

A produção do conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra

6,0 Gt CO₂

1,5 Gt CO₂

Ingrid Aparecida Gomes
(Organizadora)



Atena
Editora

Ano 2019

Ingrid Aparecida Gomes

(Organizadora)

A produção do conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra

**Atena Editora
2019**

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves

Revisão: Os autores

Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

P964 A produção do conhecimento nas ciências exatas e da terra [recurso eletrônico] / Organizadora Ingrid Aparecida Gomes. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (A produção do Conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra; v. 1)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-7247-238-8

DOI 10.22533/at.ed.388190304

1. Ciências exatas e da terra – Pesquisa – Brasil. I. Gomes, Ingrid Aparecida. II. Série.

CDD 507

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “*A produção do conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra*” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora, em seu I volume, apresenta, em seus 21 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino e educação.

As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Astronomia/Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química.

O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas.

A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas.

Neste sentido, este volume é dedicado aos trabalhos relacionados a ensino e aprendizagem. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento.

Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada.

Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Ingrid Aparecida Gomes

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
A CONTEXTUALIZAÇÃO DA CONSTRUÇÃO DE UM CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA VOLTADO PARA O ENSINO DE ASTRONOMIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Rachel Zuchi Faria Daniel Rutkowski Soler Evonir Albrecht Marcos Rogerio Calil Marcos Pedroso Marília Rios	
DOI 10.22533/at.ed.3881903041	
CAPÍTULO 2	11
DETECÇÃO AUTOMÁTICA E DINÂMICA DE ESTILOS DE APRENDIZAGEM DE ESTUDANTES EM SISTEMAS DE GESTÃO DE APRENDIZAGEM UTILIZANDO MODELOS OCULTOS DE MARKOV E APRENDIZAGEM POR REFORÇO	
Arthur Machado França de Almeida Luciana Pereira de Assis Alessandro Vivas Andrade Cristiano Grijó Pitangui	
DOI 10.22533/at.ed.3881903042	
CAPÍTULO 3	29
USO DE SOFTWARE COMO FERRAMENTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM	
Francisco de Assis Martins Ponce Maria Jorgiana Ferreira Dantas Irla Gonçalves Barbosa	
DOI 10.22533/at.ed.3881903043	
CAPÍTULO 4	36
ESPAÇO E MEMÓRIA NA CONSTITUIÇÃO DA CRIANÇA: APROXIMAÇÕES COM A CARTOGRAFIA ESCOLAR	
Thiago Luiz Calandro João Pedro Pezzato	
DOI 10.22533/at.ed.3881903044	
CAPÍTULO 5	58
FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS: UMA LEITURA PEIRCEANA DE NÍVEIS DE SIGNIFICADO DAS ESTAÇÕES DO ANO	
Daniel Trevisan Sanzovo Carlos Eduardo Laburú	
DOI 10.22533/at.ed.3881903045	
CAPÍTULO 6	72
MAPAS CONCEITUAIS E SEU USO COMO FERRAMENTA DE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM E ENSINO DE CONCEITOS DE ASTRONOMIA: UM ESTUDO DE CASO	
Marconi Frank Barros Sérgio Mascarello Bisch	

DOI 10.22533/at.ed.3881903046

CAPÍTULO 7 81

VERIFICAÇÃO DA LEI DE TITIUS-BODE EM SISTEMAS EXOPLANETÁRIOS E DETERMINAÇÃO DE FÓRMULAS QUE DESCREVEM AS DISTÂNCIAS PLANETAS-ESTRELA

Vinícius Lima dos Santos
Marcos Rogerio Calil
Manoel de Aquino Resende Neto

DOI 10.22533/at.ed.3881903047

CAPÍTULO 8 97

A RELEVÂNCIA DO APOIO DIDÁTICO NA GRADUAÇÃO DE METEOROLOGIA: ATIVIDADE DO PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL

