUMÉRICA VIA MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	
Mariana Coelho Portilho Bernardi Adilandri Mércio Lobeiro Jeferson Rafael Bueno Thiago José Sepulveda da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.4841924055	
CAPÍTULO 6	57
MODELO MATEMÁTICO PARA AUXILIAR O PLANEJAMENTO DA MANUTENÇÃO PREVENTIVA DE MOTORES ELÉTRICOS	
Thalita Monteiro Obal Jonatas Santana Obal	
DOI 10.22533/at.ed.4841924056	

CAPÍTULO 7	64
PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO E SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE FLUXO EM AQUÍFERO CONFINADO	
João Paulo Martins dos Santos Alessandro Firmiano de Jesus Edson Wendland	
DOI 10.22533/at.ed.4841924057	
CAPÍTULO 8	83
RESONANT ORBITAL DYNAMICS OF CBERS SATELLITES	
Jarbas Cordeiro Sampaio Rodolpho Vilhena de Moraes Sandro da Silva Fernandes	
DOI 10.22533/at.ed.4841924058	
CAPÍTULO 9	91
TESTES ADAPTATIVOS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL	
Patrícia Liane Grudzinski da Silva Claudia Lisete Oliveira Groenwald	
DOI 10.22533/at.ed.4841924059	
CAPÍTULO 10	104
LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO POR ANÁLISE DE SINAIS TRANSITÓRIOS DE TENSÃO	
Danilo Pinto Moreira de Souza Eliane da Silva Christo Aryfrance Rocha Almeida	
DOI 10.22533/at.ed.48419240510	
CAPÍTULO 11	116
MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE FUMAGINA CAUSADA POR MOSCA-BRANCA EM CULTURAS AGRÍCOLA	
Gustavo Henrique Petrolí Norberto Anibal Maidana	
DOI 10.22533/at.ed.48419240511	
CAPÍTULO 12	133
LOS SUBNIVELES DE DESARROLLO DEL ESQUEMA DE DERIVADA: UN ESTUDIO EXPLORATORIO EN EL NIVEL UNIVERSITARIO	
Claudio Fuentealba Edelmira Badillo Gloria Sánchez-Matamoros Andrea Cárcamo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240512	
CAPÍTULO 13	143
OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE PARA A MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS	
Márcio Aurélio da Silva Fran Sérgio Lobato Aldemir Ap Cavalini Jr Valder Steffen Jr	
DOI 10.22533/at.ed.48419240513	

CAPÍTULO 14	156
SEQUÊNCIAS: INTERVALARES E FUZZY	
Gino Gustavo Maqui Huamán	
Ulcilea Alves Severino Leal	
Geraldo Nunes Silva	
DOI 10.22533/at.ed.48419240514	
CAPÍTULO 15	164
VALIDAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS PARA O ESCOAMENTO DE GRÃOS DE SOJA	
Rodolfo França de Lima	
Vanessa Faoro	
Manuel Osório Binelo	
Dirceu Lima dos Santos	
Adriano Pilla Zeilmann	
DOI 10.22533/at.ed.48419240515	
CAPÍTULO 16	181
TAREAS DE GENERALIZACIÓN POR INDUCCIÓN PARA FORMAR EL CONCEPTO DE POTENCIA	
Landy Sosa Moguel	
Guadalupe Cabañas-Sánchez	
Eddie Aparicio Landa	
DOI 10.22533/at.ed.48419240516	
CAPÍTULO 17	192
SINCRONISMO EM UM NOVO MODELO METAPOPOPULACIONAL COM TAXA DE MIGRAÇÃO INDEPENDENTE DA DENSIDADE	
Francisco Helmuth Soares Dias	
Jacques Aveline Loureiro da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.48419240517	
CAPÍTULO 18	199
SIMULAÇÃO 3D DO FLUXO DE AR DE UM SISTEMA REAL DE ARMAZENAGEM DE GRÃOS	
Vanessa Faoro	
Rodolfo França de Lima	
Aline Tampke Dombrowski	
Manuel Osório Binelo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240518	
CAPÍTULO 19	207
CONTROLE ÓTIMO DO FLUXO DE ÁGUA EM UMA FÔRMA DE GELO	
Xie Jiayu	
João Luis Gonçalves	
DOI 10.22533/at.ed.48419240519	
CAPÍTULO 20	213
CÓDIGOS CÍCLICOS DEFINIDOS POR ANULAMENTO	
Conrado Jensen Teixeira	
Osnel Broche Cristo	
DOI 10.22533/at.ed.48419240520	

