

A produção do conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra

6,0 Gt CO₂

1,5 Gt CO₂

Ingrid Aparecida Gomes
(Organizadora)



 **Atena**
Editora

Ano 2019

Ingrid Aparecida Gomes
(Organizadora)

A produção do conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves

Revisão: Os autores

Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

P964 A produção do conhecimento nas ciências exatas e da terra [recurso eletrônico] / Organizadora Ingrid Aparecida Gomes. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (A produção do Conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra; v. 1)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-7247-238-8

DOI 10.22533/at.ed.388190304

1. Ciências exatas e da terra – Pesquisa – Brasil. I. Gomes, Ingrid Aparecida. II. Série.

CDD 507

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “*A produção do conhecimento nas Ciências Exatas e da Terra*” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora, em seu I volume, apresenta, em seus 21 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino e educação.

As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Astronomia/Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química.

O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas.

A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas.

Neste sentido, este volume é dedicado aos trabalhos relacionados a ensino e aprendizagem. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento.

Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada.

Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Ingrid Aparecida Gomes

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
A CONTEXTUALIZAÇÃO DA CONSTRUÇÃO DE UM CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA VOLTADO PARA O ENSINO DE ASTRONOMIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Rachel Zuchi Faria Daniel Rutkowski Soler Evonir Albrecht Marcos Rogerio Calil Marcos Pedroso Marília Rios	
DOI 10.22533/at.ed.3881903041	
CAPÍTULO 2	11
DETECÇÃO AUTOMÁTICA E DINÂMICA DE ESTILOS DE APRENDIZAGEM DE ESTUDANTES EM SISTEMAS DE GESTÃO DE APRENDIZAGEM UTILIZANDO MODELOS OCULTOS DE MARKOV E APRENDIZAGEM POR REFORÇO	
Arthur Machado França de Almeida Luciana Pereira de Assis Alessandro Vivas Andrade Cristiano Grijó Pitangui	
DOI 10.22533/at.ed.3881903042	
CAPÍTULO 3	29
USO DE SOFTWARE COMO FERRAMENTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM	
Francisco de Assis Martins Ponce Maria Jorgiana Ferreira Dantas Irla Gonçalves Barbosa	
DOI 10.22533/at.ed.3881903043	
CAPÍTULO 4	36
ESPAÇO E MEMÓRIA NA CONSTITUIÇÃO DA CRIANÇA: APROXIMAÇÕES COM A CARTOGRAFIA ESCOLAR	
Thiago Luiz Calandro João Pedro Pezzato	
DOI 10.22533/at.ed.3881903044	
CAPÍTULO 5	58
FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS: UMA LEITURA PEIRCEANA DE NÍVEIS DE SIGNIFICADO DAS ESTAÇÕES DO ANO	
Daniel Trevisan Sanzovo Carlos Eduardo Laburú	
DOI 10.22533/at.ed.3881903045	
CAPÍTULO 6	72
MAPAS CONCEITUAIS E SEU USO COMO FERRAMENTA DE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM E ENSINO DE CONCEITOS DE ASTRONOMIA: UM ESTUDO DE CASO	
Marconi Frank Barros Sérgio Mascarello Bisch	

DOI 10.22533/at.ed.3881903046

CAPÍTULO 7 81

VERIFICAÇÃO DA LEI DE TITIUS-BODE EM SISTEMAS EXOPLANETÁRIOS E DETERMINAÇÃO DE FÓRMULAS QUE DESCREVEM AS DISTÂNCIAS PLANETAS-ESTRELA

Vinícius Lima dos Santos
Marcos Rogerio Calil
Manoel de Aquino Resende Neto

DOI 10.22533/at.ed.3881903047

CAPÍTULO 8 97

A RELEVÂNCIA DO APOIO DIDÁTICO NA GRADUAÇÃO DE METEOROLOGIA: ATIVIDADE DO PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL

Leticia Prechesniuki Alves
Laíz Cristina Rodrigues Mello
André Becker Nunes

DOI 10.22533/at.ed.3881903048

CAPÍTULO 9 102

UM ESTUDO SOBRE A INFLUÊNCIA DAS DISTINTAS DEFINIÇÕES DE ANEL

Elisandra Cristina Souto
Marlon Soares

DOI 10.22533/at.ed.3881903049

CAPÍTULO 10 109

UMA INTRODUÇÃO AO ENSINO DA DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (DFC) UTILIZANDO SCILAB®

Nicolly Coelho
Eduardo Vieira Vilas Boas
Paulo Vataavuk

DOI 10.22533/at.ed.38819030410

CAPÍTULO 11 125

METODOLOGIA PARA O ENSINO DE FÍSICA: ENTRE DEUSES MITOLÓGICOS E ASTROS

Bárbara de Almeida Silvério
Ricardo Yoshimitsu Miyahara

DOI 10.22533/at.ed.38819030411

CAPÍTULO 12 134

AVALIAÇÃO DAS METODOLOGIAS ATIVAS APLICADAS DURANTE O SEMESTRE 2018.1 - DISCIPLINA ECOLOGIA GERAL

Matheus Cordeiro Façanha
Márcia Thelma Rios Donato Marino
Leonardo Holanda Lima
Vanessa Oliveira Liberato
Suellen Galvão Moraes
Diego Oliveira Ferreira

DOI 10.22533/at.ed.38819030412

CAPÍTULO 13	140
OS CAMINHOS QUE LEVAM ÀS CIDADES ACESSÍVEIS: O PANORAMA BRASILEIRO E O PREMIO ACCESS. CITY PARA AS CIDADES DA EU	
Kaíto Loui Sousa do Amaral Vlândia Barbosa Sobreira Angélica de Castro Abreu	
DOI 10.22533/at.ed.38819030413	
CAPÍTULO 14	148
A UTILIZAÇÃO DO DESENHO A MÃO LIVRE NO AUXÍLIO DO ENSINO DO DESENHO TÉCNICO	
Giulia Queiroz Primo Beatriz Maria Moreira Aires Sarah Bastos de Macedo Carneiro	
DOI 10.22533/at.ed.38819030414	
CAPÍTULO 15	154
PROJETO GAMA: UM EXEMPLO BEM-SUCEDIDO DO ENSINO COOPERATIVO NA UFPEL	
João Inácio Moreira Bezerra Rejane Pergher Cícero Nachtigall	
DOI 10.22533/at.ed.38819030415	
CAPÍTULO 16	161
CURSOS DE AGRONOMIA E ENGENHARIA FLORESTAL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS (UEG) SOB OLHAR DOS EGRESSOS	
Camila Lariane Amaro Adalberto Antunes de Medeiros Neto Fábio Santos Matos	
DOI 10.22533/at.ed.38819030416	
CAPÍTULO 17	169
A EXPECTATIVA DOS ALUNOS PARA COM A DISCIPLINA PLANEJAMENTO DA PAISAGEM NO CURSO DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE FORTALEZA - UNIFOR	
Ravena Alcântara Holanda Rocha Newton Célio Becker de Moura	
DOI 10.22533/at.ed.38819030417	
CAPÍTULO 18	175
A INFLUÊNCIA DO PROJETO DE ARQUITETURA DE INTERIORES COMERCIAL NO FORTALECIMENTO DA IDENTIDADE VISUAL	
Raíssa Gomes Bastos Capibaribe Maria das Graças do Carmo Dias Ana Caroline de Carvalho Lopes Dantas Dias	
DOI 10.22533/at.ed.38819030418	

