

**Franciele Bonatto  
Henrique Ajuz Holzmann  
João Dallamuta  
(Organizadores)**

# **Impactos das Tecnologias nas Engenharias 4**



**Franciele Bonatto  
Henrique Ajuz Holzmann  
João Dallamuta**  
(Organizadores)

# **Impactos das Tecnologias nas Engenharias**

**4**

**Atena Editora  
2019**

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Diagramação e Edição de Arte:** Lorena Prestes e Geraldo Alves

**Revisão:** Os autores

### Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

134 Impactos das tecnologias nas engenharias 4 [recurso eletrônico] / Organizadores Franciele Bonatto, Henrique Ajuz Holzmann, João Dallamuta. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Impactos das Tecnologias nas Engenharias; v. 4)

Formato: PDF  
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  
Modo de acesso: World Wide Web  
Inclui bibliografia  
ISBN 978-85-7247-194-7  
DOI 10.22533/at.ed.947191503

1. Engenharia. 2. Inovações tecnológicas. 3. Tecnologia.  
I. Bonatto, Franciele. II. Holzmann, Henrique Ajuz. III. Dallamuta, João.  
CDD 658.5

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)



## APRESENTAÇÃO

Caro leitor(a)

Nesta obra temos um compendio de pesquisas realizadas por alunos e professores atuantes em engenharia e tecnologia. São apresentados trabalhos teóricos e vários resultados práticos de diferentes formas de aplicação e abordagens de simulação, projetos e caracterização no âmbito da engenharia e aplicação de tecnologia.

Tecnologia é o pilar mais importante da engenharia. Os profissionais que se dedicam a pesquisa e desenvolvimento de novos produtos e processos não estão preocupados com todos os aspectos da tecnologia, mas com a tecnologia existente, bem como com a tecnologia futura considerada viável. Uma visão ampla de tecnologia é portanda fundamental para engenheiros. É esta amplitude de áreas e temas que procuramos reunir neste livro.

De abordagem objetiva, a obra se mostra de grande relevância para graduandos, alunos de pós-graduação, docentes e profissionais, apresentando temáticas e metodologias diversificadas, em situações reais

Aos autores, agradecemos pela confiança e espírito de parceria.

Boa leitura

Franciele Bonatto  
Henrique Ajuz Holzmann  
João Dallamuta

# Tecnologia e Engenharia em Foco

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
<b>ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO TÉRMICO DO SISTEMA DE UM FREIO</b>	
<i>Franklin Lacerda de Araújo Fonseca Júnior</i> <i>David Domingos Soares da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915031</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>9</b>
<b>DETERMINAÇÃO E AVALIAÇÃO DA DUREZA E DA MICROESTRUTURA DO AÇO AISI 5160 NA CONDIÇÃO PADRÃO E ESFEROIDIZADO</b>	
<i>Anelise Pereira da Silva</i> <i>Suelen de Fátima Felisberto</i> <i>Amir Rivaroli Junior</i> <i>Cristina de Carvalho Ares Elisei</i> <i>Jorge Luiz Rosa</i> <i>Sérgio Roberto Montoro</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915032</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>17</b>
<b>INOVAÇÕES EM BROCA: UTILIZAÇÃO DE JATO DE ÁGUA COM ALTO CONTEÚDO ENERGÉTICO E ALARGADORES MECÂNICOS COMO PRINCÍPIO DE ESCAVAÇÃO</b>	
<i>Rafael Pacheco dos Santos</i> <i>Lidiani Cristina Pierri</i> <i>Jair José dos Passos Junior</i> <i>Anderson Moacir Pains</i> <i>Marcos Aurélio Marques Noronha</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915033</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>25</b>
<b>ESTUDO DE UM CONTROLADOR DE UM BRAÇO ROBÓTICO COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE COM BASE EM LMI</b>	
<i>Márcio Roberto Covacic</i> <i>Ruberlei Gaino</i> <i>Cesar Capobianco</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915034</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>33</b>
<b>INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA POTÊNCIA DE SOLDAGEM NO PROCESSO DE SOLDAGEM A LASER NO AÇO BLAR</b>	
<i>Ana Paula Alves de Oliveira</i> <i>Francisco Cardoso de Melo Junior</i> <i>Amir Rivaroli Junior</i> <i>Emerson Augusto Raymundo</i> <i>João Maurício Godoy</i> <i>Marcelo Bergamini de Carvalho</i> <i>Sérgio Roberto Montoro</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915035</b>	

<b>CAPÍTULO 6 .....</b>	<b>42</b>
<b>IMPLEMENTAÇÃO DE UMA TÉCNICA DE CONTROLE PREDITIVO NÃO LINEAR PRÁTICA NO ACIONAMENTO DE UM MOTOR CC</b>	
<i>Cleber Asmar Ganzaroli</i>	
<i>Douglas Freire de Carvalho</i>	
<i>Luiz Alberto do Couto</i>	
<i>Rafael Nunes Hidalgo Monteiro Dias</i>	
<i>Wesley Pacheco Calixto</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915036</b>	
<b>CAPÍTULO 7 .....</b>	<b>55</b>
<b>IMPLEMENTAÇÃO DE SISTEMA DE PRESENÇA USANDO LEITOR CCD E CRIPTOGRAFIA NO MODELO DE CIFRA DE VIGÊNERE</b>	
<i>Éric Dias Souza</i>	
<i>Victor Francisco Rigolo Fernandes de Almeida</i>	
<i>Wagner dos Santos Clementino de Jesus</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915037</b>	
<b>CAPÍTULO 8 .....</b>	<b>61</b>
<b>MODELAGEM DINÂMICA E CONTROLE PID DE MANIPULADORES ROBÓTICOS COM APLICAÇÃO NO ROBÔ DENSO VP6242G</b>	
<i>Leonardo Augusto Arruda</i>	
<i>Márcio Roberto Covacic</i>	
<i>Ruberlei Gaino</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915038</b>	
<b>CAPÍTULO 9 .....</b>	<b>81</b>
<b>MODELAGEM CINEMÁTICA E SIMULAÇÃO 3D DO MANIPULADOR INDUSTRIAL DENSO VP6242G</b>	
<i>Giovani Augusto de Lima Freitas</i>	
<i>Márcio Roberto Covacic</i>	
<i>Ruberlei Gaino</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.9471915039</b>	
<b>CAPÍTULO 10 .....</b>	<b>103</b>
<b>PROGRAMAÇÃO LÓGICA INDUTIVA APLICADA À COMPUTAÇÃO MUSICAL: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA</b>	
<i>Clenio Batista Gonçalves Junior</i>	
<i>Murillo Rodrigo Petrucelli Homem</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.94719150310</b>	
<b>CAPÍTULO 11 .....</b>	<b>119</b>
<b>ANÁLISE DA MICROESTRUTURA DO FERRO FUNDIDO FC 250 SOB EFEITO DA CORROSÃO EM SOLUÇÃO ÁCIDA</b>	
<i>Lariane Ferreira Sena</i>	
<i>Rafaela Cunha dos Reis</i>	
<i>Aline Alcamin Monteiro</i>	
<i>Paula Luisa Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.94719150311</b>	

**CAPÍTULO 12 ..... 130**

**SÍNTESE E CARACTERIZAÇÃO DE CÉRIA DOPADA COM GADOLÍNIA E CO-DOPADA COM ÓXIDO DE COBRE**

*Raquel Rodrigues do Nascimento Menezes  
Thamyscira Herminio Santos da Silva  
Allan Jedson Menezes de Araújo  
Erik Benigno Grisi de Araújo Fulgêncio  
Lizandra Fernanda Araújo Campos  
Ricardo Peixoto Suassuna Dutra  
Daniel Araújo de Macedo*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150312**

**CAPÍTULO 13 ..... 146**

**CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA E MICROESTRUTURAL DE LIGAS CU-AL-MN PASSÍVEIS DO EFEITO MEMÓRIA DE FORMA ENVELHECIDAS**

*Marcos Barbosa Dos Anjos Filho  
Carlos Cássio de Alcântara  
José Joelson de Melo Santiago*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150313**

**CAPÍTULO 14 ..... 153**

**INFLUÊNCIA DE DIFERENTES CONCENTRAÇÕES DO ADITIVO DE CARBONO MICROGRAF® 9930MA NA CAPACIDADE C-20 DA PLACA NEGATIVA DE BATERIAS CHUMBO-ÁCIDO**