CAPÍTULO 21	216
ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE DISPERSÃO DE UM CONTAMINANTE COM TRANSFORMAÇÕES INTEGRAIS E INFERÊNCIA BAYESIANA	
Bruno Carlos Lugão	
Diego Campos Knupp	
Pedro Paulo Gomes Watts Rodrigues	
Antônio José da Silva Neto	
DOI 10.22533/at.ed.48419240521	
CAPÍTULO 22	225
ANÁLISE WAVELET DE TACOGRAMAS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS	
Ronaldo Mendes Evaristo	
Kelly Cristiane Iarosz	
Silvio Luiz Thomaz de Souza	
Ricardo Luiz Viana	
Moacir Fernandes de Godoy	
Antonio Marcos Batista	
DOI 10.22533/at.ed.48419240522	
CAPÍTULO 23	235
CONSTRUÇÃO DE UM AEROMODELO DE MACARRÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA E FÍSICA	
Alissan Sarturato Firão	
Ernandes Rocha de Oliveira	
Zulind Luzmarina Freitas	
DOI 10.22533/at.ed.48419240523	
SOBRE O ORGANIZADOR	239

CONTROLE ÓTIMO DO FLUXO DE ÁGUA EM UMA FÔRMA DE GELO

Xie Jiayu

UTFPR – Departamento Acadêmico de
Engenharia Eletrônica
Curitiba – PR

João Luis Gonçalves

UTFPR – Departamento Acadêmico de
Matemática
Curitiba – PR

RESUMO: Este trabalho trata da modelagem do preenchimento de uma fôrma de gelo com água. Desejamos que esse preenchimento seja eficiente. A eficiência pode significar minimizar o desperdício de água ou minimizar o tempo necessário para encher a fôrma, entre outras possibilidades. Os resultados mostraram-se condizentes, uma vez que já havíamos previsto os comportamentos de cada compartimento teoricamente.

PALAVRAS-CHAVE: Controle Ótimo; Otimização; Modelagem Matemática; Cálculo Numérico; Bocop.

ABSTRACT: This work deals with the modeling of the filling of an ice mold with water. We hope this filling is efficient. Efficiency can mean minimizing waste of water or minimizing the time needed to fill the mold, among other possibilities. The results were consistent, since we had already predicted the behavior of each

compartment theoretically.

KEYWORDS: Optimal Control; Optimization; Mathematical Modeling; Numerical Calculus; Bocop.

1 | INTRODUÇÃO

Neste trabalho elegemos um problema modelo para aplicar os conceitos estudados na área de cálculo numérico. O problema escolhido pode ser sintetizado na questão “Como encher uma fôrma de gelo de forma ótima?”. Observa-se que essa postura, estudar temas de cálculo numérico conforme a necessidade de um problema modelo de controle ótimo, implica na necessidade de instruir-se em outros temas, como por exemplo modelagem matemática de fenômenos, implementação computacional e otimização, ainda que de forma menos aprofundada.

Tratamos esse problema integralmente, desde sua descrição/modelagem até a aproximação numérica da solução. As duas principais ferramentas computacionais usadas para resolver o problema foram o *Mathematica* e o *Bocop*.

2 | OBJETIVOS

- Modelar o preenchimento de uma fôrma com água.
- Estabelecer um funcional que quantifique a eficiência do procedimento.
- Formular o problema de controle ótimo associado ao problema modelo.
- Estudar e aplicar métodos de cálculo numérico.