CAPÍTULO 19	185
ARQUITETURA DE INTERIORES COMO SINALIZADOR DA APRENDIZAGEM	
Thaiany Veríssimo Andrade Batista de Moraes	
Ana Caroline de Carvalho Lopes Dantas Dias	
DOI 10.22533/at.ed.38819030419	
CAPÍTULO 20	192
IMPACTO CONSTRUTIVO NO ENTORNO DE BENS HISTÓRICOS. CASO DO CENTRO DE FORTALEZA-CE	
Naiana Madeira Barros Pontes Camilo	
Anderson Yago Sampaio Brito	
André Soares Lopes	
DOI 10.22533/at.ed.38819030420	
CAPÍTULO 21	205
O CONTRASTE DAS ABORDAGENS DE PLANEJAMENTO URBANO NO PROCESSO DE ENSIO-APRENDIZAGEM	
Mariana Saraiva de Melo Pinheiro	
Paulo Estênio da Silva Jales	
André Araújo Almeida	
DOI 10.22533/at.ed.38819030421	
SOBRE A ORGANIZADORA.....	220

VERIFICAÇÃO DA LEI DE TITIUS-BODE EM SISTEMAS EXOPLANETÁRIOS E DETERMINAÇÃO DE FÓRMULAS QUE DESCREVEM AS DISTÂNCIAS PLANETAS-ESTRELA

Vinicius Lima dos Santos

Colégio Dante Alighieri

São Paulo - São Paulo

Marcos Rogerio Calil

Colégio Dante Alighieri

São Paulo - São Paulo

Manoel de Aquino Resende Neto

Colégio Dante Alighieri

São Paulo - São Paulo

RESUMO: A busca por planetas localizados nas zonas habitáveis dos sistemas exoplanetários está em foco no meio astronômico. No entanto, os atuais métodos usados para determinar a existência de planetas são caros e demorados, por isso torna-se necessário um novo método para determinar a posição dos planetas. Em 1766, o astrônomo alemão Johan Daniel Titius criou uma fórmula para determinar as distâncias entre um planeta e sua estrela, isto é, as distâncias planetas-estrelas. Em 1772, o astrônomo também alemão Johann Elert Bode melhorou esta fórmula que passou a ser chamada de “Lei de Titius-Bode”. Em comparação com as medições atuais observadas, a fórmula calcula as distâncias planetas-Sol (Mercúrio até Urano) com uma precisão de 94,5% em relação aos valores reais. No entanto, a Lei de Titius-Bode, quando aplicada a sistemas exoplanetários, mesmo após a realização de adaptações,

não obtém resultados consistentes com as observações. Então foram desenvolvidas funções lineares para descrever as distâncias planetas-estrela em sistemas lineares, com as quais uma baixa margem de erro foi obtida. Para determinar as distâncias dos planetas estelares em sistemas não-lineares, foram criadas fórmulas usando regressão não-linear. Após os testes, foi descoberto que as equações de segundo e terceiro grau apresentaram os resultados mais precisos em comparação com os valores divulgados pela NASA. Portanto, os cálculos usando regressões lineares e não-lineares estavam dentro das margens de erro calculadas pela NASA. Portanto, considerando a eficácia e eficiência, estas equações podem ajudar a verificar e confirmar as distâncias de novos planetas em sistemas planetários.

PALVRAS-CHAVE: Astronomia; Mecânica celeste; Planetas e satélites: detecção.

ABSTRACT: The search for planets located in the habitable zones of exoplanetary systems is currently in focus. However, the modern methods used to search for planets are expensive and time-consuming, so a new method to determine the position of planets is needed. In 1766, the German astronomer Johan Daniel Titius created a formula to determine the distances between a planet and its star, that is, the star-planets distances. In 1772, the also German astronomer

Johann Elert Bode improved this formula named “Titius-Bode Law.” Compared with the current observed measurements, the formula calculates the Sun-planets (Mercury to Uranus) distances with an accuracy of 94.5% from the actual values. However, Titius-Bode Law, when applied to exoplanetary systems, even after adaptations are performed, doesn’t obtain results consistent with observations. We developed linear functions to describe the star-planets in linear systems, and a low margin of error was obtained. Then, to determine the star-planets distances in non-linear systems, we created formulas using non-linear regression. After tests, we found that second and third degree equations presented the most accurate results compared to NASA reported values. The calculations using the regressions were inside the margin of error as reported by NASA. Therefore, considering that these formulas can determine the location of planets, they can help in confirming the distances of new planets in planetary systems.

KEYWORDS: Astronomy; Celestial mechanics; Planets and satellites: detection.

1 | INTRODUÇÃO

1.1 A Lei de Titius-Bode

Em 1766, o professor de Física da Universidade de Wittenberg, Johann Daniel Tietz, (1729-1796), traduziu a obra *Contemplation de la Nature*, escrita pelo naturalista e filósofo suíço Charles Bonnet (1764) do francês para o alemão. Nesta tradução, Titius incluiu dois parágrafos na sétima e oitava páginas do livro, no qual ele modelou as distâncias do Sol aos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte e um corpo celeste ainda não descoberto (o planeta anão Ceres), assim como Júpiter e Saturno. O texto também diz que o raio da órbita da Terra é 10 (valor, dado em Unidades Astronômicas, multiplicado por 10), e o raio de rotação dos outros planetas é dado pela fórmula $d_n = 4 + (3 \times 2^n)$. Para Mercúrio, $n = -\infty$; Vênus, $n = 0$; Terra, $n = 1$; Marte, $n = 2$; Júpiter, $n = 4$; e assim por diante (Fernandes, 2000). Segundo o professor de História da Ciência na Faculdade de Ciências da Universidade de Barcelona Ramon Parés (2016), em seu artigo “Distâncias Planetárias y Lei Titius-Bode”, afirma que a expressão clássica $d_n = 4 + (3 \times 2^n)$ foi inicialmente atribuída ao astrônomo alemão, diretor do Observatório de Berlim e membro eleito da Royal Society desde 1789, Johann Elert Bode (1747-1826). Entretanto, Bode nunca assumiu a autoria da fórmula, e sobre Titius nada é mencionado sobre a autoria. Atualmente é afirmado que a fórmula é escrita por ambos Bode e Titius. Devido a isso, a fórmula é comumente chamada de Lei de Titius-Bode (Fernandes, 2000).

Após atribuir $n = -\infty$ ao mercúrio na fórmula $d_n = 4 + (3 \times 2^n)$, obtemos como resultado um número que tende a 4. Assim, o número 4 corresponde à posição do primeiro planeta no sistema solar em relação a o Sol, a estrela do sistema planetário. Atribuindo $n = 0$, é obtido como resultado o número 7, correspondente à posição do segundo planeta do Sistema Solar, Vênus. Isso continua até chegarmos ao último planeta conhecido

naquela época, Saturno. Para Saturno, onde $n=5$, o resultado obtido é o número 100. Após a divisão desses valores por 10, as distâncias planetas-estrela em Unidades Astronômicas (UA) relativas aos planetas do Sistema Solar são as seguintes: 0,4 (Mercúrio); 0,7 (Vênus); 1,0 (Terra), 1,6 (Marte), 53,0 (Júpiter), 10,0 (Saturno) (Varella, 2005).

