



Pesquisa em Ensino de Física

Sabrina Passoni Maravieski
(Organizadora)

Atena
Editora

Ano 2019

Sabrina Passoni Maravieski

(Organizadora)

Pesquisa em Ensino de Física

Atena Editora

2019

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves

Revisão: Os autores

Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

P474 Pesquisa em ensino de física [recurso eletrônico] / Organizadora Sabrina Passoni Maravieski. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Pesquisa em Ensino de Física; v. 1)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader.

Modo de acesso: World Wide Web.

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-7247-209-8

DOI 10.22533/at.ed.098192803

1. Física – Estudo e ensino. 2. Física – Pesquisa – Estudo de casos. 3. Professores de física – Formação. I. Maravieski, Sabrina Passoni. II. Série.

CDD 530.07

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “Pesquisa em Ensino de Física” pertence a uma série de livros publicados pela Editora Atena, e neste 1º volume, composto de 19 capítulos, apresenta uma diversidade de estudos realizados sobre a prática do docente no ensino-aprendizagem da disciplina de Física no Ensino Médio.

Com a introdução dos PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio em 1999, a presença do conhecimento da Física no Ensino Médio ganhou um novo sentido e tem como objetivo formar um cidadão contemporâneo e atuante na sociedade, pois a Física, lhe proporciona conhecimento para compreender, intervir e participar da realidade; independente de sua formação posterior ao Ensino Médio.

De acordo com os PCNEM, destacamos nesta obra, 4 áreas temáticas: Calor, Hidrostática e Óptica; Cinemática, Mecânica e Gravitação; Eletricidade e Magnetismo e Energia e Princípios de Conservação.

Desta forma, algumas pesquisas aqui apresentadas, dentro das referidas áreas temáticas, procuram investigar ou orientar os docentes e os futuros docentes dos Cursos de Licenciatura em Física e Ciências Naturais, bem como avaliar e propor melhorias na utilização dos livros didáticos, como por exemplo, no âmbito CTSA (Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente); além de práticas docentes que almejam o cumprimento dos PCNEM no planejamento do docente.

Quando alusivo ao âmbito ensino-aprendizagem, devemos de imediato, pensar nas diversas teorias metodológicas e nos diversos recursos didáticos que podemos adotar em sala de aula, incluindo as atuais tecnologias. Neste sentido, esta obra, tem como objetivo principal oferecer contribuições na formação continuada, bem como, na autoanálise da prática docente, resultando assim, em uma aprendizagem significativa dos estudantes de Ensino Médio. Neste sentido, o docente poderá implementá-las, valorizando ainda mais a sua prática em sala de aula.

Além disso, a obra se destaca como uma fonte de pesquisa diversificada para pesquisadores em Ensino de Física, visto que, quando mais disseminamos o conhecimento científico de uma área, mais esta área se desenvolve e capacita-se a ser aprimorada e efetivada. Pois, nós pesquisadores, necessitamos conhecer o que está sendo desenvolvido dentro da esfera de interesse para que possamos intervir no seu aspecto funcional visando melhorias na respectiva área.

Dentro desta perspectiva, na área de Calor, Hidrostática e Óptica apresentamos um estudo que avalia o método dedutivo da equação de Gauss da óptica geométrica aplicados à formação de imagem em espelhos esféricos, contemplados em diferentes livros-texto utilizados nos cursos de Licenciatura em Física (capítulo 1). Outro estudo apresenta o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na abordagem de conceitos relacionados ao Princípio de Arquimedes em um curso de Ciências da Natureza - Licenciatura. O estudo teve como base as ideias de Gardner em relação à Teoria das Múltiplas Inteligências, de Ausubel sobre a Aprendizagem Significativa e de

Peters, Costa, Oliveira entre outros, em relação ao uso das TIC no Ensino (capítulo 2). No estudo do calor, os autores avaliaram a produção de professores em um curso de atualização sobre “Tecnologias Digitais Ampliando o uso de Metodologias Participativas e Metacognitivas em Ciências Naturais” (capítulo 3).

Na área temática: Cinemática, Mecânica e Gravitação, as metodologias e recursos apresentaram-se diversificadas. O capítulo 4, relata um experimento de colisão unidimensional em um trilho de ar utilizando sensores e o software livre CvMob para a vídeo-análise, cuja função foi a obtenção de medidas contínuas de corpos em movimento. Os resultados apontaram que o recurso utilizado foi preciso e de baixo custo para experimentação em Física, principalmente, no que diz respeito à análise do movimento de objetos. Outro estudo utilizando este mesmo tipo de recurso, com a finalidade de potencializar o ensino aprendizagem da física e da matemática, os autores utilizaram um software de vídeo-análise Tracker no estudo de lançamento oblíquo. Neste os estudantes tiveram a oportunidade de verificar a influência das condições ambientais, descartadas nos enunciados dessas questões, e ampliar a descrição matemática através de gráficos e análise de vetores, fatores que não seriam explorados nesses exercícios sem o recurso computacional. Com a ferramenta os estudantes também conseguiram desenvolver críticas aos exercícios selecionados a partir de comparações com os enunciados e os dados experimentais (capítulo 12). No capítulo 5, os autores apresentaram uma atividade experimental investigativa sobre as marés atmosféricas, comparando esse fenômeno com as marés oceânicas. Onde, para a detecção das oscilações barométricas foi possível fazer uso da placa Arduino com sensores de pressão barométrica e temperatura. Já no capítulo 10, o leitor irá se deparar com outro estudo que utiliza o Arduino como recurso o qual substitui os tradicionais kits. No entanto, neste caso, fez uso do sensor LDR para determinar a posição em diversos experimentos para o ensino-aprendizagem da Física para o Ensino Médio, mostrando-se uma alternativa eficaz e de baixo custo. Outro estudo abordou a eficácia do uso do software Solar System Scope para dispositivos móveis no ensino-aprendizagem da Física no Estudo das Leis de Kepler (capítulo 6). Na proposta apoiada na história, Filosofia e Epistemologia da Ciência os autores apresentam as contribuições de Ptolomeu para a evolução do modelo geocêntrico do Sistema Solar (capítulo 7). Outra proposta pautada na construção do conhecimento por meio da experimentação pode ser verificada no capítulo 11, onde alunos de Licenciatura em Ciências Naturais tiveram contato com: a historiografia do aeromodelismo, montagem de um modelo aéreo e matematização dos conceitos (terceiro momento) em formato de oficina, mostrando a importância destas etapas no ensino-aprendizagem. No âmbito, experimentos de física em sala de aula utilizando recursos didáticos do cotidiano; o capítulo 8 tratou de uma atividade experimental realizada em uma classe de Jovens e Adultos (EJA) com carrinhos de fricção para determinar a velocidade média deste. No estudo sobre a deformação sofrida por molas, foram realizadas atividades investigativas