*Lucas Carvalho Santana  
André Castilho dos Santos  
Cynthia Mayara de Carvalho  
Gilberto Augusto de Oliveira Brito  
Christiano Jorge Gomes Pinheiro*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150314**

**CAPÍTULO 15 ..... 162**

**DETERMINAÇÃO DE SÓLIDOS TOTAIS EM SUSPENSÃO NA ÁGUA PRODUZIDA: UMA ANÁLISE A PARTIR DE UMA PRÁTICA LABORATORIAL**

*Raul José Alves Felisardo  
Gabriela Menezes Silva  
César de Almeida Rodrigues*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150315**

**CAPÍTULO 16 ..... 168**

**ADSORÇÃO DO CORANTE AZUL DE METILENO PELO BAGAÇO DE BUTIÁ PARA O TRATAMENTO DE EFLUENTES**

*Luciana Machado Rodrigues  
Vanessa Rosseto  
Clarissa Ferreira Pin  
Ethielle Bordignon de Carvalho Prestes*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150316**

**CAPÍTULO 17 ..... 176**

**DESENVOLVIMENTO, CARACTERIZAÇÃO E APLICAÇÃO DE UM NOVO ADSORVENTE DE BAIXO CUSTO NA ADSORÇÃO E DESSORÇÃO MONO E MULTICOMPONENTE DE METAIS PESADOS EM COLUNA DE LEITO FIXO**

*Gabriel André Tochetto*  
*Danieli Brandler*  
*Deisy Maria Memlak*  
*Francine Caldart*  
*Gean Delise L. P. Vargas*  
*Cleuzir da Luz*  
*Joceane Pigatto*  
*Adriana Dervanoski*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150317**

**CAPÍTULO 18 ..... 187**

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO COMPLEXO OXALATO DE NIÓBIO NA OBTENÇÃO DE BIODIESEL SOB VIA METÁLICA**

*Rayane Ricardo da Silva*  
*Carlson Pereira de Souza*  
*Tiago Fernandes Oliveira*  
*Maria Veronilda Macedo Souto*  
*Angelinne Costa Alexandrino*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150318**

**CAPÍTULO 19 ..... 195**

**ANÁLISE DA COMPATIBILIDADE ENTRE RESÍDUO OLEOSO DA INDÚSTRIA DE E & P DE PETRÓLEO E CIMENTO PORTLAND PARA UTILIZAÇÃO EM CONCRETO**

*Yane Coutinho Lira*  
*Fernanda Cavalcanti Ferreira*  
*Romildo Alves Berenguer*  
*Rodrigo Mendes Patrício Chagas*  
*Ana Maria Gonçalves Duarte Mendonça*  
*Milton Bezerra das Chagas Filho*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150319**

**CAPÍTULO 20 ..... 205**

**RETENÇÃO DE ÍONS METÁLICOS DE COBRE E ZINCO EM CASCA DE MARACUJÁ AMARELO**

*Bianca de Paula Ramos*  
*Rosane Freire Boina*

**DOI 10.22533/at.ed.94719150320**

**SOBRE OS ORGANIZADORES..... 217**



## MODELAGEM CINEMÁTICA E SIMULAÇÃO 3D DO MANIPULADOR INDUSTRIAL DENSO VP6242G

### **Giovani Augusto de Lima Freitas**

Universidade Estadual de Londrina, Departamento  
de Engenharia Elétrica  
Londrina – PR

### **Márcio Roberto Covacic**

Universidade Estadual de Londrina, Departamento  
de Engenharia Elétrica  
Londrina – PR

### **Ruberlei Gaino**

Universidade Estadual de Londrina, Departamento  
de Engenharia Elétrica  
Londrina – PR

**RESUMO:** Compreender, estruturar e implementar modelos matemáticos que descrevam um manipulador robótico é de suma importância para a modernização da indústria, uma vez que a automatização dos processos industriais tem uma forte dependência direta com o nível de desenvolvimento de estudos acerca dos manipuladores robóticos. Com base nesse contexto, o presente artigo trata da modelagem cinemática (direta, inversa e diferencial) do braço robótico Denso VP6242G, além de simulações computacionais em 3 dimensões do mesmo braço robótico, a fim de facilitar futuras pesquisas que serão desenvolvidas para esse modelo de robô. As modelagens foram todas feitas com auxílio da Robotic Toolbox for MATLAB (Copyright Peter Corke 2017), e os

testes e simulações 3D foram realizadas a partir do software QUARC, da Quanser, e também do MATLAB. Com a modelagem cinemática finalizada, esta foi utilizada para viabilizar um ambiente de simulação do manipulador robótico, principalmente para testes de planejamento de trajetória que tenham como objetivo verificar possíveis singularidades ou riscos de colisão.

**PALAVRAS-CHAVE:** modelagem cinemática; robótica; manipulador industrial.

**ABSTRACT:** Understanding, structuring and implementing mathematical models that describe a robotic manipulator is of paramount importance for the modernization of the industry, since the automation of industrial processes has a strong direct dependence on the level of development of studies on robotic manipulators. Based on this context, this article deals with the kinematic modeling (direct, inverse and differential) of the robotic arm Denso VP6242G, as well as computational simulations in 3 dimensions of the same robotic arm, in order to facilitate future researches that will be developed for this model of robot. The models were all made with the help of the Robotic Toolbox for MATLAB (Copyright Peter Corke 2017), and 3D tests and simulations were carried out from QUARK software, from Quanser, as well as from MATLAB. With the kinematic modeling completed, it was used to make possible a

simulation environment of the robotic manipulator, mainly for trajectory planning tests that aim to verify possible singularities or collision risks.

**KEYWORDS:** kinematic modeling; robotics; industrial manipulator.

## 1 | INTRODUÇÃO

A cinemática é o ramo da mecânica clássica que trata de descrever o movimento de um ou mais corpos sem considerar suas respectivas massas e as forças que atuam no sistema, ou seja, apenas levando em conta posição, velocidade e aceleração (CORKE, 2011).

## 2 | CINEMÁTICA DIRETA

Um manipulador robótico pode ser entendido como uma série de elos conectados por juntas (Figura 1.a), e estas, por sua vez, podem ser prismáticas (Figura 1.b) ou de revolução (Figura 1.c). Cada junta de um braço robótico representa 1 grau de liberdade.

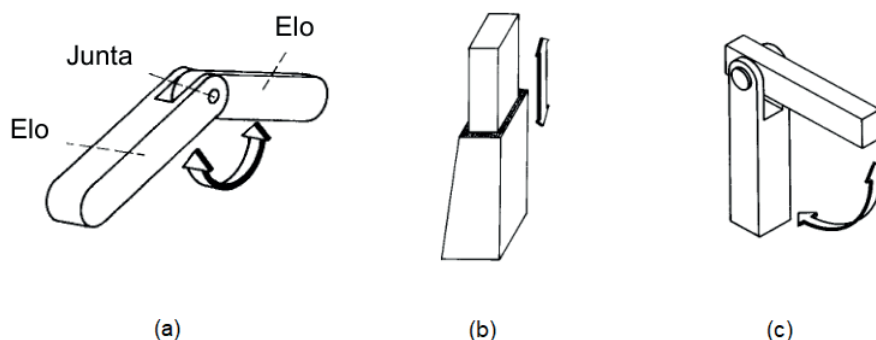


Figura 1: (a) Conexão de elos numa junta. (b) Junta prismática. (c) Junta de revolução.

Fonte: SANTOS, 2004.

Geralmente, uma das pontas, isto é, a base do manipulador ou braço robótico fica fixa em uma superfície, enquanto que a outra ponta (ponteira ou *end effector*), na qual é acoplada a ferramenta, possui movimentação livre e é responsável pela interação com o ambiente. É possível, a partir do posicionamento de cada junta, computar a posição e orientação da ponteira, e a este processo é atribuído o nome de cinemática direta, um campo da cinemática robótica. Matematicamente, pode ser expressa como

$$\xi_E = \mathcal{K}(\mathbf{q}), \quad (1)$$

isto é, a posição do *end effector* é uma função da variável da junta  $\mathbf{q}$ , a qual pode ser um ângulo, se for junta de revolução, ou um comprimento, caso seja junta prismática.