3 | MODELO

O fenômeno que vamos descrever é o enchimento com água de uma fôrma de gelo retangular de 6 compartimentos de dimensões $1 \times 1 \times 1$, como a da Figura 1. Para modelar o fenômeno, vamos fazer algumas suposições simplificadoras. Considerando a fôrma com os compartimentos enumerados como na Figura 2, supomos que a água será adicionada apenas pelo compartimento 1, entrando a uma taxa constante igual a 1 e que a diagonal d da fôrma seja inclinada α graus em relação ao plano horizontal, sendo o compartimento 1 o mais alto.



Figura 1: Exemplo de fôrma de gelo.

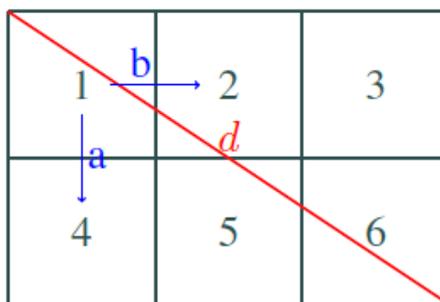


Figura 2: Esboço da fôrma de gelo com seus respectivos cubos enumerados e a diagonal d .

Supomos ainda que a água não muda de compartimento através da direção diagonal do compartimento, por exemplo, na Figura 2, a água que sai de 1 vai para 2 e 4, conforme setas em azul, mas não vai para 5. Essa suposição não é realística, mas simplifica bastante a dinâmica do modelo. Como único controle sobre o fenômeno, vamos permitir que a fôrma seja rotacionada $\theta(t)$ graus em torno de d , com $\theta_0 \leq \theta(t) \leq \theta_1$. Note que o volume de água que cada compartimento suporta depende de $\theta(t)$ e

de α , esse volume é chamado de volume de suporte, $V_S(\theta)$, e é igual para todos os compartimentos.

O volume de água no compartimento i no instante de tempo t é dado pela função $V_i(t)$. Como θ também poderá variar ao longo do tempo, definimos a função $\theta(t)$.

Consideramos que a água sai do compartimento i , no instante t , se $V_i(t) > V_S(\theta(t))$ e que a quantidade de água que sai é $V_i(t) - V_S(\theta(t))$. Essa quantidade de água é distribuída em duas direções, as direções indicadas pelas setas a e b na Figura 2. Assumimos que a distribuição depende do ângulo $\theta(t)$, sendo que as direções a e b recebem, respectivamente,

$$a(\theta(t)) [V_i(t) - V_S(\theta(t))] \quad \text{e} \quad b(\theta(t)) [V_i(t) - V_S(\theta(t))].$$

A Figura 3 mostra que as funções a e b são complementares entre si, totalizando 100%, o que é condizente, visto que todo excesso de água deve sair e se distribuir para os compartimentos vizinhos.

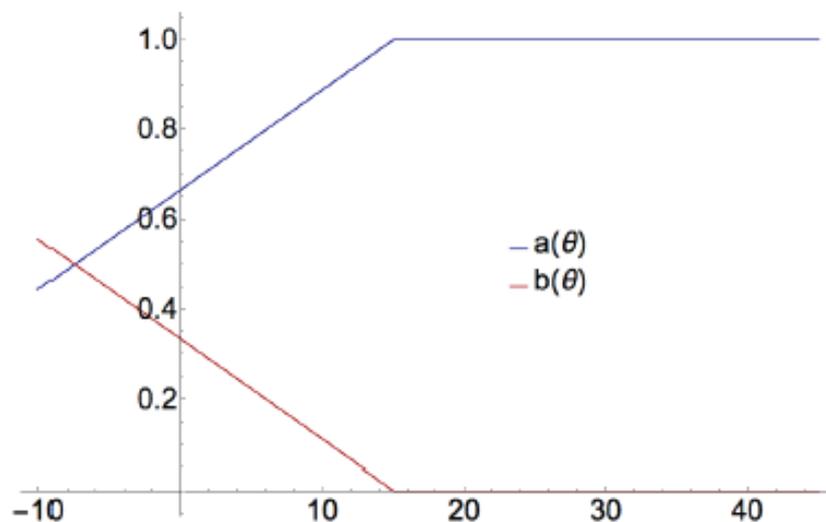


Figura 3: Funções a e b .