e de experimentação, fundamentadas na teoria cognitiva de aprendizagem utilizando o conhecimento prévio de alunos do Ensino Médio; possibilitando a discussão de conceitos estatísticos, métodos de medição e unidades de medidas (capítulo 9).

Na área temática de Eletricidade e Magnetismo o leitor irá se deparar com 4 capítulos os quais mostram uma preocupação em investigação inicial dos alunos, sequencias didáticas, experimentos de baixo custo e utilização de softwares. O primeiro (capítulo 13), os autores investigaram as diferentes situações didáticas, pertencentes ao campo conceitual da eletrodinâmica, que são propostas aos alunos nas atividades (exercícios, problemas e testes) dos livros didáticos de Física aprovados no PNLD 2012. O fundamento teórico basilar desta investigação foi a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e tomou como base a ideia defendida pelo autor de que um conceito não se constrói ou aprende com o uso de um só tipo de situação. No capítulo seguinte (14), os autores apresentaram uma sequência didática relacionada ao tema eletricidade por meio da metodologia interativa e investigativa utilizando como recurso didáticos e tecnológicos, exercícios de apostilas de vestibular, a plataforma google forms e simuladores PhET. A sequência didática foi dividida em: a) pré-teste, b) conteúdo digital (utilizando roteiro e kit de circuito Elétrico DC), c) sistematização do conhecimento (lista de exercícios) e d) avaliação para verificação da aprendizagem. Para o estudo conceitual de algumas grandezas físicas, bem como de algumas Leis em eletricidade e magnetismo. No capítulo 15, os autores, descreveram experiências construídas e realizadas com materiais de baixo custo e de fácil aquisição para alunos do Ensino Médio. No capítulo 16, os autores também apresentaram uma sequencia didática com aplicação do simulador PhET, mas com a abordagem POE (predizer, observar e explicar) e da teoria de múltímodos e múltiplas representações. Neste caso, o estudo buscou a correlação das variáveis motivacionais no ensino-aprendizagem de eletricidade e magnetismo para alunos de graduação em Engenharia de uma instituição particular.

Ao leitor, que esta obra, contribua para sua prática em sala de aula, fazendo desta um espaço de relação entre a tríade: professor-alunos-conhecimento.

Aos autores dos diversos capítulos, pela dedicação e esforços sem limites, que viabilizaram esta obra que retrata diversas pesquisas em ensino de Física e Ciências Naturais, valorizando a prática do docente, os agradecimentos dos Organizadores e da Atena Editora.

Por fim, esperamos que este livro possa colaborar e instigar mais estudantes, professores e pesquisadores na constante busca de novas metodologias de ensino-aprendizagem, tecnologias e recursos didáticos, promovendo a melhoria na educação do nosso país.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
DEDUÇÃO DA CONVENÇÃO DE SINAL DA EQUAÇÃO DE GAUSS PARA ESPELHOS ESFÉRICOS	
<i>Niels Fontes Lima</i> <i>Rodrigo Oliveira Magalhães</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928031	
CAPÍTULO 2	12
ESTUDO DE CONCEITOS DO PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES COM USO DE AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM	
<i>Diovana Santos dos Santos Habermann</i> <i>Franciele Braz de Oliveira Coelho</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928032	
CAPÍTULO 3	29
METACOGNIÇÃO NO ENSINO PARTICIPATIVO: UMA ABORDAGEM PARA O ESTUDO DO CALOR	
<i>Clayton Ferreira dos Santos</i> <i>Kátia Regina Varela Roa</i> <i>Miriam Alves Dias Santana</i> <i>Vera B. Henriques</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928033	
CAPÍTULO 4	39
ANÁLISE DE UM EXPERIMENTO DE COLISÃO UNIDIMENSIONAL USANDO SOFTWARE LIVRE CVMOB	
<i>Alexandro das Chagas de Sousa Nascimento</i> <i>Rodrigo Costa Veras</i> <i>Francisco Ronan Viana Araújo</i> <i>Itamar Vieira de Sousa Junior</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928034	
CAPÍTULO 5	49
AS MARÉS ATMOSFÉRICAS A PARTIR DE UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL INVESTIGATIVA	
<i>Luiz Raimundo Moreira de Carvalho</i> <i>Helio Salim de Amorim</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928035	
CAPÍTULO 6	59
AVALIAÇÃO DO USO DO APLICATIVO SOLAR SYSTEM SCOPE NO ENSINO DAS LEIS DE KEPLER	
<i>Adriano Alves de Araujo</i> <i>Harrison Luz dos Santos</i> <i>Gabryell Malcher Freire</i> <i>Fábio Andrade de Moura</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928036	