Esta lei é uma relação matemática simples, capaz de descrever as distâncias do Sol aos planetas Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno e de um corpo celeste desconhecido que, de acordo com a fórmula, está localizado entre Marte e Júpiter. É importante ressaltar que na época de Titius e Bode, apenas os corpos celestes citados anteriormente eram conhecidos, além da Lua, Sol, alguns cometas e estrelas que eram visíveis a olho nu.

Ao longo dos anos, após a descoberta de Urano em 1781, notou-se que, para este planeta, os cálculos da fórmula diferiam 29,08% dos valores empíricos reais. Isso reduziu a possibilidade de que a Lei de Titius-Bode pudesse contribuir para a descoberta do próximo planeta do Sistema Solar. Além disso, o cálculo que considerava $n=3$, cujo valor resultante é 2,8 UA mostrava que deveria haver um corpo celeste desconhecido, existente entre Marte e Júpiter. Esse fato colocou a lei em dúvida. Hoje em dia sabe-se que à 2,77 UA da estrela Sol está localizado o Cinturão de Asteroides, onde o planeta anão Ceres também está presente, portanto neste sentido, a Lei obteve êxito em calcular a distância deste corpo celeste. Devido a essa descoberta, acreditamos que a Lei não pode ser desconsiderada. Muito pelo contrário, isso só encoraja investigações adicionais para determinar se a Lei de Titius-Bode pode ser aplicada a novos planetas que orbitam outras estrelas fora o Sol, os exoplanetas.

1.2 Tentativas de adaptação da Lei de Titius-Bode

Além disso, no meio astronômico, a pesquisa em relação às chamadas zonas habitáveis dos sistemas exoplanetários está se tornando mais frequente e popular. Zonas habitáveis são regiões espaciais em torno de uma estrela, onde o nível de radiação emitido pela estrela permite a existência de água líquida na superfície de um planeta/satélite natural. Em suma, inclui uma região onde os oceanos dos planetas não evaporam porque a estrela está muito próxima do planeta, ou congelam, se a estrela estiver muito longe do planeta. Tais fatores também podem indicar a potencial existência de vida além da Terra (KASTING; WHITMIRE; REYNOLDS, 1992). No entanto, para localizar as posições das zonas habitáveis dos sistemas exoplanetários, são necessários equipamentos caros e anos de pesquisa. Além disso, encontrar um planeta em uma zona habitável também é um processo longo que pode levar até 3 anos. Portanto, a criação de fórmulas que possuem a finalidade de determinar as distâncias planetas-estrelas podem ajudar a verificar a possibilidade de um planeta estar localizado dentro de uma zona habitável e, se houver um planeta, calcular a qual distância o planeta estará de sua estrela. Assim, um método de determinação de

planetas baseado em fórmulas pode levar a um encurtamento do tempo necessário para localizar um planeta e, conseqüentemente, reduzir a busca e o tempo aplicado na procura.

Estudos anteriores já tentaram modificar a lei Titius-Bode visando seu uso em sistemas exoplanetários. Alguns desses estudos incluem os seguintes artigos:

- (a) “Applying the Titius-Bode Rule to exoplanet systems “, escrito pelo professor Jon Voisley (2014), membro da Saint Louis Astronomical Society;
- (b) “Testing the Titius-Bode law predictions for Kepler multi-planet systems” escrito pelos astrônomos Chelsea X. Huang e Gáspár Bakos (2014);
- (c) “Applying Titius-Bode’s Law on Exoplanetry Systems” escrito por M. B. Altaie, Zahraa Yousef e A. I. Al-Sharif (2016);
- (d) “Exoplanet predictions based on the generalized Titius-Bode relation”, escrito pelos astrônomos, que também são membros da Royal Astronomic Society, Timothy Bovaird e Charles H. Lineweaver (2013).

Entre esses 4 estudos examinados, apenas Bovaird e Lineweaver (2013) obtiveram sucesso em adaptar da Lei Titius-Bode para sistemas exoplanetários, onde os valores calculados dos planetas estavam dentro de 94% dos dados empíricos reais.

A busca por fórmulas que possam determinar com eficiência as distâncias dos planetas com um certo nível de facilidade é atualmente, portanto, um objetivo na Astronomia. No entanto, enfatizamos que, embora a pesquisa realizada por Bovaird e Lineweaver (2013) tenha obtido sucesso, os métodos utilizados não foram de uma adaptação simples, rápida e prática da Lei de Titius--Bode. Pelo contrário, a adaptação foi extremamente complexa, pois as fórmulas criadas continham um grande número de variáveis necessárias. Concluiu-se que o uso de tais métodos de determinação das distâncias planetas-estrela, usando formulações baseadas na Lei de Titius-Bode, não é vantajoso.

1.3 Problematização

Ao considerar os fatores descritos acima, esta pesquisa emana da seguinte questão: Que modelo matemático pode ser utilizado para verificar a existência de uma Lei Universal ou de Leis específicas para cada sistema exoplanetário que possa estimar a distância entre planeta e sua respectiva estrela?

Embora a Lei de Titius-Bode não seja genérica e aplicável a todos os sistemas planeta/estrela, ela nos induz a considerar que pode haver um padrão matemático, universal e utilizável para a determinação das distâncias entre os planetas e sua(s) estrela(s). Também consideramos que os princípios que tal padrão pode ser representado por fórmulas matemáticas. A formulação matemática que possivelmente poderia descrever tal padrão são cálculos exponenciais, uma vez que a lei de Titius-Bode foi baseada neste tipo de cálculo.

2 | MATERIAIS E METÓDOS

2.1 Coleta de dados

No início desta pesquisa, sabia-se que 253 sistemas exoplanetários com mais de 3 planetas existiam de acordo com a NASA Exoplanet Archive. Com base nisso, foi feito o cálculo amostral, considerando erro amostral de 5%, para determinar quantos, dos 253 sistemas exoplanetários conhecidos, teriam que ser selecionados para realizar o estudo. Foi obtido 14 como resultado e, conseqüentemente, foram selecionados 14 sistemas exoplanetários. Este critério foi utilizado já que sistemas exoplanetários que possuem apenas 1 ou 2 planetas poderiam apresentar dados imprecisos, uma vez que não haveria elementos suficientes para criação de uma equação que pudesse funcionar com precisão. Com este critério, foram selecionados manualmente 14 dos 253 sistemas exoplanetários. Os sistemas selecionados foram:

- | | | | |
|-------------|--------------|--------------|--------------|
| • 55 Cnc | (4 planetas) | • Kepler-169 | (5 planetas) |
| • Kepler-11 | (6 planetas) | • GJ 876 | (4 planetas) |
| • HD 219134 | (4 planetas) | • Kepler-24 | (4 planetas) |
| • KOI-94 | (4 planetas) | • Kepler-444 | (5 planetas) |
| • HR 8799 | (4 planetas) | • GJ 667 | (5 planetas) |
| • ups And | (4 planetas) | • Kepler-265 | (4 planetas) |
| • HD 40307 | (6 planetas) | • KOI-351 | (7 planetas) |

Foi feita a seleção dos seguintes elementos de cada sistema: semieixo maior da órbita (distância planeta-estrela); nome do planeta; nome do sistema; e massa da estrela.