Na prática, cada junta do manipulador deve ser enxergada como um sistema de coordenadas de referência (ou referencial), que possui uma determinada posição

e orientação. Na cinemática direta, o desejo é de saber a posição e orientação do referencial que representa a ponteira do manipulador e, para tanto, é preciso relacioná-lo com outro referencial, que deve ser sempre o da base do manipulador. Matematicamente, o que estabelece essa relação são as chamadas matrizes de transformação, que serão vistas na seção seguinte. A Figura 2 ilustra esse contexto.

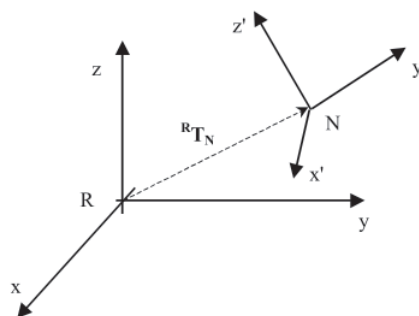


Figura 2: Relação entre dois referenciais cartesianos no espaço.

Fonte: SANTOS, 2004.

Na imagem, é possível observar um referencial R e outro N, que possuem eixos cartesianos  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$ , respectivamente. Além disso,  ${}^R T_N$  é a matriz de transformação que relaciona ambos os sistemas de coordenadas.

A tarefa de descrever um manipulador robótico com vários graus de liberdade por meio das matrizes de transformação que relacionam todas as juntas não é simples. Porém, para viabilizar esse trabalho, Jacques Denavit e Richard Hartenberg elaboraram um caminho sistemático para encontrar 4 parâmetros (usualmente nomeados de parâmetros de Denavit-Hartenberg, ou simplesmente parâmetros D-H) que facilitam a descrição e a construção das matrizes de transformação de um manipulador. Esse método é chamado hoje de notação (ou convenção) Denavit-Hartenberg, e será melhor visto na seção a seguir.

## 2.1 Matrizes de Transformação Homogênea

Antes de realizar uma abordagem mais profunda acerca das matrizes de transformação homogênea, é interessante citar um outro conceito relacionado: transformações geométricas. A movimentação de um ponto num espaço cartesiano é realizado por meio de transformações geométricas, mais especificamente, translações, i.e., passar de uma posição  $\mathbf{q}_1$  para uma posição  $\mathbf{q}_2$  visto do mesmo referencial.

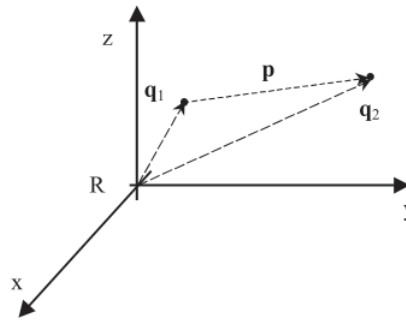


Figura 3: Translação de um ponto, no referencial  $R$ , da posição  $\mathbf{q}_1$  para  $\mathbf{q}_2$ .

Fonte: SANTOS, 2004.

Analisando a Figura 3, é possível tirar que  $\mathbf{p} = \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1$  (SANTOS, 2004), ou seja,

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{2_x} \\ q_{2_y} \\ q_{2_z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_{1_x} \\ q_{1_y} \\ q_{1_z} \end{bmatrix}.$$

O vetor  $\mathbf{p}$  pode ser nomeado como vetor de translação, pois representa o movimento feito de  $\mathbf{q}_1$  até  $\mathbf{q}_2$ .

Uma outra transformação geométrica elementar, além da translação, é a rotação em torno de um eixo. A fim de exemplificar ambas as transformações geométricas básicas, pode-se considerar uma rotação em torno do eixo  $z$ , de um ângulo  $\alpha$ , como sendo dada por  $\mathbf{Rot}(z, \alpha)$ , e uma translação de um valor  $a$  ao longo do eixo  $y$  dada por  $\mathbf{Trans}(y, a)$ . Tal situação pode ser visualizada na Figura 4.

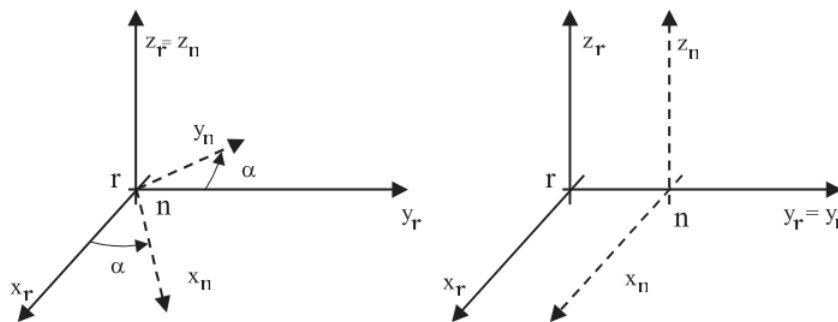


Figura 4: Exemplo de transformações geométricas elementares de rotação e translação ( $\mathbf{Rot}(z, \alpha)$  e  $\mathbf{Trans}(y, a)$ , respectivamente).

Fonte: SANTOS (adaptado), 2004.

Podemos generalizar, de forma matricial, uma transformação geométrica em duas dimensões, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde o vetor  $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$  é o vetor de translação e  ${}^r\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  a matriz

de rotação. Para um caso mais específico em que  ${}^r\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ , a matriz  ${}^r\mathbf{R}_n$  representa uma rotação de 90° (ângulo  $\alpha$  da Figura 4 vale 90°) do referencial  $n$  no plano. Em termos matemáticos, teremos:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_r = -y_n$$

$$y_r = x_n.$$

Ou seja, inserindo valores de coordenadas do referencial  $n$  ( $x_n, y_n$ ), é possível obter quais são estas coordenadas a partir do referencial  $r$ , isto é, ( $x_r, y_r$ ).

Partindo disso, podemos escrever uma matriz de rotação mais geral, cuja demonstração será omitida neste material, mas encontra-se detalhada em (SANTOS, 2004), que é dada por:

$${}^r\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}.$$

Isso mostra que a matriz de rotação transforma uma coordenada do referencial  $n$  para o referencial  $r$ . Todavia, uma representação de transformações geométricas mais compacta e elegante é requerida, a fim de agilizar a execução de algoritmos, uma vez que trabalhar com apenas uma matriz ao invés de uma matriz e um vetor independente é mais vantajoso do ponto de vista computacional. Pensando nisso, uma solução é introduzir termos homogêneos (que não alteram o sistema) e escrever uma matriz que contempla a matriz de rotação e o vetor de translação. Dessa maneira, a Eq. (2) é modificada para:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & p_x \\ c & d & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

As coordenadas resultantes (termo unitário) são denominadas coordenadas homogêneas, e são originadas de um caso particular da definição de coordenadas

homogêneas, isto é, se  $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ , então sua variante homogênea será  $\mathbf{p}_h = \begin{bmatrix} kx \\ ky \\ kz \\ k \end{bmatrix}$ .

Nas abordagens deste material, utiliza-se o caso particular de  $K = 1$ . Com isso, chega-se finalmente à matriz de transformação homogênea para duas dimensões, que é detalhada (em termos de suas componentes) na Figura 5.



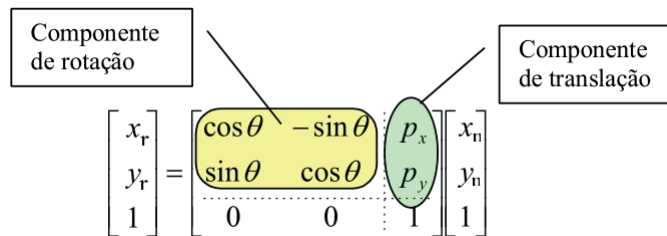


Figura 5: Componentes da matriz de transformação homogênea em duas dimensões.

Fonte: SANTOS (adaptado), 2004.