Assim, o seguinte conjunto de equações descreve a dinâmica do fluxo de água entre os compartimentos:

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = (E_i(t) - S_i(t)), \quad \text{para } i = 1, \dots, 6.$$

onde

$$D_i(t) = V_i(t) - V_S(t), \quad \text{para } i = 1, \dots, 6 \text{ e } k = 0, \dots, N$$

$$C_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } D_i(t) > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

E as equações de entrada, E_i , e saída, S_i para cada compartimento são:

$$\begin{aligned}
 E_1(t) &= 1; \\
 S_1(t) &= C_1(t) * (E_1(t) + D_1(t)); \\
 E_2(t) &= b(\theta(t)) * S_1(t); \\
 S_2(t) &= C_2(t) * (E_2(t) + D_2(t)); \\
 E_3(t) &= b(\theta(t)) * S_2(t); \\
 S_3(t) &= C_3(t) * (E_3(t) + D_3(t)); \\
 E_4(t) &= a(\theta(t)) * S_1(t); \\
 S_4(t) &= C_4(t) * (E_4(t) + D_4(t)); \\
 E_5(t) &= b(\theta(t)) * S_4(t) + a(\theta(t)) * S_2(t); \\
 S_5(t) &= C_5(t) * (E_5(t) + D_5(t)); \\
 E_6(t) &= b(\theta(t)) * S_5(t) + a(\theta(t)) * S_3(t); \\
 S_6(t) &= C_6(t) * (E_6(t) + D_6(t));
 \end{aligned}$$

A quantidade de água dentro da fôrma de gelo é

$$J(t) = \sum_{i=1}^6 V_i(t)$$

O problema de controle é, então,

$$\max J(t_f)$$

ou, de forma equivalente,

$$\min -J(t_f)$$

sujeito à

$$\begin{aligned}
 \frac{dV_i(t)}{dt} &= E_i(t) - S_i(t), \text{ para } i = 1, \dots, 6. \\
 \theta_0 &\leq \theta(t) \leq \theta_1
 \end{aligned}$$

4 | RESULTADOS E CONCLUSÃO

Os parâmetros definidos para um dos testes consistem em:

- $V_i(0) = 0$ com $i = 1, \dots, 6$
- $-5 \leq \theta \leq 5$
- tempo final: 120
- time steps: 120
- tolerância: 10^{-4}
- Método usado: Gauss 4ª ordem

O comportamento de cada compartimento no decorrer do tempo está apresentado na Figura 4.