Leticia Prechesniuki Alves
Laíz Cristina Rodrigues Mello
André Becker Nunes

DOI 10.22533/at.ed.3881903048

CAPÍTULO 9 102

UM ESTUDO SOBRE A INFLUÊNCIA DAS DISTINTAS DEFINIÇÕES DE ANEL

Elisandra Cristina Souto
Marlon Soares

DOI 10.22533/at.ed.3881903049

CAPÍTULO 10 109

UMA INTRODUÇÃO AO ENSINO DA DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (DFC) UTILIZANDO SCILAB®

Nicolly Coelho
Eduardo Vieira Vilas Boas
Paulo Vataavuk

DOI 10.22533/at.ed.38819030410

CAPÍTULO 11 125

METODOLOGIA PARA O ENSINO DE FÍSICA: ENTRE DEUSES MITOLÓGICOS E ASTROS

Bárbara de Almeida Silvério
Ricardo Yoshimitsu Miyahara

DOI 10.22533/at.ed.38819030411

CAPÍTULO 12 134

AVALIAÇÃO DAS METODOLOGIAS ATIVAS APLICADAS DURANTE O SEMESTRE 2018.1 - DISCIPLINA ECOLOGIA GERAL

Matheus Cordeiro Façanha
Márcia Thelma Rios Donato Marino
Leonardo Holanda Lima
Vanessa Oliveira Liberato
Suellen Galvão Moraes
Diego Oliveira Ferreira

DOI 10.22533/at.ed.38819030412

CAPÍTULO 13 140

OS CAMINHOS QUE LEVAM ÀS CIDADES ACESSÍVEIS: O PANORAMA BRASILEIRO E O PREMIO ACCESS. CITY PARA AS CIDADES DA EU

Kaíto Loui Sousa do Amaral
Vlândia Barbosa Sobreira
Angélica de Castro Abreu

DOI 10.22533/at.ed.38819030413

CAPÍTULO 14 148

A UTILIZAÇÃO DO DESENHO A MÃO LIVRE NO AUXÍLIO DO ENSINO DO DESENHO TÉCNICO

Giulia Queiroz Primo
Beatriz Maria Moreira Aires
Sarah Bastos de Macedo Carneiro

DOI 10.22533/at.ed.38819030414

CAPÍTULO 15 154

PROJETO GAMA: UM EXEMPLO BEM-SUCEDIDO DO ENSINO COOPERATIVO NA UFPEL

João Inácio Moreira Bezerra
Rejane Pergher
Cícero Nachtigall

DOI 10.22533/at.ed.38819030415

CAPÍTULO 16 161

CURSOS DE AGRONOMIA E ENGENHARIA FLORESTAL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS (UEG) SOB OLHAR DOS EGRESSOS

Camila Lariane Amaro
Adalberto Antunes de Medeiros Neto
Fábio Santos Matos

DOI 10.22533/at.ed.38819030416

CAPÍTULO 17 169

A EXPECTATIVA DOS ALUNOS PARA COM A DISCIPLINA PLANEJAMENTO DA PAISAGEM NO CURSO DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE FORTALEZA - UNIFOR

Ravena Alcântara Holanda Rocha
Newton Célio Becker de Moura

DOI 10.22533/at.ed.38819030417

CAPÍTULO 18 175

A INFLUÊNCIA DO PROJETO DE ARQUITETURA DE INTERIORES COMERCIAL NO FORTALECIMENTO DA IDENTIDADE VISUAL

Raíssa Gomes Bastos Capibaribe
Maria das Graças do Carmo Dias
Ana Caroline de Carvalho Lopes Dantas Dias

DOI 10.22533/at.ed.38819030418

CAPÍTULO 19	185
ARQUITETURA DE INTERIORES COMO SINALIZADOR DA APRENDIZAGEM	
Thaiany Veríssimo Andrade Batista de Moraes	
Ana Caroline de Carvalho Lopes Dantas Dias	
DOI 10.22533/at.ed.38819030419	
CAPÍTULO 20	192
IMPACTO CONSTRUTIVO NO ENTORNO DE BENS HISTÓRICOS. CASO DO CENTRO DE FORTALEZA-CE	
Naiana Madeira Barros Pontes Camilo	
Anderson Yago Sampaio Brito	
André Soares Lopes	
DOI 10.22533/at.ed.38819030420	
CAPÍTULO 21	205
O CONTRASTE DAS ABORDAGENS DE PLANEJAMENTO URBANO NO PROCESSO DE ENSIO-APRENDIZAGEM	
Mariana Saraiva de Melo Pinheiro	
Paulo Estênio da Silva Jales	
André Araújo Almeida	
DOI 10.22533/at.ed.38819030421	
SOBRE A ORGANIZADORA.....	220