2.2 Testes com a Lei de Titius-Bode

Inicialmente, a Lei de Titius-Bode foi alterada para tentar adaptá-la para os sistemas exoplanetários. A fórmula foi multiplicada pela massa da estrela do sistema exoplanetário, uma vez que a Lei foi baseada na massa do Sol (M_{\odot}). No entanto, foi verificado que os resultados obtidos não correspondem à realidade, ou seja, os valores numéricos obtidos não concordaram com as medidas empíricas das distâncias dos planetas.

2.3 Tipos de sistemas exoplanetários

Posteriormente, os dados sobre a massa das estrelas foram descartados, já que foi optado por utilizar regressão linear e regressão não linear para determinar funções para cada sistema exoplanetário. Usando gráficos de dispersão no programa Microsoft Excel, os sistemas foram separados em lineares, não-lineares e nulos.

Os sistemas exoplanetários adequados para regressão não-linear são: 55 Cnc; Kepler-11; KOI-94; HR 8799; ups And; HD 40307; e Kepler-169.

Na Figura 1, o padrão curvo da linha de tendência de um sistema não-linear (sistema ups And) pode ser visto. Tal curva foi utilizada para a classificação deste tipo de sistema.

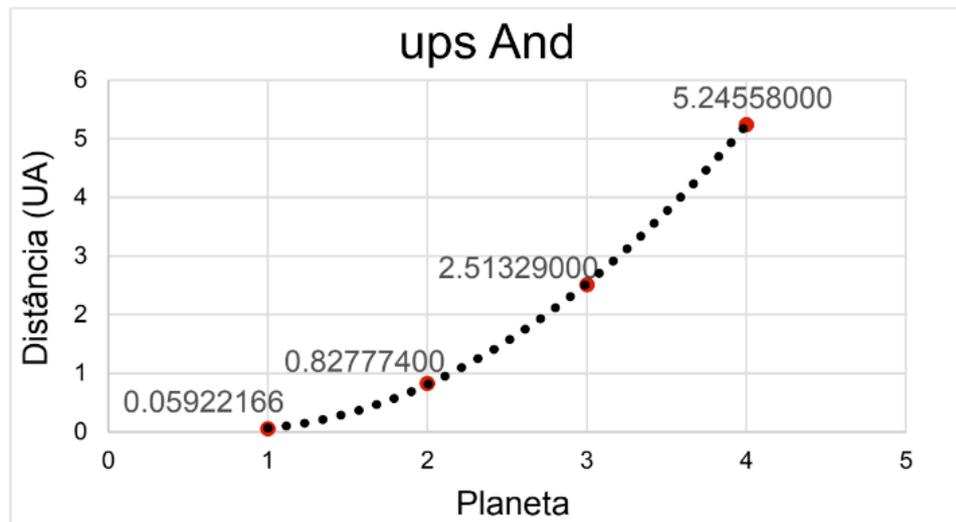


Figura 1. Exemplo gráfico de sistemas não-lineares (sistema ups And).

Os sistemas exoplanetários adequados para regressão linear são: GJ 876; Kepler-24; e Kepler-444.

Na Figura 2, o padrão retilíneo da linha de tendência do gráfico de um sistema linear (sistema Kepler-24) pode ser visto. Tal padrão foi utilizado para a classificação deste tipo de sistema.

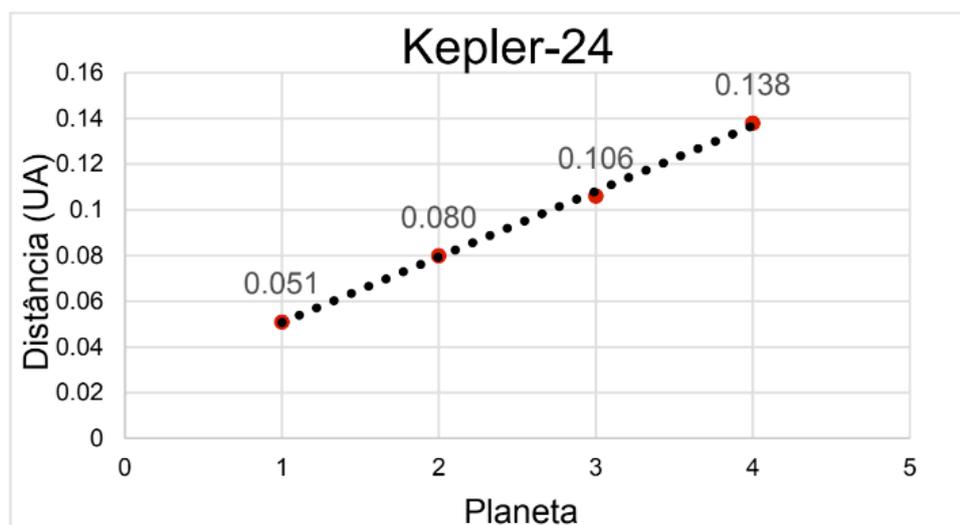


Figura 2. Exemplo gráfico de sistemas não-lineares (sistema Kepler-24).

Quanto aos quatro sistemas remanescentes (HD 219134; GJ 667; Kepler-265; e KOI-351), esses foram classificados como sistemas nulos. Esse tipo de sistema não apresenta padrões visíveis nos gráficos e, portanto, a determinação de fórmulas para

esses planetas não é possível.

Na Figura 3, um exemplo de distribuição de planetas em um sistema nulo (sistema Kepler-265) é mostrado.

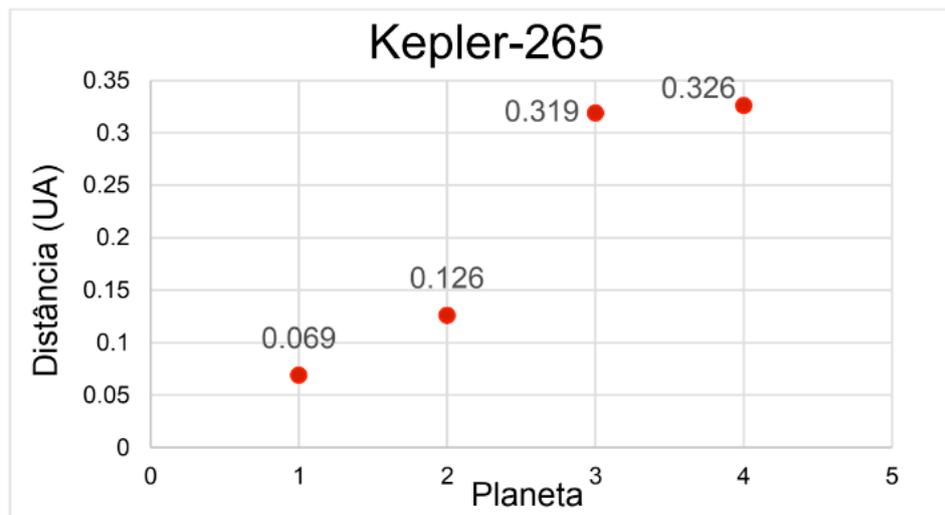


Figura 3. Exemplo gráfico de sistemas nulos (sistema Kepler-255).