CAPÍTULO 7	68
CONTRIBUIÇÃO DE PTOLOMEU PARA A EVOLUÇÃO DO MODELO GEOCÊNTRICO: PERSPECTIVAS HISTÓRICAS	
<i>Natalia Talita Corcetti</i> <i>Estéfano Vizconde Veraszto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928037	
CAPÍTULO 8	78
EXPERIMENTO COM CARRINHOS DE FRICÇÃO PARA TRATAR DE VELOCIDADE MÉDIA NO PRIMEIRO ANO/SÉRIE DO ENSINO MÉDIO	
<i>Arivaldo Lopes</i> <i>Marli Santana Pimentel Lopes</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928038	
CAPÍTULO 9	86
MEDIÇÃO, EXPERIMENTAÇÃO E (RE)DESCOBERTA: UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA COM PESOS E MOLAS	
<i>Amsterdam de Jesus Souza Marques de Mendonça</i>	
DOI 10.22533/at.ed.0981928039	
CAPÍTULO 10	99
O USO DO LDR COMO SENSOR DE POSIÇÃO COM O ARDUINO PARA O ENSINO DE FÍSICA	
<i>Lázaro Luis de Lima Sousa</i> <i>Nayra Maria da Costa Lima</i> <i>Luciana Angélica da Silva Nunes</i> <i>Leonardo Augusto Casillo</i> <i>Andreia Paulino da Silva</i> <i>Rodolfo Felipe Medeiros Alves</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280310	
CAPÍTULO 11	109
USANDO A MECÂNICA DE VOOS PARA FACILITAR O APRENDIZADO DE CONCEITOS DA MECÂNICA CLÁSSICA	
<i>Juliana Oliveira Costa</i> <i>Renan de Melo Alencar</i> <i>Bianca Pereira Almeida</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280311	
CAPÍTULO 12	117
USO DE VIDEOANÁLISE PARA RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS DE LANÇAMENTO OBLÍQUO	
<i>Gustavo Affonso de Paula</i> <i>Milton Alves Gonçalves Júnior</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280312	

CAPÍTULO 13	126
A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD E O CAMPO CONCEITUAL DA ELETRODINÂMICA: AS DIFERENTES SITUAÇÕES PRESENTES NAS ATIVIDADES DOS LIVROS DIDÁTICOS DE FÍSICA	
<i>Deivid Andrade Porto</i>	
<i>Tiago Ferraz Rodrigues</i>	
<i>Mariele Regina Pinheiro Gonçalves</i>	
<i>Marco Aurélio Clemente Gonçalves</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280313	
CAPÍTULO 14	135
CIRCUITOS ELÉTRICOS- UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO RECURSOS TECNOLÓGICOS	
<i>Arthur Alexandre Magalhães</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280314	
CAPÍTULO 15	154
EXPERIMENTOS DE BAIXO CUSTO EM ELETRICIDADE E MAGNETISMO PARA O ENSINO MÉDIO	
<i>Alfredo Sotto Fernandes Jr</i>	
<i>Miguel Arcanjo-Filho</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280315	
CAPÍTULO 16	163
MOTIVAÇÕES, SIMULAÇÕES E DESEMPENHO NO ENSINO DE ELETRICIDADE	
<i>Alcides Goya</i>	
<i>Patrícia Beneti de Oliveira</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280316	
CAPÍTULO 17	173
O CONCEITO DE ENERGIA E TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	
<i>Geziane dos Santos Pereira</i>	
<i>Milton Souza Ribeiro Miltão</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280317	
CAPÍTULO 18	191
ATIVIDADE EXPERIMENTAL CATIVANTE: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE ENERGIA MECÂNICA E SUA CONSERVAÇÃO	
<i>Cleidson Santiago de Oliveira</i>	
<i>Mauro Vanderlei Amorim</i>	
<i>Elizabeth Machado Baptestini</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280318	
CAPÍTULO 19	201
USO DE SIMULADORES COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE ENERGIA E TRANSFORMAÇÕES ENERGÉTICAS PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<i>Alex Arouca Carvalho</i>	
<i>Júlio Akashi Hernandez</i>	
DOI 10.22533/at.ed.09819280319	
SOBRE A ORGANIZADORA	215

DEDUÇÃO DA CONVENÇÃO DE SINAL DA EQUAÇÃO DE GAUSS PARA ESPELHOS ESFÉRICOS

Niels Fontes Lima

Instituto Federal da Bahia, Departamento de Física
Salvador, BA

Rodrigo Oliveira Magalhães

Instituto Federal da Bahia, Departamento de Física
Salvador, BA

RESUMO: Os livros textos utilizados nas disciplinas de física para bacharelados e licenciaturas em ciências e engenharias normalmente não trazem demonstração matemática das convenções de sinal da equação de Gauss de lentes ou espelhos esféricos. A convenção é apresentada como algo que “dá certo”, estendendo o conceito de distância para incluir sinais negativos para imagens, objetos ou focos virtuais. Isso é razoável na formação de engenheiros ou bacharéis em física, mas é pouco na formação de professores de física, que têm um importante campo de ensino na Ótica Geométrica. Exporemos a demonstração paradigmática da dedução da equação de Gauss encontrada em quatro livros-texto amplamente usados em cursos superiores, feita a partir dos princípios da ótica geométrica aplicados à formação de uma imagem real, cuja generalização para outras situações é feita meramente enunciando-se a

convenção de sinal e aplicando-a a exemplos. Para ir além no entendimento da convenção de sinal, fazemos um exercício de aplicação do método geométrico ao caso de imagem virtual formada por espelho côncavo que resultará numa equação diferente do primeiro caso. O caso geral de reflexão por espelho convexo é estudado explorando-se a simetria com o caso da imagem virtual em espelho côncavo, e obtém-se ainda outra equação, diferente das outras duas. A introdução do conceito de *distância ótica*, que incorpora um sinal algébrico à distância geométrica, permite escrever as três equações como uma. Não analisamos aqui o caso do chamado objeto virtual, que será deixado para trabalho subsequente dedicado à formação de imagens de refração por dioptros individuais, lentes e combinação de lentes, incluindo a convenção de sinais da equação do fabricante de lentes.

PALAVRAS-CHAVE: ótica geométrica, convenção de sinal, equação de Gauss, licenciatura em física.