UM ESTUDO SOBRE A INFLUÊNCIA DAS DISTINTAS DEFINIÇÕES DE ANEL

Elisandra Cristina Souto

Universidade Estadual do Centro-Oeste

Guarapuava - Paraná

Marlon Soares

Universidade Estadual do Centro-Oeste

Guarapuava - Paraná

1 | INTRODUÇÃO

Segundo Kleiner (2007), embora a noção de anel seja conhecida desde os trabalhos sobre a teoria dos números algébricos de Richard Dedekind, que expressava tal noção pelo termo ordem, o pioneiro no tratamento axiomático da teoria dos anéis foi Abraham Fraenkel, no artigo *On Zero Divisors and the Decomposition of Rings*, de 1914. Nesse trabalho, Fraenkel apresenta vários exemplos de anéis, dentre eles o anel dos inteiros módulo um número natural e o anel das matrizes.

No processo de desenvolvimento da teoria dos anéis, iniciado por Fraenkel no artigo supracitado, merece destaque o trabalho da matemática Emmy Noether, cujo artigo *Ideal Theory in Rings*, de 1921, é considerado a origem da teoria abstrata dos anéis (nas palavras de Irving Kaplansky: “*the importance of this paper is so great that it is surely not much of an exaggeration to call her the mother of modern algebra*”).

Conteúdo obrigatório em cursos de Licenciatura em Matemática, segundo o Parecer CNE/CES 1.302/2001, os Fundamentos de Álgebra se caracterizam pelo estudo das estruturas algébricas, em particular da estrutura algébrica anel. Conforme veremos, na bibliografia usualmente adotada nos cursos de Licenciatura

RESUMO: Neste trabalho são apresentados os resultados de um estudo sobre a influência das distintas definições de anel no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Álgebra. Esse estudo foi baseado na investigação de como essas distintas definições afetam o desenvolvimento da teoria elementar dos anéis e os exemplos que delas decorrem.

PALAVRAS-CHAVE: Anéis, Ensino de Álgebra, Estruturas Algébricas.

ABSTRACT: In this paper we present the results of a study on the influence of the different definitions of ring in the teaching and learning process of the Algebra discipline. This study was based on the investigation of how these different definitions affect the development of the elementary theory of rings and the examples that emerge from them.

KEYWORDS: Rings, Algebra Teaching, Algebraic Structures.

em Matemática, não há um padrão na definição dessa estrutura algébrica. Ora temos distintas imposições sobre o conjunto que determina um anel, ora temos distintas imposições sobre as condições que definem tal estrutura algébrica. Assim, é natural se perguntar como essas distintas definições afetam os resultados elementares, certos exemplos e determinados conceitos que decorrem da definição. Além disso, por se tratar de conteúdo obrigatório em cursos de Licenciatura em Matemática, também se justifica uma reflexão a respeito das implicações que tais diferenças conceituais podem acarretar no processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

2 | REVISÃO DE LITERATURA

Embora haja uma grande diversidade de livros que tratam da estrutura algébrica anel, não são muitos os autores que realmente apresentam definições distintas para esta estrutura algébrica. Assim, no que segue, as citações se restringirão a cinco autores cujos textos contemplam conceitos efetivamente distintos para os propósitos desta investigação. Tais autores foram selecionados para representar os autores com conceitos distintos por aparecerem frequentemente na bibliografia recomendada para disciplina de Álgebra dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Os textos investigados definem um anel como um conjunto não vazio R , munido de duas operações, denominadas adição e multiplicação, satisfazendo ao menos seis das oito condições a seguir:

- (A1) associatividade da adição;
- (A2) comutatividade da adição;
- (A3) existência do elemento neutro aditivo, denominado *zero*;
- (A4) existência do elemento simétrico aditivo de cada elemento do conjunto, denominado *oposto*;
- (M1) associatividade da multiplicação;
- (D) distributividade da multiplicação com relação à adição;
- (M2) comutatividade da multiplicação;
- (M3) existência do elemento neutro multiplicativo, denominado *um* ou *unidade*.