Entretanto, comumente um trabalho de modelagem de um manipulador exige que as matrizes de transformação homogênea sejam para três dimensões. Tal generalização é feita considerando o fato de que no espaço há um grau de liberdade a mais que o plano, e disso já conseguimos tirar que um ponto em coordenadas homogêneas possuirá uma coordenada a mais:

$$\mathbf{p}_h = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Por conseguinte, a matriz de transformação homogênea (a qual transforma o referencial  $n$  para o referencial  $r$ ) para 3 dimensões assume o tamanho adequado:

$${}^r\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} a & b & c & p_x \\ d & e & f & p_y \\ g & h & i & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

A Tabela 1 mostra, didaticamente, a interpretação de cada termo da matriz  ${}^r\mathbf{T}_n$ .

Termo	Representação
$a$	Decomposição do eixo $x_n$ em $x_r$
$b$	Decomposição do eixo $y_n$ em $x_r$
$c$	Decomposição do eixo $z_n$ em $x_r$
$d$	Decomposição do eixo $x_n$ em $y_r$
$e$	Decomposição do eixo $y_n$ em $y_r$
$f$	Decomposição do eixo $z_n$ em $y_r$
$g$	Decomposição do eixo $x_n$ em $z_r$
$h$	Decomposição do eixo $y_n$ em $z_r$
$i$	Decomposição do eixo $z_n$ em $z_r$
$p_x$	Diferença escalar entre os eixos $x_n$ e $x_r$
$p_y$	Diferença escalar entre os eixos $y_n$ e $y_r$
$p_z$	Diferença escalar entre os eixos $z_n$ e $z_r$

Table 1: Interpretação dos termos da matriz  ${}^r\mathbf{T}_n$ .

Desse modo, uma imagem explicativa similar à Figura 5 surge para 3 graus de

liberdade.

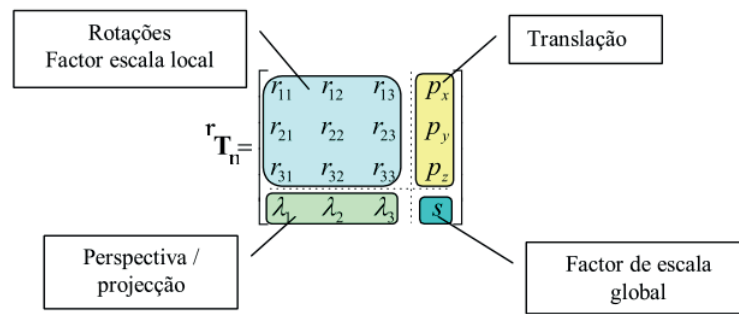


Figura 6: Componentes da matriz de transformação homogênea em 3 dimensões.

Fonte: SANTOS (adaptado), 2004.

Vale citar que nos estudos realizados, é apenas pertinente que os valores da última linha da matriz sejam  $[0 \ 0 \ 0 \ 1]$ , mas em outras abordagens, como tratamento geométrico de imagens digitais, os termos da última linha se tornam relevantes.

## 2.2 Parâmetros D-H e Algoritmo de Denavit-Hartenberg

A convenção criada por Denavit e Hartenberg a fim de padronizar as coordenadas de sistemas de referências para ligações espaciais englobam 4 parâmetros essenciais na descrição de um braço robótico.

Para uma melhor compreensão de tais parâmetros, suponhamos um manipulador com  $N$  juntas, numeradas de 1 a  $N$ , e com  $N + 1$  elos, numerados de 0 a  $N$ . O elo 0 é a base do manipulador, enquanto que o elo  $N$  contém a ferramenta. Uma junta genérica  $j$  liga os elos  $j - 1$  e  $j$ , assim como também é responsável pelo movimento do elo  $j$ . Dos 4 parâmetros supracitados, 2 deles são para descrever um elo e os outros 2 para descrever uma junta, seja ela prismática ou de revolução. Um elo é descrito pelo seu comprimento  $a_j$ , o qual é o tamanho da normal comum e pelo ângulo  $\alpha_j$ , que é o ângulo de  $z_{j-1}$  até  $z_j$  em torno da normal comum. Uma junta pode ser descrita pelo *offset* do elo, que é a distância do referencial anterior  $\{ j - 1 \}$  até a normal comum ao longo do eixo da junta. Por fim, o ângulo de junta  $\theta_j$  é a rotação do elo anterior em relação ao elo novo, isto é, de  $x_{j-1}$  até  $x_j$  em torno do eixo da junta (CORKE, 2011). Para ilustrar a situação, a Figura 7 estabelece o sistema descrito acima.

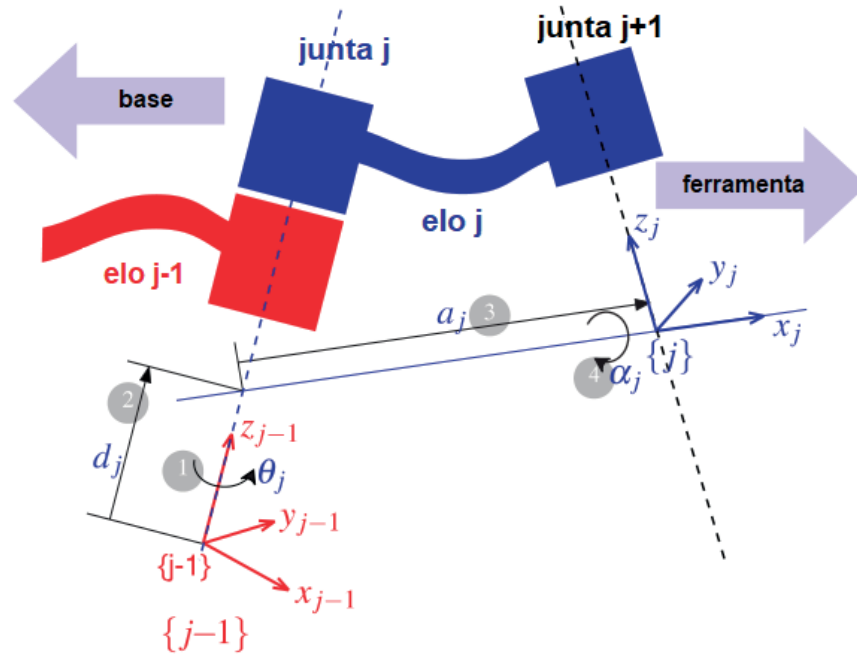


Figura 7: Representação dos parâmetros D-H.

Fonte: CORKE (adaptado), 2011.

Para sintetizar a descrição dos parâmetros e propiciar um melhor entendimento, a Tabela 2 foi construída e está disposta a seguir:

Ângulo da junta	$\theta_j$	ângulo entre os eixos $x_{j-1}$ e $x_j$ em torno do eixo $z_{j-1}$	variável de junta de revolução
Offset do elo	$d_j$	distância da origem do referencial $\{j-1\}$ até o eixo $x_j$ ao longo do eixo $z_{j-1}$	variável de junta prismática
Comprimento do elo	$a_j$	distância entre os eixos $z_{j-1}$ e $z_j$ ao longo do eixo $x_j$	constante
Ângulo de torção do elo	$\alpha_j$	ângulo entre os eixos $z_{j-1}$ e $z_j$ em torno do eixo $x_j$	constante
Tipo de junta	$\sigma_j$	$\sigma_j = 0$ se a junta for de revolução; $\sigma_j = 1$ se a junta for prismática	constante

Table 2: Interpretação física, símbolo e definição formal dos parâmetros D-H.

Vale ressaltar que um quinto parâmetro ( $\sigma_j$ ) foi adicionado à tabela, mas sua função é apenas identificar o tipo da junta. Com ele, podemos simplificar matematicamente a variável  $q$  do seguinte modo:

$$q_j = \begin{cases} \theta_j, & \text{se } \sigma_j = 0 & (\text{junta de revolução}); \\ d_j, & \text{se } \sigma_j = 1 & (\text{junta prismática}). \end{cases}$$

Para encontrar tais parâmetros dado um manipulador robótico, é necessário o uso do Algoritmo de Denavit-Hartenberg, que sequencializa de forma robusta os passos a serem seguidos a fim de descobrir todos os parâmetros de cada junta do

manipulador. De forma didática, a Figura 8 explicita todas as etapas do procedimento.