ABSTRACT: Textbooks used in physics courses for science and engineering degrees usually do not make a mathematical demonstration of the sign convention in Gauss equation for spherical lenses or mirrors. The convention is presented as something that “works,” extending the concept of distance to include negative

signals for images, objects, or virtual foci. This is reasonable as respects to formation of engineers or physics bachelors, but not of physics teachers, who have an important field of teaching in Geometric Optics. We present here the paradigmatic demonstration of Gauss equation found in four widely used college physics textbooks, which applies the principles of geometrical optics to the formation of a real image and which results are generalized to other situations by merely stating the sign convention and testing it in examples. To go further in understanding the sign convention, we perform an exercise of applying the geometric method to the case of a virtual image formed by concave mirror that results in a different equation for object and image distances. The general case of reflection by a convex mirror is studied by exploring the symmetry with the case of a virtual image in a concave mirror, and we obtain yet another equation, different from the first two equations. The introduction of the concept of optical distance, which adds an algebraic signal to the geometric distance, allows us to write the three equations as one. We do not analyze here the case of a so-called virtual object, which will be left for subsequent work devoted to the formation of refraction images by individual diopters, lenses and combination of lenses, including the signal convention of the lens manufacturer's equation.

KEYWORDS: geometric optics, signal convention, Gauss equation, degree in physics.

1 | INTRODUÇÃO

A Ótica Geométrica pode ser definida como uma teoria que, apesar de não abordar a natureza fundamental da luz, explica e descreve de maneira bastante satisfatória a formação de imagens por instrumentos óticos compostos por espelhos e lentes, instrumentos de enorme importância no desenvolvimento da ciência moderna e até hoje em aplicações tecnológicas extremamente relevantes.

No projeto do curso de licenciatura em física do Câmpus Salvador do IFBA a Ótica Geométrica tem um papel importante, não só pela importância do seu conteúdo, mas também como exemplo do método científico-matemático. As deduções geométricas e algébricas para obter a lei que rege a formação de imagens por espelhos e lentes são de grande importância também como aplicação exemplar da matemática à física, e é com essa ideia que a disciplina é oferecida como optativa para os alunos da licenciatura em matemática do Câmpus Salvador do IFBA.

Neste artigo analisamos, utilizando o método de pesquisa bibliográfica, a forma pela qual alguns dos principais livros texto utilizados nos cursos das disciplinas que podem ser genericamente chamadas de Física Geral e Experimental, para estudantes de engenharia e ciências, inclusive nas licenciaturas, apresentam a convenção de sinal no estudo das imagens formadas em espelhos.

Os quatro livros analisados são importantes livros-texto amplamente utilizados. São os conhecidos “Sears” (YOUNG, 2009) e “Halliday” (HALLIDAY, 2007) utilizados mundialmente e tantas vezes reeditados, o primoroso “Moisés” (NUSSENZVEIG,

1998), texto preciso e profundo do autor brasileiro, e o “Keller” (KELLER, 1999), obra menos conhecida, com uma versão mais resumida da física universitária que os outros autores, mas ainda assim adequado a disciplinas de introdução à física em cursos superiores. Não pretendemos fazer uma análise exaustiva de todos os autores, mas não conhecemos nenhum texto que difira fundamentalmente das abordagens dos autores estudados.

2 | DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE GAUSS PARA ESPELHOS ESFÉRICOS

Apresentaremos aqui a dedução “paradigmática” da equação de Gauss, ou equação dos pontos conjugados, para espelhos esféricos encontrada nas obras analisadas. Os autores estudados coincidem na geometria escolhida para obter a equação dos pontos conjugados, como também na forma de obter, a partir dessa equação, as regras de formação de formação de imagens extensas na geometria considerada. O caso paradigmático é o de um ponto objeto situado no eixo de um espelho côncavo que gera um ponto imagem real também sobre o eixo do espelho, estabelecendo uma relação entre as distâncias do ponto objeto e do ponto imagem ao vértice do espelho.

Os autores também coincidem na forma de generalizar as regras obtidas na situação particular analisada e aplicá-las a situações físicas muito diferentes, como a de uma imagem virtual formada por espelho côncavo e o caso geral de formação de imagem virtual por um espelho convexo. Isso é feito pela adoção da chamada “convenção de sinal”, pela qual imagens e objetos virtuais e focos de espelhos convexos são representados por distâncias negativas na equação que foi obtida em uma geometria muito diferente.

Nenhum dos autores se preocupa em justificar previamente essa convenção, mas demonstram em aplicações e em exercícios como funciona a aplicação da equação de Gauss com essa convenção aos problemas de uma imagem virtual produzida por um espelho côncavo ou de uma imagem virtual produzida por um espelho convexo. Talvez isso seja plenamente satisfatório se o objetivo do curso é o aprendizado dos conceitos e aplicações da ótica geométrica, mas desperdiça um belo exemplo de como se dá o raciocínio matemático sobre os princípios físicos que regem a formação das imagens na reflexão, uma oportunidade de mostrar a alunos do segundo semestre da licenciatura em física como funciona a física teórica.

2.1 Formação de imagem real por espelho côncavo

Como nos livros investigados, vamos considerar um ponto objeto P situado sobre o eixo de um espelho côncavo. O ponto P está a uma distância S do vértice V , maior do que o raio de curvatura R . A Figura 1 mostra um raio de luz que emana do ponto objeto formando o ângulo α com o eixo, incide na superfície do espelho no ponto A e é

refletido, cruzando o eixo num ponto P' à distância S' do vértice do espelho.

O raio incidente forma um ângulo θ com a direção normal à superfície do espelho no ponto de incidência, o raio de C a A que forma um ângulo β com o eixo, como mostrado na Figura 1. O raio de luz refletido forma um ângulo com a normal igual ao de incidência θ e cruza o eixo formando o ângulo γ no ponto P' , com S' menor do que o raio de curvatura.

Mostra-se que os raios que emanam de P formando um ângulo pequeno com o eixo do espelho são refletidos pelo espelho e cruzam o eixo aproximadamente num mesmo ponto, formando assim uma imagem real do ponto objeto. O applet “EspelhoEsférico” (LIMA, 2017) apresenta uma simulação exata da geometria da reflexão de raio de luz por um espelho esférico e permite mostrar facilmente o fenômeno da aberração esférica, algo que a maioria das simulações existentes não permite, e como para ângulos pequenos todos os raios de luz provenientes de um ponto, o objeto, convergem para um mesmo ponto, a imagem. As figuras deste artigo foram geradas a partir da tela gráfica do applet.