Dado um conjunto não vazio R , Gonçalves (2015) e Monteiro (1971) consideram que R é um anel se são satisfeitas as condições (A1)-(D), que R é um anel comutativo se são satisfeitas as condições (A1)-(M2) e que R é um anel com unidade se são satisfeitas as condições (A1)-(D) e (M3). Por sua vez, Lang (2002) considera que R é um anel se são satisfeitas as condições (A1)-(M2) e que R é um anel com unidade se são satisfeitas as condições (A1)-(M3). Tanto Hefez (2016) quanto Garcia e Lequain (2015) consideram que R é um anel se são satisfeitas as condições (A1)-(M3), mas Garcia e Lequain consideram que R é um anel não comutativo quando a condição (M2) não é satisfeita.

Embora Hefez (2016) contemple pouquíssimos exemplos, os demais autores

investigados incluem exemplos bastante variados, e todos apresentam propriedades elementares decorrentes da definição de anel.

À exceção de Garcia e Lequain (2015), os autores supracitados definem subanel, mesmo que implicitamente, como um subconjunto não vazio de um anel que, munido das restrições das operações do anel, é também anel.

Enquanto Gonçalves (2015) define um ideal como um subanel que contém qualquer produto no qual ao menos um dos fatores pertence ao subanel, Monteiro (1971), Lang (2002), Garcia e Lequain (2015) e Hefez (2016) definem ideal como um subconjunto não vazio de um anel que contém qualquer soma na qual as parcelas pertencem ao subconjunto e que contém qualquer produto no qual ao menos um dos fatores pertence ao subconjunto.

3 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conforme a seção anterior, os textos investigados permitem identificar as seguintes formas essencialmente distintas de definir a estrutura algébrica anel. Para Gonçalves (2015) e Monteiro (1971), um anel é um conjunto não vazio, munido de duas operações, satisfazendo seis condições. Por sua vez, para Lang (2002), um anel é um conjunto não vazio, munido de duas operações, satisfazendo sete condições. Além disso, tanto para Garcia e Lequain (2015) quanto para Hefez (2016), um anel é um conjunto com pelo menos dois elementos, munido de duas operações, satisfazendo oito condições. Todavia, para Garcia e Lequain (2015), um anel que cuja multiplicação não é comutativa é um anel não comutativo.

Neste ponto é importante ressaltar que Gonçalves (2015) difere de Monteiro (1971) ao impor que, em um anel com unidade, a unidade deve ser diferente do elemento neutro aditivo. Assim, apesar da definição de anel utilizada por eles ser a mesma, ambos serão considerados para os fins desse estudo.

Na tabela a seguir temos um resumo das condições exigidas nas definições adotadas. Nela, a expressão “comutatividade” está relacionada à multiplicação e a expressão “ao menos dois elementos” está relacionada ao conjunto que determina o anel.

	comutatividade	existência da unidade	ao menos dois elementos
Monteiro	não	não	Não
Gonçalves	não	não	Não
Lang	não	sim	Não
Hefez	sim	sim	Não
Garcia e Lequain	sim	sim	Sim

Tabela I – diferenças nas distintas definições de anel

Considerando o conhecimento prévio dos alunos de importância fundamental no

processo de ensino e aprendizagem, a investigação sobre os exemplos que poderiam ser afetados pelas distintas definições de anel se limitou a determinados conjuntos que são normalmente conhecidos dos alunos antes deles cursarem a disciplina de Álgebra, a saber, o conjunto dos números inteiros, o conjunto que possui um único elemento, o conjunto dos números inteiros múltiplos de um número natural maior do que um e o conjunto das matrizes quadradas com entradas no conjunto dos números inteiros. Na tabela a seguir temos um resumo dos conjuntos investigados à luz das distintas definições adotadas pelos autores supracitados. Nela, Z denota o conjunto dos números inteiros, $\{0\}$ denota o conjunto que possui um único elemento (independentemente da sua natureza), nZ denota o conjunto dos números inteiros múltiplos de um número natural n maior do que um e $M_n(Z)$ denota o conjunto das matrizes de ordem n com entradas em Z .