Todo o conteúdo abordado neste seção e na anterior permite descrevermos uma matriz que representa a transformação geométrica entre o referencial da junta  $\{j-1\}$  e  $\{j\}$  em função dos parâmetros D-H, fazendo uso de translações e rotações elementares:

$${}^{j-1}A_j(\theta_j, d_j, \alpha_j) = A_{Rz}A_{Tz}A_{Tx}A_{Rx}, \quad (5)$$

que pode ser expandida para (MANSEUR, 2007):

$${}^{j-1}A_j = \begin{bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j \cos\alpha_j & \sin\theta_j \sin\alpha_j & a_j \cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j \cos\alpha_j & -\cos\theta_j \sin\alpha_j & a_j \sin\theta_j \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

1	Estabelecer o sistema de coordenadas $(x_0, y_0, z_0)$ na base de suporte, com $z_0$ ao longo do eixo da junta 1. Convencionar $x_0$ e $y_0$ de forma conveniente.
2	Para $i = 1$ até $i = n - 1$
3	Definir eixo da junta $i$ e alinhar $z_i$ com eixo da junta $i + 1$
4	Definir $0_i$ (origem do sistema de coordenadas de um dos seguintes modos:
5	Intersecção de $z_i$ com $z_{i-1}$ , isto é, a intersecção da normal comum entre $z_i$ e $z_{i-1}$
6	Definir $x_i = \pm(z_{i-1} \times z_i)$ , ou ao longo da normal comum a $z_{i-1}$ e $z_i$ quando são paralelos
7	Definir $y_i = z_i \times x_i$
8	Próximo $i$
9	Estabelecer o sistema de coordenadas da mão $0_n$ (o último). Normalmente a junta $n$ é rotacional: $z_n$ é colinear com $z_{n-1}$ e aponta para "fora", $x_n$ é normal à $z_n$ e $z_{n-1}$ e $y_n$ é dado de acordo com o sistema direto atual
10	Determinar parâmetros de elos e juntas Para $i = 1$ até $i = n$
11	$d_i = \overline{0_{i-1}, (z_{i-1} \cap x_i)} _{z_{i-1}}$ ; é a variável de junta se for prismática
12	$a_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i), 0_i} _{x_i}$
13	$\theta_i = \angle(x_{i-1}, x_i) _{z_{i-1}}$
14	$\alpha_i = \angle(z_{i-1}, z_i) _{x_i}$
15	Próximo $i$

Figura 8: Algoritmo de Denavit-Hartenberg para um manipulador com juntas.

Fonte: HERNANDES, 2014.

### 3 | CINEMÁTICA INVERSA

Há um real interesse prático em entender a lógica inversa da cinemática direta. Suponha, por exemplo, que sabemos as coordenadas, no espaço cartesiano, de um determinado objeto que queiramos pegar. A pergunta a ser feita, e que é o cerne da cinemática inversa, é: qual conjunto de coordenadas das juntas devemos inserir no manipulador para que seja possível chegarmos a um ponto específico no

espaço cartesiano? A resposta dessa pergunta não é trivial, e solucioná-la permite abrir caminhos para descrição de trajetórias por parte de um manipulador robótico. Matematicamente, a cinemática inversa pode ser descrita de acordo com a seguinte expressão (CORKE, 2011):

$$\mathbf{q} = \mathcal{K}^{-1}(\xi). \quad (7)$$

Geralmente, esta função não retorna apenas uma única resposta e, além disso, para alguns tipos de manipuladores não há uma solução em forma fechada (analítica), e então são necessários métodos numéricos para encontrar uma solução (CORKE, 2011). A Figura 9 mostra algumas configurações possíveis, ou também chamadas de redundância.

Os termos comumente usados são: *left-handed* e *right-handed*, *elbow up* e *elbow down*, *wrist flipped* e *wrist not flipped*.

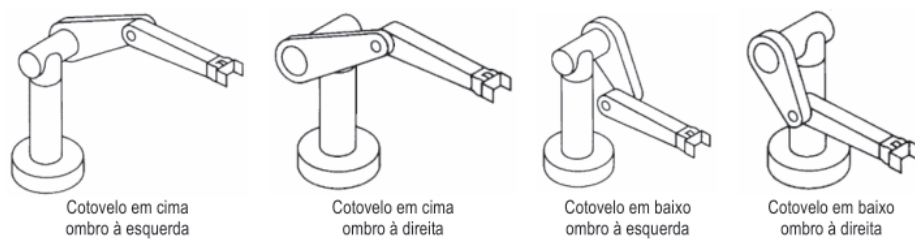


Figura 9: Redundância na solução da cinemática inversa.

Fonte: SANTOS, 2004.

Uma forma de obter uma visão holística do tema é observar a Figura 10. Dentro do quadro de possibilidades de resoluções e métodos da cinemática inversa, será dado um maior foco nas soluções de forma fechada. Por “forma fechada” entende-se uma metodologia de solução baseada em expressões analíticas ou na solução de um polinômio de quarto grau ou menos, onde cálculos não iterativos são suficientes para resolvê-lo. Na classe de soluções de forma fechada, ainda existem dois métodos para se trabalhar: algébrico e geométrico. Esta distinção é um tanto nebulosa, pois a maioria dos métodos geométricos se utilizam de expressões algébricas, então muitas vezes acabam sendo formas semelhantes, diferindo apenas na abordagem (CRAIG, 2005).

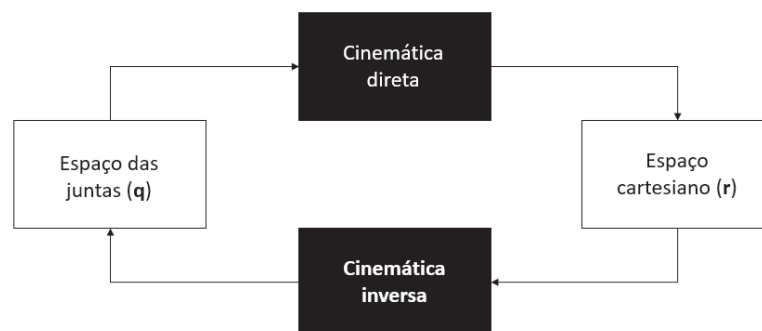


Figura 10: Relação das cinemáticas direta e inversa com os espaços das juntas e cartesiano.

Fonte: DO AUTOR, 2018.



Uma vez que este material trata de um manipulador de seis graus de liberdade, é válido e necessário colocar aqui um resultado importante em cinemática: todos os sistemas com juntas revolucionárias e prismáticas com um total de seis graus de liberdade em uma cadeia de uma única série são solucionáveis. No entanto, esta solução geral é numérica. Existem casos especiais em que há soluções analíticas para robôs 6-DOF, e tais manipuladores são caracterizados por possuírem várias intersecções dos eixos das juntas ou por ter muitos iguais a 0 ou 90 graus. Há uma condição suficiente para que um manipulador com seis juntas de revolução tenha uma solução em forma fechada, que é a de que três eixos de juntas vizinhas se cruzem em um ponto, e o método utilizado para resolver analiticamente é a solução de Pieper (CRAIG, 2005).

## 4 | CINEMÁTICA DIFERENCIAL

Como visto anteriormente, as equações cinemáticas diretas e inversas estabelecem a relação entre as variáveis de juntas e a posição e orientação da ponteira. Neste contexto, a cinemática diferencial é apresentada, a qual dá a relação entre as velocidades das juntas e os correspondentes efeitos lineares e angulares. Esse mapeamento é descrito por uma matriz, denominada Jacobiana geométrica, que depende da configuração do manipulador. De modo alternativo, é possível também calcular a Jacobiana por meio da diferenciação da função da cinemática direta em relação às variáveis das juntas, que recebe o nome de Jacobiana analítica. Geralmente esta matriz se difere da geométrica. O Jacobiano (determinante da matriz Jacobiana) constitui uma das ferramentas mais importantes para a caracterização de manipuladores. Na verdade, é útil para encontrar uma configuração singular, analisar redundância, determinar algoritmos de cinemática inversa e descrever o mapeamento entre as forças aplicadas à ponteira e os torques resultantes nas articulações (estática), além de planejar e executar trajetórias (L. SCIAVICCO e B. SICILIANO, 2000).

Para um manipulador com  $n$  elos, a Matriz Jacobiana representa a transformação instantânea entre um vetor de  $n$  dimensões das velocidades das juntas e um vetor de 6 dimensões constituído pelas velocidades linear e angular da ponteira do manipulador. Portanto, o Jacobiano será uma matriz de dimensão  $6 \times n$  (M. SPONG e M. VIDYASAGAR, 1989).