É importante notar que a definição de imagem real está ligada uma condição física muito bem definida: a luz que provém de P é novamente reunida no ponto P' ; podemos colocar no ponto P' um medidor, sensor ou anteparo, que a luz será medida ou registrada e uma imagem será projetada e poderá ser vista no anteparo. Os raios de luz que divergem do objeto convergem para a imagem e divergindo a partir desse ponto o fazem ser visto como um objeto localizado na posição da imagem.

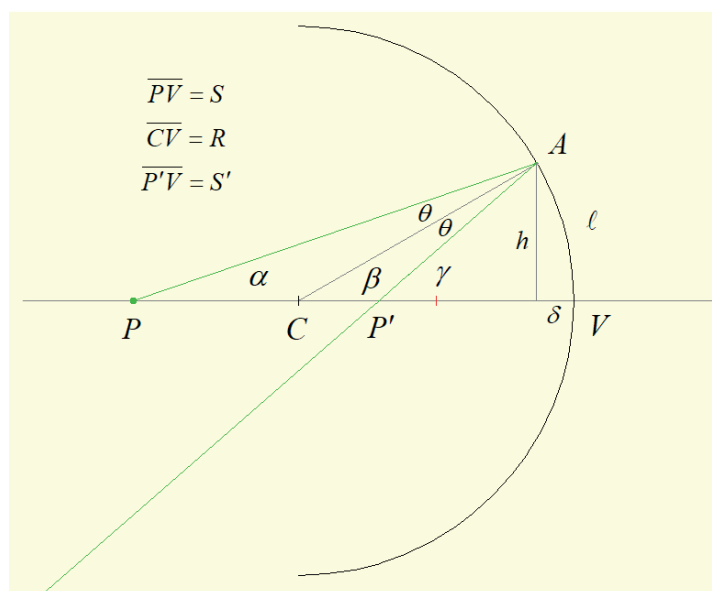


Figura 1: Formação de um ponto imagem real por reflexão em espelho côncavo.

Vamos aplicar as leis da reflexão da ótica geométrica para determinar a distância do ponto imagem em função da distância do ponto objeto e do raio de curvatura do espelho na geometria da Figura 1. Todos os autores fazem isso de forma bastante satisfatória, consistindo num belo exemplo da aplicação da matemática aos princípios

da física para a descrição de um fenômeno físico. Os autores diferem no grau de aproximação utilizado para a demonstração, que em algum momento há de se limitar a ângulos pequenos, e normalmente nesse ponto introduzem o tema da aberração esférica. NUSSENZVEIG faz uma aproximação mais criteriosa que permite considerar melhor a aberração, mas todos acabam ao final por obter a mesma relação, válida em primeira ordem nos ângulos de abertura pequenos.

Vamos dividir a obtenção da equação dos pontos conjugados em duas partes. Na primeira, obteremos uma relação entre os ângulos α, β e γ e as distâncias S, R e S' , respectivamente. Na segunda, a análise geométrica da reflexão fornecerá relações desses ângulos entre si, e daí a relação entre as distâncias que se busca.

O ângulo β é dado, pela definição de ângulo plano, como a razão entre o comprimento l do arco entre V e A e o raio de curvatura do espelho R ,

$$\beta = \frac{l}{R} \quad (1)$$

Essa relação é exata e válida também para aberturas grandes.

Na Figura 1 definimos dois triângulos retângulos, um com vértice em P e o outro em P' , que possuem em comum o lado de comprimento h , o segmento de reta entre o ponto A e sua projeção vertical sobre o eixo, situada à distância δ do vértice. Esse lado h é o cateto oposto aos ângulos α e γ , que têm como cateto adjacente os comprimentos $S - \delta$ e $S' - \delta$, respectivamente. A tangente desses ângulos é dada portanto por

$$\tan \alpha = \frac{h}{S - \delta} \quad (2)$$

$$\tan \gamma = \frac{h}{S' - \delta} \quad (3)$$

Essas relações tornam-se mais simples se tomamos a aproximação de pequenas aberturas, $\alpha \ll 1$. Nessa condição, pode-se tomar $h \sim l$ e desprezar em primeira ordem o termo δ no cálculo das tangentes dos ângulos. Além disso, como a tangente de um ângulo pequeno pode ser aproximada pelo valor do ângulo, obtemos as seguintes relações entre os ângulos e as distâncias no diagrama, válidas em primeira ordem:

$$\alpha \cong \frac{l}{S} \quad \text{e} \quad \gamma \cong \frac{l}{S'} \quad (4)$$

A segunda parte da demonstração consiste em encontrar uma relação entre os ângulos α, β e γ e daí estabelecer uma relação entre as distâncias S, S' e R . Nessa parte há naturalmente maior diversidade entre os autores, que diferem em detalhes da demonstração e na notação utilizada. Mostraremos aqui é uma forma simples para chegar ao resultado desejado.

Consideramos na Figura 1 os triângulos PAC e $P'AC$. Como se sabe da geometria euclidiana, a soma de dois ângulos internos de um triângulo é igual ao ângulo externo oposto a estes dois. Por inspeção da figura isso nos dá, no primeiro triângulo,

$$\alpha + \theta = \beta \quad (5),$$

e no segundo,

$$\beta + \theta = \gamma \quad (6).$$

Eliminando θ entre as duas equações obtemos

$$\alpha + \gamma = 2\beta \quad (7)$$

Substituindo os ângulos em (7) pelas razões (1) e (4) entre l e as distâncias encontradas na primeira parte, e dividindo a equação resultante por l , ficamos finalmente com

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{2}{R} \quad (8)$$

Essa relação é a equação dos pontos conjugados, mas ainda falta algo para termos a equação de Gauss em todo seu significado. Essa expressão por enquanto é apenas uma relação entre as distâncias ao vértice dos pontos objeto e imagem real, situados sobre o eixo do espelho. Ainda falta obter a regra de formação da imagem de pontos objetos situados fora do eixo, ou seja, imagens de corpos extensos. Também ainda é necessário generalizá-la para ser aplicada a imagens virtuais e espelhos côncavos, o que normalmente é feito pela convenção de sinal.