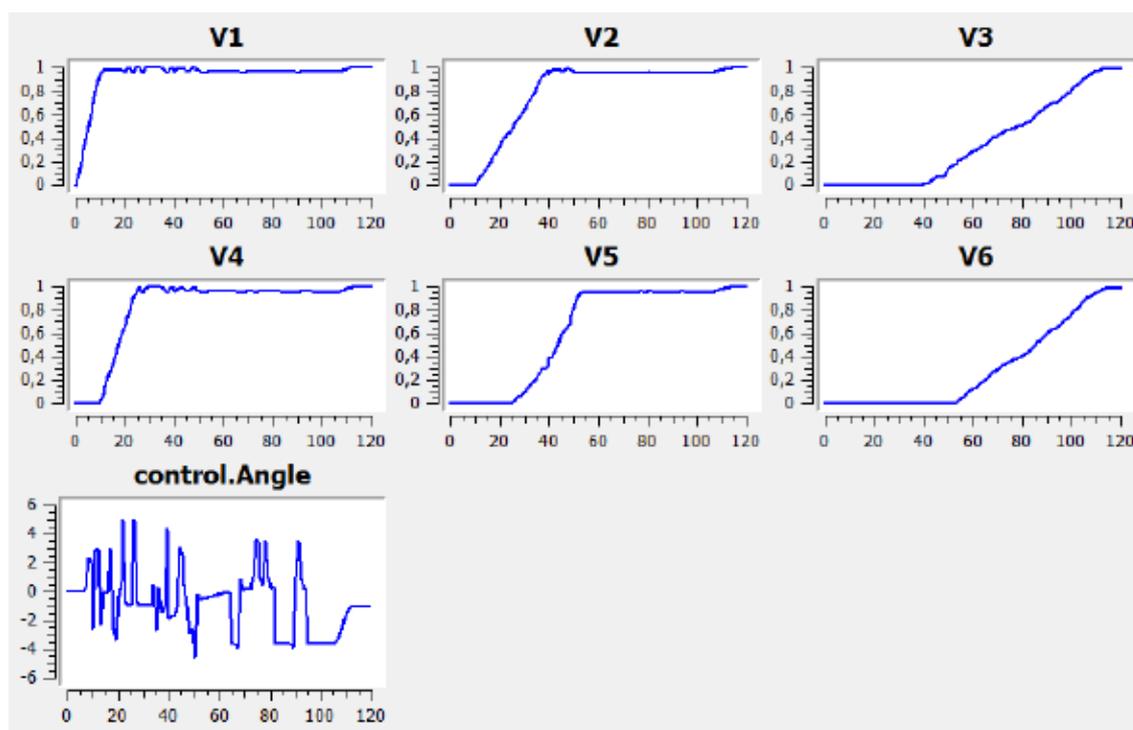


Figura 4: Resultado usando Gauss 4^a ordem.

Resultado obtido (Gauss 4^a ordem): -5,971721

Esse resultado corresponde à fôrma de gelo estar com o volume de 5,971721.

Repetindo-se o experimento, com os mesmos parâmetros, mas usando-se o método de Euler implícito de 1^a ordem, temos um resultado menos próximo do valor teórico:

Resultado obtido (Euler 1^a ordem): -5,967968

Esse resultado corresponde à fôrma de gelo estar com o volume de 5,967968.

Todos os resultados obtidos, apesar de terem convergido, dentro das iterações máximas do Bocop e dentro da tolerância estipulada, não atingem -6. Isso ocorreu devido a uma aproximação do volume de suporte e da inclinação $\alpha \neq 0$ feita inicialmente, impedindo que a capacidade máxima em cada compartimento permaneça igual a 1.

5 | AGRADECIMENTOS

Agradecemos à CAPES pela manutenção da bolsa para que o projeto fosse possível, ao PICME pela oportunidade do curso de verão e aos pesquisadores Professor Dr. Jair Koiller (INMETRO), Professora Dra. Maria Soledad Aronna (FGV) e ao próprio criador do Bocop, Professor Dr. Pierre Martinon (École Polytechnique), pelo apoio técnico com o Bocop.

REFERÊNCIAS

F. Bonnans, D. Giorgi, V. Grélard, S. Maindrault and P. Martinon. **BOCOP - User Guide**. 2014.

M. A. G. Ruggiero and V. L. R. Lopes. **Cálculo Numérico: Aspectos teóricos e computacionais**. Pearson Makron Books, São Paulo, 1996.

N. F. Valle, **Métodos Numéricos de Euler e Runge-Kutta**, tese de monografia, UFMG, 2012.

V. M. Becerra and R. K. H. Lopes, **Um tutorial sobre métodos pseudo-espectrais para controle ótimo computacional**, *Revista Controle e Automação*, 21:224--244, 2010.

SOBRE O ORGANIZADOR

FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-348-4