### 4.1 Velocidade Cartesiana e das Juntas

Quando os atuadores das juntas do robô realizam qualquer movimento, a ponteira também se move (no espaço de trabalho) como consequência. O vetor de velocidade ou vetor de torção  $\mathbf{v}$  do *end effector* é formado pelo vetor de velocidade linear  $\mathbf{v}$  e pelo vetor de velocidade angular  $\boldsymbol{\omega}$ :

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

onde

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} dp_x/dt \\ dp_y/dt \\ dp_z/dt \end{bmatrix}$$

com  $p_x$ ,  $p_y$  e  $p_z$  sendo o vetor translação da ponteira em relação ao referencial base, e

#### 4.2 A Matriz Jacobiana de um Manipulador

Seja um manipulador robótico genérico com  $n$  juntas. A relação entre seu vetor de torção e a velocidade de movimento das juntas pode ser expressa na forma de:

$$\mathbf{V} = f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \quad (12)$$

em que  $\mathbf{q}$  é o vetor posição das juntas e  $\dot{\mathbf{q}}$  é o vetor de velocidade das juntas, ambos com tamanho  $n$ . A equação (12) toma a forma de uma equação linear como mostrado abaixo:

$$\mathbf{V} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}. \quad (13)$$

A partir da equação (13) é possível tirar que a Jacobiana estabelece uma relação linear entre os vetores velocidade do espaço cartesiano e das juntas.

Para uma melhor análise e compreensão, a equação (13) é dividida em duas outras equações, que permitem computar separadamente o vetor velocidade linear e o vetor velocidade angular, como se segue:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}. \quad (14)$$

Ou ainda

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}_v \dot{\mathbf{q}}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{J}_\omega \dot{\mathbf{q}},$$

e

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{J}_\omega \dot{\mathbf{q}},$$

onde  $\mathbf{J}_v$  e  $\mathbf{J}_\omega$  são submatrizes da Jacobiana.

Para calcular a velocidade linear do *end effector*, que é causada pelos movimentos das juntas do robô, deve ser levado em consideração qual o tipo de junta que está sendo analisada (prismática ou de revolução). Para fins de praticidade, uma vez que o manipulador robótico tratado neste trabalho possui apenas juntas de revolução, será tratado apenas esse caso.

Seja  $\boldsymbol{\omega}$  o vetor velocidade angular de um ponto M que rotaciona em torno de um eixo. É sabido que a velocidade linear  $\mathbf{v}$  deste ponto é dado pelo produto vetorial do

vetor velocidade angular  $\boldsymbol{\omega}$  com o vetor posição  $\mathbf{p}$  do mesmo ponto, isto é:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}.$$

A velocidade da ponteira (elo  $n$ ) causada pela rotação de uma junta  $i$  é:

$$\mathbf{v}_{i,n} = \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{p}_{i-1,n},$$

onde

$$\mathbf{w}_i = \dot{\theta}_i \mathbf{z}_{i-1}$$

quando expressamos em relação ao referencial  $\{i-1\}$ , e

$$\mathbf{p}_{i-1,n} = \mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{i-1}$$

é o vetor posição da origem do referencial  $\{i-1\}$  até a origem do referencial  $\{n\}$  (referencial da ponteira). Com isso, temos que a velocidade linear da ponteira induzida pelo movimento de rotação de uma junta  $i$ , com relação ao referencial  $\{i-1\}$  é dada por:

$$\mathbf{v}_{i,n} = (\dot{\theta}_i \mathbf{z}_{i-1}) \times \mathbf{p}_{i-1,n}. \quad (15)$$

Quando expressamos essa mesma velocidade em relação ao referencial base 0, a equação (15) se torna:

$${}^0\mathbf{v}_{i,n} = {}^0\mathbf{R}_{i-1} [(\dot{\theta}_i \mathbf{z}_{i-1}) \times \mathbf{p}_{i-1,n}], \quad (16)$$

onde  ${}^0\mathbf{R}_{i-1} = \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 \cdots \mathbf{R}_{i-1}$  são as matrizes de rotação do referencial  $\{i-1\}$  em relação ao referencial 0.

A velocidade linear da ponteira (para um manipulador de  $n$  juntas) é o vetor soma de todas as velocidades induzidas por todas as juntas e em relação a um mesmo referencial. No caso de relacionarmos ao referencial 0, a velocidade linear resultante é:

$${}^0\mathbf{v}_n = \sum_{i=1}^n [{}^0\mathbf{R}_{i-1} (\mathbf{z}_{i-1} \times \mathbf{p}_{i-1,n}) \dot{\theta}_i]. \quad (17)$$

Podemos reescrever a equação (17) na forma matricial, obtendo

$${}^0\mathbf{v}_n = [\mathbf{z}_0 \times \mathbf{p}_n \quad \mathbf{z}_0 \times (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_1) \quad \cdots \quad \mathbf{z}_{n-1} \times (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1})] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Relacionando as equações (18) com (14), podemos deduzir que a submatriz  $\mathbf{J}_v$  da Jacobiana é

$$\mathbf{J}_v = [\mathbf{z}_0 \times \mathbf{p}_n \quad \mathbf{z}_1 \times (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_1) \quad \cdots \quad \mathbf{z}_{n-1} \times (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1})]. \quad (19)$$

Considerando a velocidade angular do referencial  $\{i+1\}$  em relação ao referencial  $\{i-1\}$ , sabemos que aquele referencial está submetido a duas rotações. Uma rotação é em torno do eixo  $\mathbf{z}_i$  de um ângulo  $\theta_{i+1}$ , sendo que a velocidade angular é dada por:

$${}^i\boldsymbol{\omega}_{i+1} = \theta_{i+1}\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

A segunda rotação é em torno de  $\mathbf{z}_{i-1}$  de um ângulo  $\theta_i$ , com velocidade angular

$${}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_i = \theta_i\mathbf{z}_{i-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_i \end{bmatrix}. \quad (21)$$

A velocidade angular total no referencial  $\{i+1\}$  é a soma das duas velocidades angulares supracitadas nas equações. Porém, para expressá-las em termos de um mesmo referencial, devemos adicionar um termo na equação, que fica:

$${}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} = {}^{i-1}\boldsymbol{\omega}_i + {}^{i-1}\mathbf{R}_i \quad {}^i\boldsymbol{\omega}_{i+1}. \quad (22)$$

Analisando um caso de  $n$  juntas, podemos estender o raciocínio utilizado na equação (22) para todas as juntas, obtendo

$${}^0\boldsymbol{\omega}_n = {}^0\boldsymbol{\omega}_1 + {}^0\mathbf{R}_1 \quad {}^1\boldsymbol{\omega}_2 + \dots + {}^0\mathbf{R}_{n-1} \quad {}^{n-1}\boldsymbol{\omega}_n. \quad (23)$$

Observando agora a equação (21), podemos expressar a equação (23), em relação ao referencial 0, da seguinte maneira:

$${}^0\boldsymbol{\omega}_n = {}^0\mathbf{z}_1\dot{\theta}_1 + {}^0\mathbf{z}_2\dot{\theta}_2 + \dots + {}^0\mathbf{z}_n\dot{\theta}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \dots & \mathbf{z}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Por fim, comparando as equações (24) e (14), extraímos que

$$\mathbf{J}_\omega = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \dots & \mathbf{z}_n \end{bmatrix}. \quad (25)$$

A partir das análises feitas e informações adquiridas anteriormente, temos capacidade de computar a Matriz Jacobiana genérica de um manipulador com  $n$  juntas, apenas combinando as duas submatrizes das equações (19) e (25):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0 \times \mathbf{p}_n & \mathbf{z}_1 \times (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_1) & \dots & \mathbf{z}_i \times (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_i) & \dots & \mathbf{z}_{n-1} \times (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}) \\ \mathbf{z}_0 & \mathbf{z}_1 & \dots & \mathbf{z}_i & \dots & \mathbf{z}_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

### 4.3 Singularidades Cinemáticas

Como visto, a Jacobiana é, de maneira geral, uma função do vetor variável de juntas ( $\mathbf{q}$ ) de um manipulador. Isto faz com que, em determinadas configurações de  $\mathbf{q}$ , o posto da Jacobiana ( $rank(\mathbf{J})$ ) seja diferente de seu número de linhas ou colunas e, nesses casos observamos as chamadas singularidades cinemáticas. Encontrar tais singularidades são de suma importância quando se está tratando com manipuladores

robóticos, pois elas acusam pontos que merecem atenção. São eles (L. SCIAVICCO e B. SICILIANO, 2000):

1. Singularidades representam configurações nas quais a mobilidade da estrutura é reduzida, ou seja, não é possível impor um movimento arbitrário ao *end effector*;
2. Quando a estrutura está em uma singularidade, pode ser que existam infinitas soluções para o problema da cinemática inversa;
3. Nas proximidades de uma singularidade, pequenas velocidades no espaço operacional podem causar grandes velocidades no espaço das juntas.