A formação das imagens extensas também é feita de uma forma basicamente comum por todos os autores. Como mostra a equação (8), a imagem de um ponto objeto no infinito forma-se à distância $S' = R/2$ do vértice do espelho. O sentido físico disso é que raios de luz que incidem paralelamente ao eixo convergem em um ponto que é identificado como o *foco* do espelho. A distância do foco ao vértice do espelho é chamada de *distância focal*, f e é igual à metade do raio de curvatura.

A relação obtida entre S e S' é simétrica, representando o postulado físico da reversibilidade dos raios luminosos. Mostra-se facilmente que a equação (8) se aplica também para um ponto objeto situado entre o centro de curvatura e o foco do espelho, caso no qual a imagem se formará a uma distância do vértice entre R e o infinito; um objeto pontual localizado no foco emite raios que são refletidos paralelamente ao eixo.

Essa propriedade dos raios paralelos ao eixo é utilizada para construir diagramas que representam a formação das imagens de corpos extensos (Figura 2). Da cabeça da imagem são traçados dois raios, um que incide no espelho paralelamente ao eixo e é desviado passando pelo foco e outro que passa pelo foco e depois de ser refletido propaga-se paralelamente ao eixo. Assumindo pequenas aberturas, constrói-se um diagrama de raios que mostra que raios emanando da cabeça do objeto, situada à distância vertical H acima do eixo e a uma distância do espelho aproximadamente igual a S , são refletidos no espelho e convergem num ponto a uma distância do vértice aproximadamente igual a S' e a uma distância vertical H' abaixo do eixo, formando assim uma imagem real e invertida do objeto.

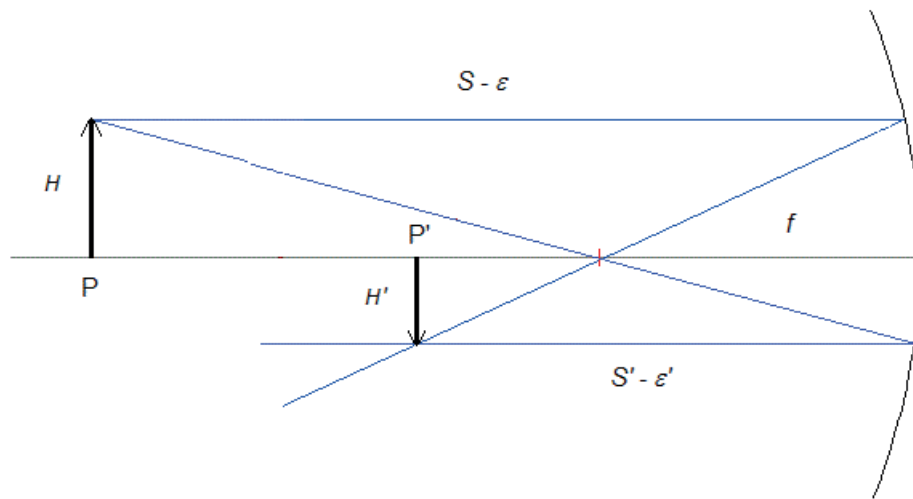


Figura 2: Formação de imagem real de corpo extenso por reflexão em espelho côncavo.

O pé do objeto está à distância S do vértice (ponto P sobre o eixo) e o pé da imagem à distância S' (ponto P'). Um raio paralelo ao eixo emitido pela cabeça, um ponto à distância H do eixo e com projeção sobre P , é refletido pelo espelho e cruza o eixo no ponto focal. Outro raio emitido pela cabeça passa pelo foco e incide no espelho, sendo então refletido ficando paralelo ao eixo. A imagem da cabeça do objeto forma-se nesse ponto onde os dois raios se cruzam. A reversibilidade dos raios luminosos garante que, se for colocado na posição da imagem um objeto com altura H' , uma imagem real será formada onde está o objeto com altura H .

A relação entre a altura da imagem e a altura do objeto é facilmente obtida por semelhança de triângulos e é dada, na aproximação de pequena abertura adotada, por

$$\frac{H'}{H} = \frac{S'}{S} \quad (9)$$

Note-se que todas as distâncias referidas aqui nessa demonstração são por definição positivas. No contexto trabalhado, uma distância negativa não tem significado físico. Note-se também que a demonstração da equação (8) e sua utilização para o estudo da formação de imagem de corpo extenso foram feitas para o caso de imagem real formada por um espelho côncavo. Ainda precisamos estudar os casos de imagem virtual, em espelhos côncavo e convexo, e vamos fazer isso de uma forma tal que a convenção de sinal será introduzida de forma natural.

Daqui em diante nossa exposição se distingue da forma paradigmática dos livros-texto, que generalizam a aplicação da equação de Gauss aos casos não estudados em detalhe apenas enunciando e aplicando as convenções de sinal.

2.2 Formação de imagem virtual por espelho côncavo.

A dedução da equação (8) não se aplica a um ponto objeto situado entre o foco e o vértice do espelho. A tentativa de usá-la para uma distância menor do que f dá um resultado negativo para a distância da imagem, algo sem sentido no contexto da demonstração desenvolvida até aqui. De fato, a análise geométrica da reflexão dos raios emanados de um objeto situado entre o foco e o vértice um espelho côncavo mostra que não se forma imagem real do ponto objeto. Forma-se, entretanto, o que se

chama uma *imagem virtual*.

A geometria desse problema está apresentada na Figura 3. A aplicação das leis da reflexão mostra que os raios que emanam de um ponto objeto P entre o foco e o vértice continuam divergindo após a reflexão; nunca voltam a convergir e não se forma imagem real do objeto. Entretanto, prolongando-se os raios refletidos na direção do que está atrás do espelho, observa-se que os raios refletidos (na aproximação de pequenas aberturas) parecem provir de um mesmo ponto P', como se houvesse ali uma imagem. A luz refletida não está lá, e não pode ser registrada ou observada com sensor ou anteparo colocado nesse ponto, mas a luz parece provir do ponto à distância S' do vértice. P' é uma imagem virtual do ponto objeto P.