Dessa forma, foi percebido que tais sistemas não se adequam ao objetivo do projeto e esses foram substituídos por quatro novos sistemas exoplanetários colhidos do site da NASA Exoplanet Archive. Os novos sistemas selecionados foram:

- Kepler-32 (5 planetas)
- Kepler-1542 (4 planetas)
- Kepler-1388 (4 planetas)
- Kepler-152 (5 planetas)

2.4 Testes com a Terceira Lei de Kepler generalizada

Esta segunda coleta de dados, ou seja, os novos dados obtidos do NASA Exoplanet Archive, não possuíam o semieixo maior da órbita divulgados na época da seleção destes. Esse fator impossibilitaria a determinação direta das distâncias planetas-estrela. Então, *a priori*, não seria possível criar os gráficos.

No entanto, como não era desejável descartar os novos dados, outras informações que pudessem ser usadas para obter os dados desejados foram procuradas. Foram encontrados os dados do período orbital dos planetas e a massa da estrela. Com isso, foi percebido que a Terceira Lei de Kepler generalizada, isto é, a Lei dos Períodos obtida através das Leis de Movimento e da Lei da Gravitação Universal criadas por Sir Isaac Newton (HEATH, 1999), poderia ser utilizada para calcular o valor do semieixo maior da órbita dos planetas. Assim, foi feita a dedução da fórmula e, então, as seguintes equações foram obtidas:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_{\odot} + M_T)} a^3$$

Equação 1. Lei dos Períodos generalizada contendo massa da estrela e massa do planeta.

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM_{\odot}} a^3$$

Equação 2. Lei dos Períodos generalizada contendo massa da estrela.

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM_T} a^3$$

Equação 3. Lei dos Períodos generalizada contendo massa do planeta.

Sendo:

- P = Período orbital do planeta.
- G = Constante de gravitação universal ($\cong 6,67408 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \times s^2}$).
- M_{\odot} = Massa da estrela.
- M_T = Massa do planeta.
- a = Semieixo maior da órbita.

Primeiramente, a Lei dos Períodos foi testada em planetas cujo semieixo maior já era conhecido e foi notado que os erros não ultrapassavam 0,01 UA (ver Tabela 6), viabilizando o uso da equação para calcular o semieixo maior de todos os sistemas que possuísem um padrão linear ou não linear.

Então, utilizando as equações acima, foram calculados os valores dos 18 novos planetas que foram inseridos na amostra. Os valores foram verificados na calculadora do site Wolfram Alpha chamada Semimajor Axis Calculator (OVERGEEK, 2010), que utiliza a Equação 2 para calcular o semieixo maior da órbita em UA, a partir do período orbital do planeta dado em dias terrestres e da massa da estrela dada em M_{\odot} . Após esta etapa, determinou-se que todos os quatro sistemas se enquadravam na categoria de sistemas não-lineares.

2.5 Testes com cálculos exponenciais

Como visto anteriormente, a Lei de Titius-Bode foi baseada em cálculos exponenciais.

A função exponencial é um tipo de função onde a variável independente funciona como o expoente de uma base positiva (OLIVEIRA, 2015, p. 59). A função exponencial mais utilizada em pesquisas científicas dentro dos cálculos exponenciais é a função exponencial do número de Euler (e). Tal número irracional e transcendente, também chamado de número exponencial, é a base dos logaritmos naturais e seu valor é de

$\cong 2,718281$. Como o π , o número e é um dos números mais importantes da ciência e suas aplicações são inúmeras e derivam de uma série de outros fenômenos importantes, que são encontrados não só na física e na astronomia, mas também nas finanças, na economia, nas engenharias, na biologia, etc. Tal variedade de aplicações até validam a teoria de que há certa harmonia entre matemática e natureza (MOTA, 2017).

Como mencionado anteriormente, a Lei de Titius-Bode foi baseada em cálculos exponenciais, por isso, utilizando o método exponencial mencionado acima, foram calculadas fórmulas para todos os 14 sistemas exoplanetários pertencentes à amostra colhida.

Para a amostra de sistemas exoplanetários lineares os resultados calculados a partir das equações não são próximos dos valores divulgados pela NASA Exoplanet Archive e, embora apresentem valores de R^2 próximos à um, os planetas não puderam ser localizados (ver Figura 4 e Tabela 2).

Na Figura 4, um gráfico feito por cálculos exponenciais de um sistema linear (sistema Kepler-24) pode ser visto.

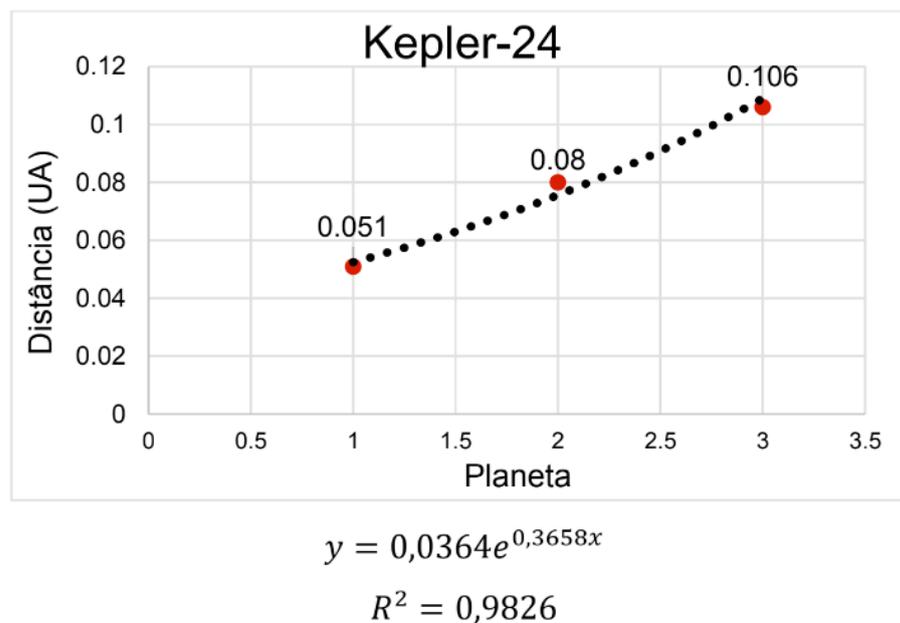


Figura 4. Exemplo de gráfico exponencial de um sistema linear (sistema Kepler-24) e sua respectiva equação exponencial, calculada por Vinicius Santos.

Para a amostra de sistemas exoplanetários não-lineares, no entanto, os resultados calculados a funções exponenciais são próximos dos valores divulgados pela NASA Exoplanet Archive e apresentam os valores de R^2 próximos à um (ver Figura 1 e Tabela 1).

Na Figura 5, um gráfico feito a partir de cálculos exponenciais de um sistema não-linear (sistema TRAPPIST-1) pode ser visto.