Ademais, as singularidades podem ser classificadas em dois grupos:

- Singularidades de fronteira (vide Figura 11): ocorrem quando o manipulador é estendido ou retraído. Pode-se entender que essas singularidades não representam um verdadeiro inconveniente, uma vez que podem ser evitadas com a condição de que o manipulador não seja direcionado para os limites de sua área de trabalho alcançável;
- Singularidades internas: acontecem dentro do espaço de trabalho alcançável e geralmente são causadas pelo alinhamento de dois ou mais eixos de movimento, ou então pela obtenção de configurações específicas da ponteira. Diferentemente da classificação acima, essas singularidades constituem um problema sério, pois podem ser encontradas em qualquer lugar do espaço de trabalho acessível.

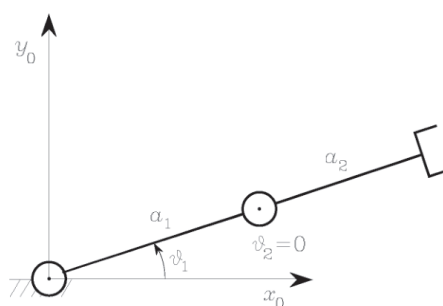


Figura 11: Braço robótico planar de 2 juntas numa singularidade de fronteira.

Fonte: L. SCIAVICCO e B. SICILIANO, 2000.

## 5 | GERAÇÃO DE TRAJETÓRIA

O planejamento de trajetórias robóticas é uma ferramenta importante na indústria para o aumento da produtividade através da redução do tempo no processo, para evitar colisões no ambiente de trabalho e otimizar a capacidade dos atuadores. Uma



condição para que um manipulador realize uma trajetória é que este possa se mover de uma posição inicial até uma posição final, de maneira suave e respeitando a capacidade dos atuadores.

O percurso que define a trajetória pode ser ponto-a-ponto, isto é, o elemento terminal do robô se movimenta entre dois pontos consecutivos, mas não é fornecido qualquer caminho intermediário. Este tipo de trajeto é útil em operações do tipo *pick-and-place* onde o robô pega o objeto em uma posição e o coloca em outra. O trajeto pode também ser completamente especificado por meio de funções geométricas. Este tipo de trajeto é normalmente utilizado em aplicações de manipulação quando obstáculos estão presentes, ou quando é necessário garantir que o elemento terminal siga uma trajetória específica.

Para se gerar uma determinada trajetória há uma gama de métodos. A seguir será explanado superficialmente o método de movimento ponto-a-ponto. Para tanto, é preciso determinar a solução da equação diferencial  $I\dot{\omega} = \tau$  (com  $I$  sendo o momento de inércia do corpo rígido e  $\tau$  o torque executado numa rotação em torno de um eixo) sujeita à condição seguinte condição:

$$\int_0^{t_f} \omega(t)dt = q_f - q_i.$$

Além disso, sabe-se que  $\dot{q} = \omega$ . O resultado da solução é do tipo:

$$\omega(t) = at^2 + bt + c.$$

Para representar uma solução válida e gerar uma trajetória para uma junta (movimento de junta), é necessário escolher um polinômio cúbico

$$q(t) = a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$$

que gera um perfil parabólico para a velocidade

$$\dot{q}(t) = 3a_3t^2 + 2a_2t + a_1$$

e um perfil linear para a aceleração

$$\ddot{q}(t) = 6a_3t + 2a_2.$$

Além dos valores da posição inicial e final da junta  $q_i$  e  $q_f$ , há também os valores da velocidade inicial e final da junta  $\dot{q}_i$  e  $\dot{q}_f$ , que geralmente são iniciados em zero. A seguir tem-se uma determinação de uma trajetória específica que é dada pela solução encontrada acima:

$$\begin{aligned} a_0 &= q_i \\ a_1 &= \dot{q}_i \\ a_3t_f^3 + a_2t_f^2 + a_1t_f + a_0 &= q_f \\ 3a_3t_f^2 + 2a_2t_f + a_1 &= \dot{q}_f. \end{aligned}$$

## MATERIAIS E MÉTODOS

O objeto principal de estudo desta pesquisa foi o manipulador Denso VP6242G. A dinâmica de desenvolvimento do trabalho consistiu em alguns passos importantes, que são estudos sobre a teoria de modelagem cinemática, implementação de códigos pertinentes à cinemática com auxílio da *Robotic Toolbox for MATLAB* (Copyright Peter Corke 2017), para fixação da teoria e posterior aplicação no manipulador, e por fim implantação de um diagrama de blocos especiais para simulação 3D do braço robótico em estudo. Todas essas etapas foram realizadas no Laboratório de Robótica Avançada da Universidade Estadual de Londrina, e os softwares envolvidos nesses procedimentos foram MATLAB/Simulink e QUARC.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o objetivo de realizar uma modelagem cinemática do manipulador industrial estudado neste artigo, extraiu-se, de acordo com a equação 6, as matrizes de transformação homogênea para todas as 6 juntas do braço robótico, conforme os parâmetros D-H (Tabela 3) do manipulador DENSO, retirados de (QUANSER Inc., 2013).

Junta $j$	$\theta_j$	$d_j$	$a_j$	$\alpha_j$
	$q_1$	$l_{1z}$	$l_{1x}$	$\pi/2$
	$q_2 + \pi/2$	0	$l_2$	0
	$q_3 - \pi/2$	0	$-l_{3x}$	$-\pi/2$
	$q_4$	$l_{3z} + l_4$	0	$\pi/2$
	$q_5$	0	0	$-\pi/2$
	$q_6$	$l_5$	0	0

Table 3: Parâmetros D-H do Braço Robótico DENSO.

Onde  $l_{1z} = 0,125$  m,  $l_{1x} = 0$ ,  $l_2 = 0,210$  m,  $l_{3z} = 0,088$  m,  $l_{3x} = 0,075$  m,  $l_4 = 0,122$  m e  $l_5 = 0,070$  m.

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0,125 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0,210\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0,210\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & 0 & -\sin\theta_3 & -0,075\cos\theta_3 \\ \sin\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 & -0,075\sin\theta_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} \cos\theta_4 & 0 & \sin\theta_4 & 0 \\ \sin\theta_4 & 0 & -\cos\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0,210 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} \cos\theta_5 & 0 & -\sin\theta_5 & 0 \\ \sin\theta_5 & 0 & \cos\theta_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5A_6 = \begin{bmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ \sin\theta_6 & \cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,070 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

, Para se chegar na matriz de transformação que relaciona o *end effector* à base do manipulador ( ${}^0A_6$ ), sem nenhuma ferramenta acoplada, basta multiplicar todas as matrizes encontradas acima, isto é:

$${}^0A_6 = \prod_{j=1}^6 ({}^{j-1}A_j). \quad (27)$$

Considerando que uma ferramenta, cuja matriz de transformação é  ${}^6T_{tool}$ , seja acoplada na ponta do braço, a nova matriz de transformação que relaciona a extremidade da ferramenta com a base do manipulador é:

$${}^0T_{ee} = {}^0A_6 \cdot {}^6T_{tool}.$$

Com todos esses insumos foi possível, com auxílio da *Robotic Toolbox for MATLAB* (Copyright Peter Corke 2017) confeccionar um *script* no MATLAB (ANEXO B) a fim de simular e modelar a cinemática direta do braço robótico em estudo. Um exemplo de simulação realizada é mostrada abaixo, utilizando-se do método *plot* e sabendo-se que  $\mathbf{q}_{home} = [0 \ 0 \ -\pi/2 \ 0 \ -\pi/2 \ 0]$ . A saída do código é mostrada na Figura 12.