Uma imagem virtual corresponde a uma situação física muito diferente da que caracteriza a imagem real, pois a luz que forma uma imagem virtual não provem fisicamente da posição da imagem. Não há luz no lugar da imagem, do outro lado do espelho. A imagem virtual não pode ser projetada num anteparo ou sobre um filme ou CCD.

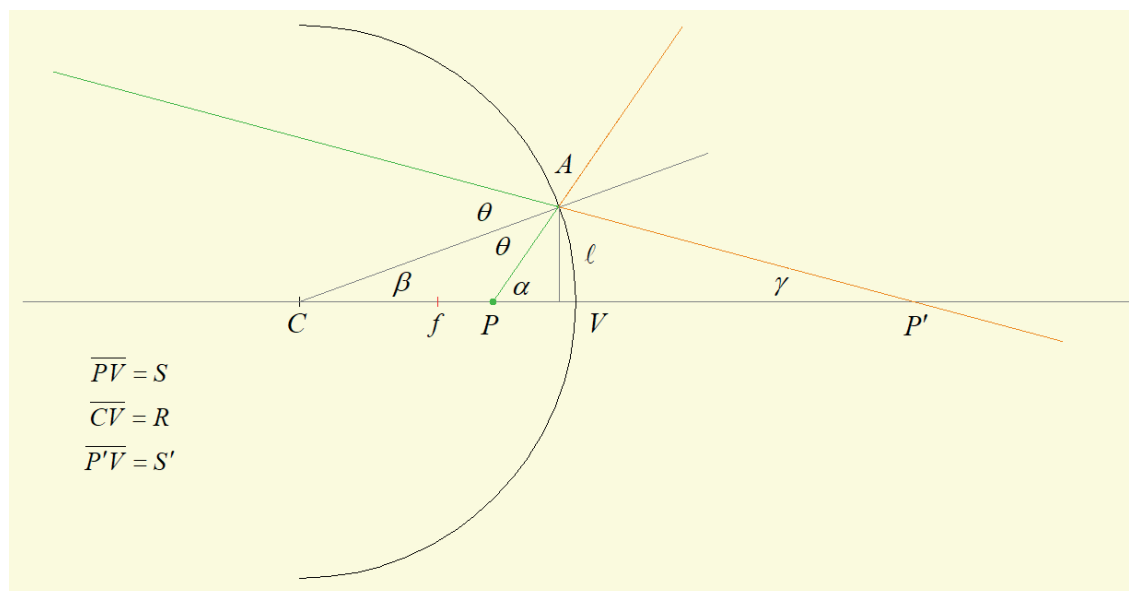


Figura 3: Formação de um ponto imagem virtual por reflexão em espelho côncavo.

Na situação mostrada na Figura 3, as relações entre os ângulos formados pelos raios e as distâncias de objeto, imagem e centro de curvatura ao vértice são muito semelhantes às anteriores. A única diferença é o comprimento do cateto adjacente ao ângulo γ , agora dado por $S' + \delta$; mas δ será desprezada como antes, quando considerarmos $\alpha \ll 1$, e assim obtemos as mesmas relações (1) e (4) entre os ângulos e as distâncias obtidas no caso anterior.

A geometria euclidiana e as leis da reflexão fornecerão, como antes, uma relação entre os ângulos α, β e γ e daí a relação entre as distâncias S, S' e R. Tomando os triângulos PAC e $P'AC$ obtemos as seguintes relações entre os ângulos:

$$\beta + \theta = \alpha \quad (11)$$

e

$$\gamma + \beta = \theta \quad (12).$$

Eliminando θ entre as duas equações, obtemos

$$\alpha - \gamma = 2\beta \quad (13)$$

Observamos que o sinal do ângulo γ é agora negativo. Ao substituir os ângulos em (13) pelas razões (1) e (4) entre l e as distâncias objeto e imagem, ficamos com uma relação muito semelhante à anterior, mas com uma diferença importante no sinal da distância da imagem S' na equação.

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{S'} = \frac{2}{R} \quad (14)$$

Note-se que essa expressão não é simétrica por troca entre S e S' ; ou seja, a relação entre a simetria física – o postulando da reversibilidade dos raios luminosos – e a simetria matemática não é tão simples como no caso anterior. Mas existe, e será explorada adiante para descrever o problema do espelho convexo

2.3 Formação de imagem virtual por espelho convexo.

A geometria apresentada na Figura 3 pode ser usada para representar a reflexão por um espelho convexo. Imaginando a figura invertida, como mostra a Figura 4, teríamos um raio de luz saindo de P' refletido em A sendo desviado de forma que pareceria estar vindo de P . Como ângulos opostos pelo vértice são iguais, a figura pode ser interpretada como a representação de um raio de luz que sai de P e é refletido por uma superfície côncava parecendo provir de P' , como antes, ou igualmente como um raio de luz emitido por P' que é refletido por uma superfície convexa e parece vir de P , como na Figura 4.