	Z	$\{0\}$	nZ	$M_n(Z)$
Monteiro	é anel	é anel com unidade	é anel	é anel
Gonçalves	é anel	é anel sem unidade	é anel	é anel
Lang	é anel	é anel com unidade	não é anel	é anel
Hefez	é anel	não é anel	não é anel	não é anel
Garcia e Lequain	é anel	não é anel	não é anel	é anel não comutativo

Tabela II – diferenças nos exemplos decorrentes das distintas definições de anel

No resultado a seguir temos uma propriedade elementar dos ideais. Observe que a validade desse resultado independe da definição de ideal adotada pelos autores investigados, pois, para qualquer uma delas, um ideal é um subconjunto do anel que contém qualquer produto no qual ao menos um dos fatores pertence ao subconjunto.

Proposição I. Seja R um anel com unidade e seja J um ideal de R . Se a unidade de R pertence a J então $J = R$.

Demonstração. Dado um anel R com unidade 1 , seja J um ideal arbitrário de R . Assim, por definição, J é um subconjunto de R . Logo, para obter que $J = R$, só falta mostrar que R é um subconjunto de J . De fato, tomando um elemento arbitrário x em R , como 1 pertence a J e J é um ideal de R , por definição, temos que $x1$ pertence a J . Do fato que, por (M3), temos $x1 = x$, para qualquer x em R , segue que x pertence a J . Como x é um elemento arbitrário em R , decorre que R é um subconjunto de J . Portanto, temos que $J = R$.

Encerramos esta seção provando algumas propriedades elementares da teoria dos anéis (o item (i) é conhecido como lei do cancelamento para a adição sobre anéis), ressaltando que na demonstração são utilizadas as condições (A1), (A2), (A3), (A4), (M1) e (D), citadas no início da seção anterior. Observe que, como todas as definições de anel investigadas satisfazem ao menos essas condições, tais propriedades são válidas para qualquer das definições de anel adotadas nos textos investigados.

Proposição II. Dado um anel R e dados x, y e z em R , temos que:

- (i) se $x + y = x + z$ então $x = y$;
- (ii) $x0 = 0$ e $0x = 0$;
- (iii) $x(-y) = -(xy)$ e $(-x)y = -(xy)$;
- (iv) $-(-x) = x$;
- (v) $(-x)(-y) = xy$.

Demonstração. (i) Se $x + z = y + z$, adicionando o oposto de z a ambos os membros, temos $(x + z) - z = (y + z) - z$. Por (A1), temos $x + (z - z) = y + (z - z)$ e, por (A4), que $x + 0 = y + 0$. Assim, por (A3), obtemos $x = y$.

(ii) Note que, por (A4) e (A3), temos $x0 + x0 = x(0 + 0) = x0 = 0 + x0$, ou seja, $x0 + x0 = 0 + x0$. Logo, pelo item (i), segue que $x0 = 0$. A outra igualdade é obtida de maneira análoga.

(iii) Note que, por (D) e (A4), $x(-y) + xy = x(-y + y) = x0 = 0 = -(xy) + xy$, ou seja, $x(-y) + xy = -(xy) + xy$. Logo, pelo item (i), segue que $x(-y) = -(xy)$. A outra igualdade é obtida de maneira análoga.

(iv) Note que, por (A4), temos $-(-x) + (-x) = 0 = x + (-x)$. Logo, pelo item (i), segue que $-(-x) = x$.

(v) Dos itens (iii) e (iv), obtemos que $(-x)(-y) = -((-x)y) = -(-(xy)) = xy$.

4 | CONCLUSÕES

Inicialmente, é importante destacar que o estudo realizado não teve por objetivo qualificar/classificar os textos envolvidos. O objetivo foi investigar, do ponto de vista pedagógico, algumas implicações das distintas definições da estrutura algébrica anel no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Álgebra, que são descritas a seguir.

Conforme se pode verificar na Tabela II, quanto mais condições são impostas ao definir a estrutura algébrica anel, mais se perde em exemplos de conjuntos previamente conhecidos pelos alunos que, munidos de suas operações usuais de adição e multiplicação, podem ser apresentados como exemplos desta estrutura algébrica. Como o estudo da Álgebra exige um nível de abstração maior do que usualmente é exigido em outras disciplinas, quanto mais condições são impostas na definição de anel, maior será a dificuldade do aluno no entendimento desta definição.