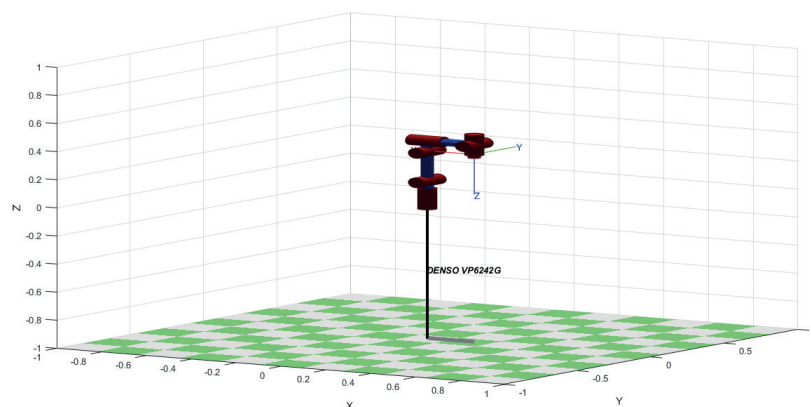


Figura 12: Simulação do manipulador DENSO na posição home.

Fonte: DO AUTOR, 2017.

Para fins de comparação e melhor entendimento, um segundo código foi executado. Vale ressaltar que o vetor  $q_{zero}$  é nulo, isto é, todas as suas posições são preenchidas com zeros. A saída deste código é mostrada na Figura 13.

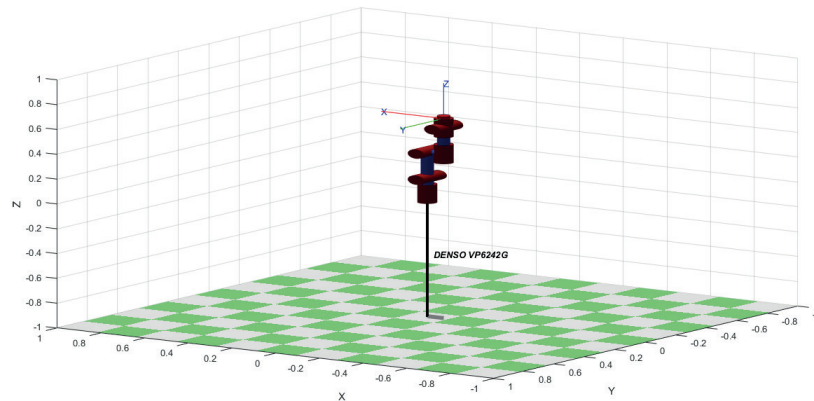


Figura 13: Simulação do manipulador DENS0 na posição zero.

Fonte: DO AUTOR, 2017.

Fazendo aproveitamento da modelagem dos parâmetros do manipulador DENS0, foram realizadas algumas análises acerca do *script ikcon* devido a seu caráter de solução numérica. Foi executado, também, um código referente a um teste simples, para posterior discussão a respeito dos resultados de saída de código. O retorno deste *script* é:

```
err = 8.1182e-06  
qans = [-0.0000 -0.3654 -0.3990 -0.0000 -0.8068 -0.0000]  
qans_deg = [-0.0020 -20.9361 -22.8612 -0.0018 -46.2256 -0.0009]
```

É necessário dedicar uma atenção especial ao resultado da variável *err*, pois ela representa o valor escalar da função erro (equação 9). Seu valor revela a eficiência desse *script*, que busca otimizar (nesse caso minimizar) a função que descreve o erro entre a matriz de transformação homogênea desejada e uma matriz que é computada a partir da cinemática direta e depende do vetor de ângulos das juntas.

Por fim, foram utilizados blocos especiais, para realizar algumas simulações tridimensionais do braço robótico DENS0. A Figura 14 mostra o código base utilizado para a geração de um ambiente com três dimensões para simulações com o manipulador.

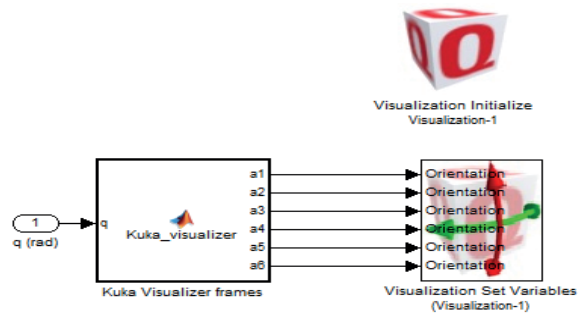


Figura 14: Diagrama de blocos base para simulação tridimensional.

Fonte: DO AUTOR, 2018.

A partir desse esquemático de blocos especiais, é possível realizar qualquer tipo de simulação 3D com o manipulador DENSO, desde simples cálculos com cinemática direta, até planejamento de trajetórias complexas. Algumas imagens foram geradas com o objetivo de mostrar a fidelidade da simulação obtida, como mostram as Figuras 15 e 16.

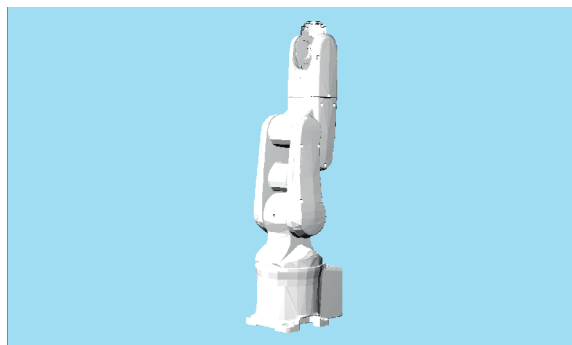


Figura 15: Simulação 3D do manipulador DENSO na posição zero.

Fonte: DO AUTOR, 2018.



Figura 16: Simulação 3D do manipulador DENSO na posição home.

Fonte: DO AUTOR, 2018.



## CONCLUSÃO

A partir de todos os estudos e modelagens feitas, foi possível chegar a um resultado final que permite a realização de simulações em três dimensões do manipulador Denso. É importante ressaltar que no presente trabalho não foi incluída a modelagem dinâmica para respectiva simulação. Todavia, o aproveitamento desses resultados são de grande importância no reconhecimento de singularidades, sejam de fronteiras ou internas, e de rotas de colisão. Ademais, a implementação de simulações computacionais antes de efetivar algum procedimento de teste no manipulador é de suma importância para estudos futuros, uma vez que riscos de danos ao braço robótico são minimizados.

Por fim, todo o conhecimento adquirido a respeito do objeto de estudo deste trabalho (manipulador industrial Denso VP6242G) servem como uma base sólida para posteriores estudos e progressões a serem desenvolvidas acerca desse robô.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Mairon Figueiredo Marques e ao Prof. Dr. Ruberlei Gaino pela disponibilidade em ajudar e todas suas contribuições na construção deste trabalho, e à Universidade Estadual de Londrina pelo apoio financeiro e pela oportunidade de realização deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

CORKE, Peter. **Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB**. Brisbane: Springer, 2011.

SANTOS, Vítor. **Robótica Industrial**. 2004. 166 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade de Aveiro, Aveiro, 2004.

HERNANDES, Aislan. **Estudo da Modelagem Robótica**. 2014. 113 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica) -Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

MANSEUR, Rachid. **Robot modeling and kinematics**. Boston: Firewall Media, 2007.

QUANSER INC. **DENSO ROBOT Laboratory Guide**. Ontario: [s. n.], 2013.

QUANSER INC. **4DOF MICO Workbook - INSTRUCTOR**. Ontario: [s. n.], 2016.

CRAIG, JOHN J. **Introduction to robotics: mechanics and control**. Upper Saddle River: Pearson/Prentice Hall, 2005.

SCIAVICCO, Lorenzo; SICILIANO, Bruno. **Modelling and control of robot manipulators**. [S. l.]: Springer, 2000.

SPONG, MARK W.; VIDYASAGAR, Mathukumalli. **Robot dynamics and control**. [S. l.]: John Wiley & Sons, 1989.

MARQUES, M. F. **Controle Por Estrutura Variável Aplicado em Juntas de Dispositivo Robótico com Modelo Dinâmico Incerto: Implementação no Robô Industrial Denso VP6242**. 2018. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) -Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-194-7