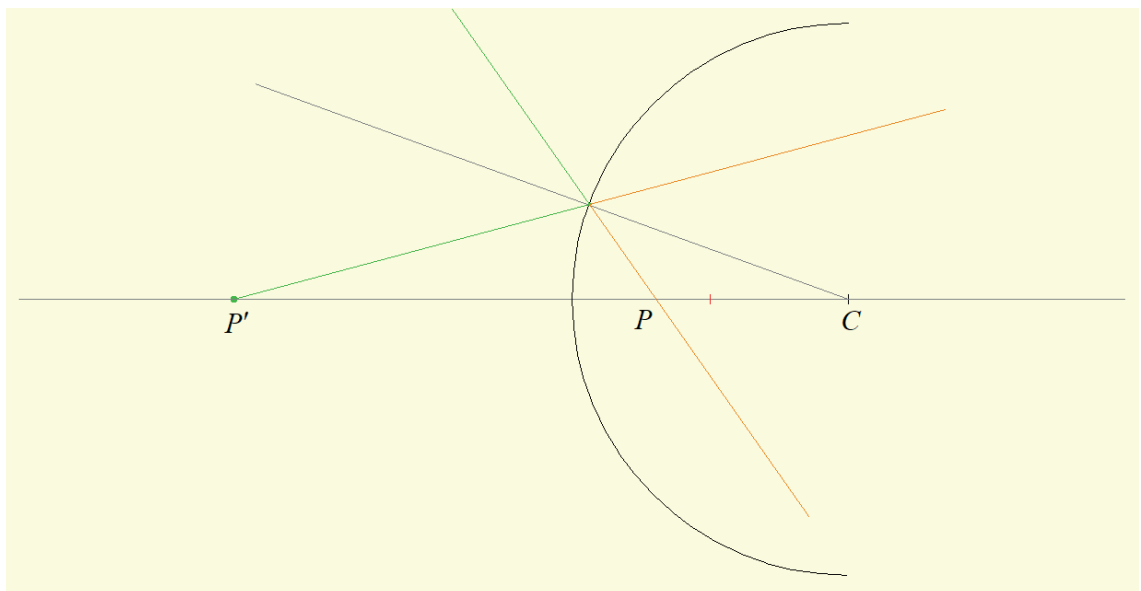


Figura 4. Formação de um ponto imagem virtual por reflexão em espelho convexo. A situação geométrica mostrada é a inversão horizontal da situação mostrada na Figura 3, portanto todas relações válidas lá valem também aqui. Apesar dos nomes, o ponto objeto está na posição P' à distância S' do vértice e o ponto imagem está na posição P à distância S do vértice, os mesmos que os da Figura 3. Pela simetria da situação, podemos trocar os papéis trocando também o tipo de espelho.

Isso significa que ainda podemos usar a equação (14), interpretando de outra forma cada termo. Para representar o espelho convexo, a distância do objeto será S' e a da imagem S . Para continuar chamando o objeto de P e a imagem de P' , precisamos trocar os nomes originais, obtendo assim

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{2}{R} \quad (15)$$

Multiplicando por -1 de forma a comparar melhor com as expressões (8) e (14), obtemos a equação dos pontos conjugados válida para o espelho convexo:

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{S'} = -\frac{2}{R} \quad (16)$$

A equação (16) traz, como a (14), um sinal negativo associado à imagem virtual, mas agora também a distância focal aparece com um sinal negativo.

3 | CONVENÇÃO DE SINAL E EQUAÇÃO DE GAUSS

As equações (8), (14) e (16), que representam a relação entre as distâncias de objeto e imagem e raio de curvatura, foram deduzidas para situações físicas e geométricas diferentes e são diferentes. As diferenças são importantes, mas como elas só afetam os sinais com que a distância da imagem e do foco aparecem na equação, as três equações podem ser escritas de uma forma unificada se incorporamos o sinal nas variáveis. É nisso que consiste a convenção de sinal usada pelos autores pesquisados e que apresentamos a seguir.

Vamos definir as variáveis d_o , d_i e f , que representam o que chamaremos de “distâncias óticas” respectivamente do objeto, da imagem e do foco ao vértice do espelho e diferem das distâncias geométricas S , S' e R pois incorporam um sinal algébrico. As distâncias óticas com a qual escreveremos a equação de Gauss estão relacionadas às distâncias geométricas das equações (8), (14) e (16) da seguinte forma:

- Imagem real em espelho côncavo:

$$d_o = S; d_i = S'; f = R/2$$

As distâncias do objeto, da imagem real e do foco do espelho côncavo são positivas.

- Imagem virtual em espelho côncavo:

$$d_o = S; d_i = -S'; f = R/2$$

As distâncias do objeto e do foco do espelho côncavo são positivas e a distância da imagem virtual é negativa.

- Imagem virtual em espelho convexo:

$$d_o = S; d_i = -S'; f = -R/2$$

A distância do objeto é positiva e as distâncias da imagem virtual e do foco do espelho convexo são negativas.

A distância ótica de imagens virtuais é negativa, assim como a distância focal de

espelhos convexos. Nos três casos estudados, temos o que se chama de um objeto real para o qual a distância ótica é positiva. Não elaboraremos aqui esse conceito em mais profundidade, mas só notaremos que um objeto é real se, no mesmo sentido que uma imagem é real, a luz vem de onde parece vir. No caso do objeto virtual, que nessa convenção é representado por uma distância ótica negativa, como a imagem virtual, a luz também não vem de onde parece vir.

Em termos das distâncias óticas definidas como acima, podemos escrever finalmente a equação de Gauss em todo seu pleno significado:

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} \quad (17)$$

4 | CONCLUSÃO

A análise dos livros texto mostrou que nenhum dos autores apresenta uma demonstração matemática formal da convenção de sinal utilizada no estudo da formação de imagens em espelhos esféricos. Entretanto, como vimos aqui, essa demonstração está bem ao alcance dos alunos, podendo ser apresentada na forma de exercício (obtenção da equação para imagem virtual em espelho côncavo) e discussão sobre simetrias e a extensão de conceitos para unificar em uma mesma forma de expressão os resultados obtidos em situações diferentes.

REFERÊNCIAS

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert. **Fundamentos da Física, volume 4: Óptica e Física Moderna**. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

KELLER, Frederick J.; GETTYS, W. Edward; SKOVE, Malcolm J. **Física, volume 2**. Tradução: Alfredo Alves de Farias. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1999.

LIMA, Niels Fontes. **Applet “EspelhoEsferico”**. Salvador: IFBA, 2017.
Disponível em <http://www.ifba.edu.br/fisica/nfl/fis215/EspelhoEsferico17/EspelhoEsfericoForaDoEixoV17.html>

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física básica – vol. 4**. São Paulo: Blucher, 1998.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.; FORD, A. Lewis. **Física IV: Ótica e Física Moderna**. Tradução: Cláudia Martins. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-209-8