Além disso, é importante ressaltar que não apenas a quantidade de exemplos é significativa no entendimento de uma definição, mas também a natureza desses exemplos. Isso posto, observe que as definições adotadas por Garcia e Lequain (2015), Hefez (2016) e Lang (2002) não permitem explorar o conjunto dos números inteiros múltiplos de um número natural maior do que um como um subanel do anel dos números inteiros, uma vez que, para estes autores, anel é sempre unitário. Ao passo que a definição adotada por Hefez (2016) não permite explorar o conjunto das

matrizes de ordem n sobre o anel dos números inteiros como um anel, haja vista que, para este autor, um anel é sempre comutativo. Portanto, quanto mais condições são impostas na definição de anel, menor será a oportunidade de explorar um conjunto já conhecido dos alunos, em particular se perde a oportunidade de explorar um conjunto bastante conhecido no qual a ordem dos fatores pode alterar o produto.

Ainda no que tange aos exemplos, as definições adotadas por Garcia e Lequain (2015) e Hefez (2016) não admitem formalizar o conceito de *anel nulo*, que é o anel determinado por um conjunto com um único elemento, enquanto a definição adotada por Gonçalves (2015) admite o anel nulo apenas como um anel sem unidade. A adoção dessas definições possivelmente tenta evitar a situação na qual o elemento neutro aditivo e o elemento neutro multiplicativo coincidem, ou seja, a situação na qual $1 = 0$. Embora tal situação seja uma anomalia (verifica-se facilmente que o anel nulo é o único anel em que isso pode ocorrer), do ponto de vista pedagógico o conceito de anel nulo como um anel com unidade, decorrente das definições adotadas por Monteiro (1971) e Lang (2002), é uma oportunidade ímpar de evidenciar ao licenciando que tanto a natureza dos elementos quanto os símbolos utilizados para representá-los são algebricamente irrelevantes.

Quanto à influência das distintas definições de anel em determinados conceitos que dela decorrem, note que, ao incluir a condição (M3) na definição de anel, Hefez (2016) e Lang (2002) precisam naturalmente considerar subanéis com unidade, sendo tal unidade a mesma do anel. Assim, não podem definir um ideal como um tipo particular de subanel, como o faz Gonçalves (2015), haja vista que, pela Proposição I, quando um ideal contém a unidade do anel tal ideal coincide com o próprio anel. Note que, apesar de Garcia e Lequain (2015) não formalizarem de subanel, caso o fizessem, pelo mesmo motivo, não poderiam definir um ideal como um tipo particular de subanel. Neste ponto, cabe ressaltar que, definindo ideal como um conjunto não vazio que contém qualquer soma na qual as parcelas pertencem ao conjunto e que contém qualquer produto no qual ao menos um dos fatores pertence ao conjunto, tem-se uma formalização do conceito de ideal que se adequa a qualquer uma das definições investigadas.

No que diz respeito aos resultados elementares da teoria dos anéis, as propriedades vistas na Proposição II mostram que tais resultados independem da definição adotada.

Tendo em vista essa independência dos resultados elementares da teoria dos anéis, as limitações impostas a conceitos que decorrem da definição de anel quando se impõe mais restrições a esta definição e o fato que reduzir tais restrições amplia a quantidade de exemplos construídos sobre conjuntos previamente conhecidos pelos alunos, tornando o processo de ensino e aprendizagem mais significativo, conclui-se que, pedagogicamente, é mais interessante adotar uma definição da estrutura algébrica anel que imponha menos restrições.

REFERÊNCIAS

GARCIA, A.; LEQUAIN, Y. **Elementos de Álgebra**. 6. ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2015.

GONÇALVES, A. **Introdução à Álgebra**. 4. ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2015.

HEFEZ, A. **Curso de Álgebra**. 5. ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2016.

KLEINER, I. **A History of Abstract Algebra**. Boston: Birkhäuser, 2007.

LANG, S. **Algebra**. 3th ed. New York: Springer-Verlag, 2002.

MONTEIRO, J. **Elementos de Álgebra**. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1971.