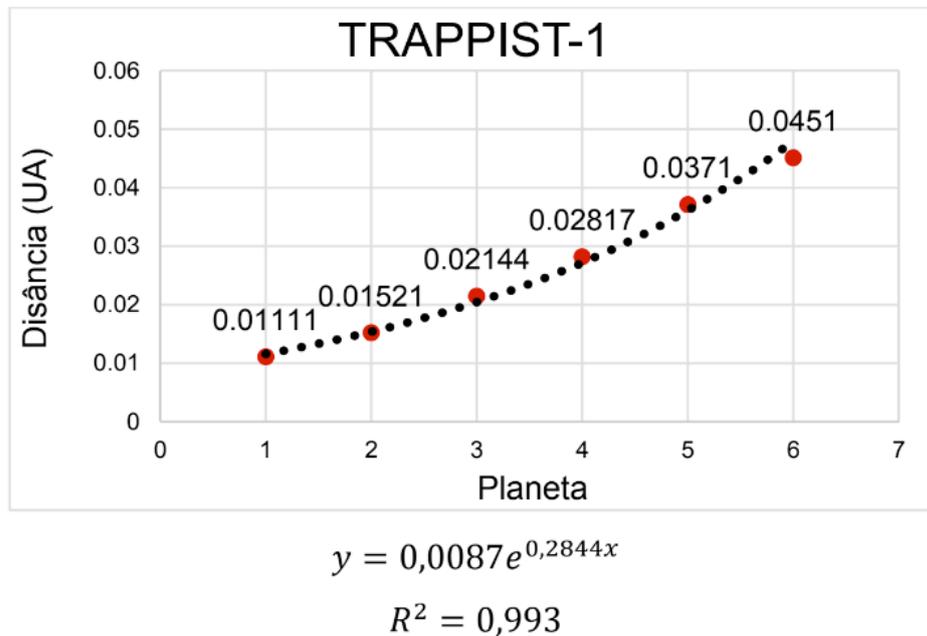


Figura 5. Exemplo de gráfico exponencial de um sistema não-linear (sistema TRAPPIST-1) e sua respectiva equação exponencial, calculada por Vinícius Santos.

2.6 Testes com regressões lineares e regressão não-lineares

O estudo das regressões feita nesta pesquisa consiste em realizar uma análise estatística para verificar a existência de uma relação entre uma variável dependente X com uma variável independente Y. Em suma, consiste em formular uma equação que explique a alteração da variável dependente pela mudança de valores da variável independente (análise esta que pode ser feita nos programas Wolfram Mathematica, MATrix LABORatory, ou até mesmo o programa Microsoft Excel). Para estabelecer uma equação que represente o fenômeno em estudo, um gráfico, chamado de diagrama de dispersão, deve ser feito para verificar como os valores da variável dependente Y se comportam devido à variação da variável independente X. Este comportamento de Y em função de X pode ser apresentado de várias maneiras: linear, quadrática, cúbica, polinomial, exponencial, logarítmica, etc. Para determinar qual é o modelo capaz de calcular o padrão existente, o tipo de curva e equação cujos resultados são os que mais se aproximam dos pontos representados no diagrama de dispersão devem ser verificado (PETERNELLI, 2004).

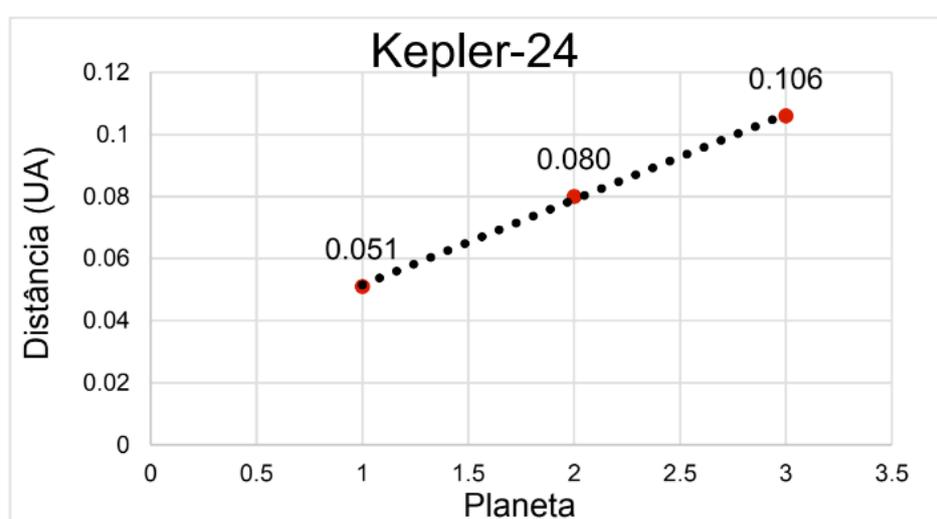
No entanto, geralmente os pontos do diagrama de dispersão (nesta pesquisa tais pontos seriam os planetas) estão longe da curva do modelo matemático escolhido no caso dos sistemas não-lineares. O método utilizado para determinar a relação de X e Y, baseia-se na obtenção de uma equação calculada de tal forma que as distâncias entre os pontos do diagrama e os pontos da curva do modelo matemático, como um todo, sejam os menores possíveis. Este método é chamado de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Desta forma, a soma dos quadrados das distâncias entre os pontos do diagrama e os respectivos pontos na curva da equação estimada é minimizada, calculando-se assim a relação de X e Y com o menor erro possível (AGUIAR; JÚNIOR).

O Método dos Mínimos Quadrados é representado pelo valor de R^2 (coeficiente de determinação) que varia entre 0 e 1, indicando o quão bem o modelo representa os valores observados, sendo 1 o valor máximo e 0, o mínimo.

Para verificar se o modelo exponencial é o que obtém os resultados mais precisos, a partir do método citado anteriormente, foram criadas equações polinomiais para os sistemas lineares e não-lineares.

Para a amostra de sistemas exoplanetários adequados para regressão linear é constatado que os resultados calculados a partir das equações de primeiro grau são próximos dos valores divulgados pela NASA Exoplanet Archive e apresentam os valores de R^2 próximos à um (ver Figura 6 e Tabela 5).

Na Figura 6, um gráfico feito por uma equação de primeiro grau de um sistema linear (sistema Kepler-24) pode ser visto.



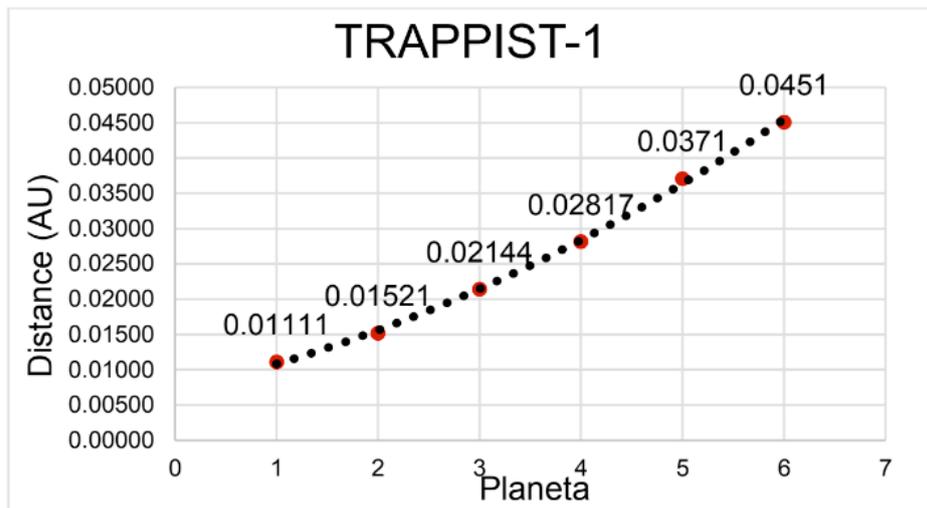
$$y = 0,0275x + 0,024$$

$$R^2 = 0,99901$$

Figura 6. Exemplo gráfico de um sistema linear (sistema Kepler-24) e sua respectiva equação de primeiro grau, calculada por Vinícius Santos.

Para a amostra de sistemas exoplanetários adequados para regressão não-linear é constatado que os resultados calculados a partir das equações de segundo a sexto grau, embora não tão precisos quanto às equações de primeiro grau nos sistemas lineares, são próximos dos valores divulgados pela NASA Exoplanet Archive e apresentam os valores de R^2 próximos à um (ver Figuras 7 e 8; e Tabelas 3 e 4).

Na Figura 7, um gráfico feito por uma equação de segundo grau de um sistema não linear (sistema TRAPPIST-1) pode ser visto.

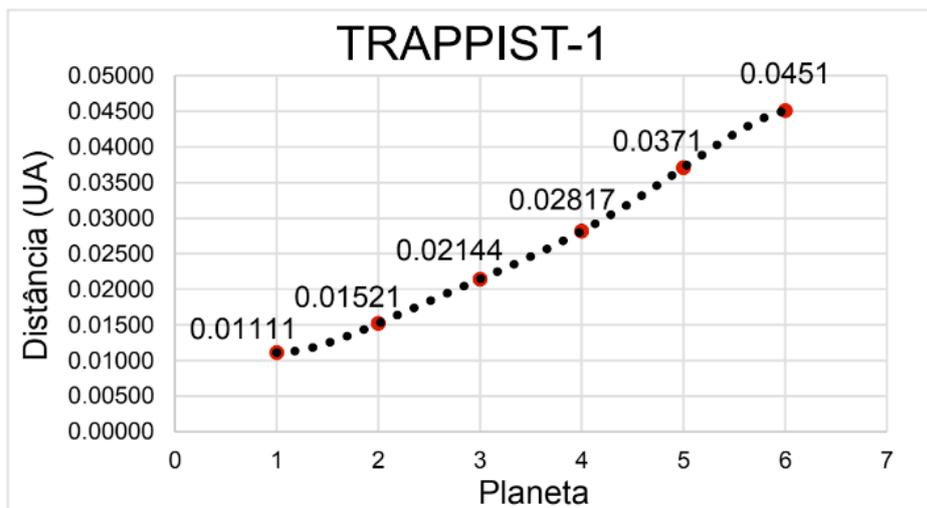


$$y = -0,0005x^2 - 0,0031x + 0,0072$$

$$R^2 = 0,99892$$

Figura 7. Exemplo gráfico de um sistema não-linear (sistema TRAPPIST-1) com sua respectiva equação de segundo grau, calculada por Vinícius Santos.

Na Figura 8, um gráfico feito por uma equação de quinto grau de um sistema não-linear (sistema TRAPPIST-1) pode ser visto.



$$y = -7E-05x^5 + 0,0012x^4 - 0,0074x^3 + 0,0229x^2 - 0,0277x + 0,0223$$

$$R^2 = 1$$

Figura 8. Exemplo gráfico de um sistema não-linear (sistema TRAPPIST-1) com sua respectiva equação de quinto grau, calculada por Vinícius Santos.

3 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Resultados dos cálculos exponenciais

Após os valores calculados pelo método exponencial serem analisados e comparados aos dados divulgados pelo NASA Exoplanet Archive. Descobriu-se

que, para sistemas não-lineares, as equações exponenciais obtiveram resultados mais precisos do que os resultados obtidos por regressão não-linear (ver Tabelas 3 e 4). Também foi descoberto que, para cada exoplaneta, os valores calculados das distâncias planeta-estrelas se enquadram perfeitamente dentro da margem de erro divulgada NASA Exoplanet Archive (ver Tabela 1).

A Tabela 1 mostra os valores calculados pelas fórmulas do sistema não-linear TRAPPIST-1 e valores divulgados pela NASA.

Planeta	Distância Divulgada (NASA)	Distância Estimada	Erro
1	0,01111	-	-
2	0,01521	-	-
3	0,02144	0,0207836	-3,06%
4	0,02817	0,02979205	5,75%
5	0,0371	0,0393161	5,97%
6	0,0451	0,05106276	13,22%
7	0,063	0,06369608	1,10%

Tabela 1. Valores originais e resultados das equações exponenciais (em UA) do sistema TRAPPIST-1.

Para sistemas lineares, as equações exponenciais, obtiveram resultados imprecisos em comparação com os dados divulgados pela NASA Exoplanet Archive. As regressões lineares mostraram-se inadequadas, portanto à finalidade do projeto, como pode ser visto nos dados apresentados na Tabela 2, usando como exemplo o sistema linear Kepler-24.

Planeta	Distância Divulgada (NASA)	Distância Estimada	Erro
1	0,051	-	-
2	0,080	-	-
3	0,106	0,07996908	-24,55%
4	0,138	0,1090677	-20,96%

Tabela 2. Valores originais e resultados das equações exponenciais (em UA) e a margem de erro dos resultados das equações comparados aos valores originais do sistema Kepler-24.

3.2 Resultados das regressões lineares e regressão não-lineares

Após os valores calculados por regressão não-linear serem analisados e comparados aos dados divulgados pelo NASA Exoplanet Archive. Descobriu-se que, para sistemas não-lineares, as equações de graus 2 e 3 obtiveram os resultados mais precisos do que os demais graus, embora não tão precisos quanto os obtidos por cálculos exponenciais (ver Tabela 1). Também foi visto que, para cada exoplaneta, os valores calculados das distâncias planeta-estrelas se enquadram perfeitamente dentro da margem de erro divulgada pela NASA Exoplanet Archive. A exceção ocorre nos terceiros e quartos planetas, onde os erros obtidos com as fórmulas podem exceder a

margem de erro do semieixo maior da órbita revelados pela NASA Exoplanet Archive. Constata-se também que quanto mais complexa a equação, ou seja, quanto maior o grau, maior o erro, que, em alguns casos, ultrapassa 100% se comparado às distâncias reportadas pela NASA (ver Tabelas 3 e 4).

A Tabela 3 mostra os valores calculados pelas fórmulas do sistema não-linear TRAPPIST-1 e valores divulgados pela NASA.

Planeta	Distância Divulgada (NASA)	Distância Estimada (2° Grau)	Distância Estimada (3° Grau)	Distância Estimada (4° Grau)	Distância Estimada (5° Grau)
1	0.01111	-	-	-	-
2	0.01521	-	-	-	-
3	0.02144	0.0193	0.0193	0.0193	0.0193
4	0.02817	0.0303	0.0303	0.0303	0.0303
5	0.0371	0.0379	0.0303	0.0303	0.0303
6	0.0451	0.046	0.048396	-0.0039	-0.0039
7	0.063	0.0534	0.05923	0.03677	0.15201

Tabela 3. Valores originais e resultados das equações (em UA) do sistema TRAPPIST-1.

No caso do sistema TRAPPIST-1, as equações de quarto e quinto grau não identificaram o padrão de distribuição dos planetas no sistema, gerando os valores negativos.

A Tabela 4 mostra os valores de erro calculados pelas formulações não-lineares do sistema TRAPPIST-1 comparados com os valores publicados pela NASA como porcentagem.

Planeta	Erro (2° Grau)	Erro (3° Grau)	Erro (4° Grau)	Erro (5° Grau)
3	9.98%	9.98%	9.98%	9.98%
4	7.56%	7.56%	7.56%	7.56%
5	2.16%	-18.33%	-18.33%	-18.33%
6	2.00%	7.31%	-108.65%	-108.65%
7	15.24%	5.98%	41.63%	-141.29%

Tabela 4. Margem de erro dos resultados das equações (ver Tabela 3) em comparação com os valores originais do sistema TRAPPIST-1.

Para sistemas lineares, as equações de grau um, obtiveram resultados precisos em comparação com os dados divulgados pela NASA. As regressões lineares, portanto, mostraram-se adequadas à finalidade do projeto, como é visto nos dados da Tabela 5, usando como exemplo o sistema linear Kepler-24.

Planeta	Distância Divulgada (NASA)	Distância Estimada	Erro
1	0.051	-	-
2	0.080	-	-
3	0.106	0.109	2.83%

4	0.138	0.134	3.90%
---	-------	-------	-------

Tabela 5. Valores originais e resultados dos cálculos de regressão linear (em UA) e a margem de erro dos resultados das equações comparados aos valores originais do sistema Kepler-24.

3.3 Resultados da Terceira Lei de Kepler generalizada

As Leis de Kepler e Newton, como dito anteriormente, podem ser usadas em qualquer sistema que tenha um padrão não-linear ou linear e os resultados obtidos usando-as são precisas quando comparados aos dados divulgados pela NASA Exoplanet Archive, como pode ser visto na Tabela 6, utilizando como exemplo o sistema não-linear 55 Cancri (55 Cnc).

Planeta	Distância Divulgada (NASA)	Distância Estimada (Kepler/Newton)	Erro
1	0.11522725	0.11334431	1.63%
2	0.01544	0.01543	0.006%
3	0.241376	0.237418	1.64%
4	0.788	0.775	1.65%
5	5.503	5.405	1.78%

Tabela 6. Valores e resultados originais (em UA) do uso da Terceira Lei de Kepler generalizada com as Leis do Movimento e Lei da Gravitação Universal de Isaac Newton no sistema 55 Cnc.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

As equações exponenciais funcionam como o esperado nos sistemas não-lineares. Nos sistemas lineares, entretanto, a modelagem matemática que melhor calculou as distâncias planetas-estrela foi a regressão linear. Portanto, as funções exponenciais e de primeiro grau podem ser aplicadas aos sistemas não-lineares e lineares, respectivamente. Os valores de R^2 obtido a partir destas equações foram próximos a um, ou seja, uma alta precisão matemática foi obtida. No entanto, não foi possível calcular tais funções para os primeiros e segundos planetas de cada sistema como esperado. Isso se deve à falta de elementos para criar gráficos (um padrão linear ou não linear não pode ser percebido em um gráfico com apenas um elemento e, portanto, equações não podem ser criadas) e, conseqüentemente, funções para calcular as distâncias.

Com o exposto, afirma-se que o uso de regressão linear e de cálculos exponenciais não apenas modela com precisão os dados divulgados pela NASA Exoplanet Archive, como também ajuda a prever o semieixo maior das órbitas de novos planetas a serem descobertos por telescópios. Assim, conclui-se que, para cada sistema linear ou não linear, existem leis específicas que podem ser calculadas por regressão linear ou cálculos exponenciais.

Além disso, foi visto que a Terceira Lei de Kepler, apesar de ter sido criada no período em que apenas os planetas do Sistema Solar eram conhecidos, não é única para o Sistema Solar, como é a Lei de Titius-Bode. Ao generalizar a Lei dos Períodos com as Leis do Movimento de Newton e a Lei da Gravitação Universal (também de Newton), tal Lei pode ser generalizada para aplicação em qualquer sistema exoplanetário que possua um padrão linear ou não-linear.

REFERÊNCIAS

ALTAIE, M B; YOUSEF, Z.; AL-SHARIF, A. I. **Applying the Titius-Bode Rule on Exoplanetary Systems**. 2016. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/1602.02877.pdf>>. Acesso em: 23/08/2018.

BONNET, C. **Contemplation de la nature**. Amsterdam: Chez M.-M. Rey, 1769.

BOVAIRD, T.; LINEWAVER, C. H. Exoplanet predictions based on the generalized Titius–Bode relation. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford, Reino Unido da Grã-Bretanha e Irlanda do Norte, v. 435, n. 2, p. 1126-38, ago. 2013.

HEATH, J. **Newton’s Version of Kepler’s Third Law**. 1999. Jim Heath’s Starry Site. Disponível em: <<http://www.austincc.edu/jheath/Solar/Hand/NVK3L/nvk3l.htm>>. Acesso em: 11/11/2018.

HUANG, C. X.; BAKOS, G. Á. Testing the Titius-Bode law on exoplanets. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Amsterdã, Países Baixos, v. 442, n. 1, p. 674-81, jul. 2014.

KASTING, J. F.; WHITMIRE, D. P. Habitable Zones around Main Sequence Stars. **Icarus**, Oxford, UK, v. 101, n. 1, p. 108-28, jan. 1993.

IPAC at Caltech. **National Aeronautics and Space Administration Exoplanet Archive**. Disponível em: <<https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>>. Acesso em: 11/11/2018.

MOTA, P. L. **Juros Compostos e o Número de Euler (e)**. 2017. Terraço Econômico. Disponível em: <http://terraoeconomico.com.br/juros-compostos-e-o-numero-de-euler-e/>. Acesso em: 11/11/2018.

OLIVEIRA, R. H. **Um Estudo sobre a Função Exponencial**. 2015. 75 f. Tese (Doutorado em Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

OVERGEEK. **Semimajor Axis Calculator**. 2010. Disponível em: <<http://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=4abe8aa8f6fad818f0a9e15f657d75e9>>. Acesso em: 23/06/2017.

PARÉS, R. **Distanclas Planetarias y Ley de Titius-Bode**. 2016. Disponível em: <https://docs.wixstatic.com/ugd/cfc6da_eab743b4deaf43bf90272a5055941383.pdf>. Acesso em: 11/11/2018.

PETERNELLI, L. A. **INF 162**. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 2004.

VARELLA, I. G. **A Seqüencia de Titius-Bode**. 2005. Disponível em: <http://www.uranometrianova.pro.br/astrologia/AA004/titius_bode.htm>. Acesso em: 11/11/2018.

VOISLEY, J. **Applying the Titius-Bode Rule to Exoplanet Systems**. 2011. Disponível em: <<https://www.universetoday.com/87784/applying-the-titius-bode-rule-to-exoplanet-systems/>>. Acesso em: 11/11/2018.

