

LIMITAÇÕES DO ESTIMADOR DE ESTADO DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS: UMA ANÁLISE BASEADA EM ESTUDOS DE CASO



<https://doi.org/10.22533/at.ed.1281125170313>

Data da submissão: 12/12/2025

Data de aceite: 22/12/2025

Hugo Andrés Ruiz Flórez

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Medianeira – PR

<http://lattes.cnpq.br/1231733785708599>

Gloria Patricia Lopez Sepulveda

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
São Miguel do Iguaçu – PR

<http://lattes.cnpq.br/8402032745107959>

Victor Brasil Santos Nogueira

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Medianeira – PR

<http://lattes.cnpq.br/1752732369811593>

RESUMO: A Estimação de Estado é uma ferramenta essencial para o monitoramento e operação em tempo real dos Sistemas Elétricos de Potência, fornecendo estimativas coerentes das variáveis de estado a partir de medições redundantes. O método dos Mínimos Quadrados Ponderados consolidou-se como a abordagem clássica devido à sua robustez matemática e fundamentação

estatística; entretanto, sua eficiência pode ser comprometida na presença de erros grosseiros. Este artigo apresenta uma análise das limitações da Estimação de Estado por Mínimos Quadrados Ponderados por meio de três estudos de caso aplicados a um sistema-teste de 5 barras. No primeiro cenário, demonstra-se que, em uma configuração na qual todas as medidas tornam-se críticas, o teste dos resíduos normalizados identifica incorretamente a medição suspeita, e a retirada desta medida resulta na perda de observabilidade. No segundo cenário, evidencia-se a falha do teste Qui-quadrado em detectar um erro grosseiro. No terceiro cenário, mesmo apresentando erros múltiplos, os testes Qui-quadrado e resíduos normalizados identifica corretamente a medida errônea, porém a retirada dessa medida compromete a observabilidade, inviabilizando o processo de estimação. Os resultados reforçam que, em diferentes configurações adversas, o estimador de estado clássico apresenta limitações estruturais que comprometem a confiabilidade do processo de estimação, destacando a relevância de métodos alternativos para tratamento de erros grosseiros em Sistemas Elétricos de Potência.

PALAVRAS-CHAVE: Estimação de Estado, Erros grosseiros, Mínimos Quadrados Ponderados, Observabilidade, Sistemas Elétricos de Potência.

LIMITATIONS OF THE WEIGHTED LEAST SQUARES STATE ESTIMATOR: A CASE-BASED ANALYSIS

ABSTRACT: State Estimation is an essential tool for real-time monitoring and operation of Electric Power Systems, providing consistent estimates of state variables from redundant measurements. The Weighted Least Squares method has been consolidated as the classical approach due to its mathematical robustness and statistical foundation; however, its performance may be compromised in the presence of gross errors. This article presents an analysis of the limitations of Weighted Least Squares based State Estimation through three case studies applied to a 5-bus test system. In the first scenario, it is shown that when all measurements become critical, the normalized residual test incorrectly identifies the suspicious measurement, and the removal of this measurement leads to loss of observability. In the second scenario, the Chi-square test fails to detect the presence of a gross error. In the third scenario, although multiple errors are present, both the Chi-square and normalized residual tests correctly identify the faulty measurement; however, removing this measurement compromises observability, making the estimation process infeasible. The results demonstrate that, under different adverse configurations, the classical state estimator exhibits structural limitations that compromise the reliability of the estimation process, highlighting the importance of alternative methods for gross error processing in Electric Power Systems.

KEY-WORDS: State estimation, Bad data, Weighted Least Squares, Observability, Electric Power systems.

INTRODUÇÃO

A operação em tempo real dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP) depende de informações confiáveis sobre o estado operacional da rede. A Estimação de Estado desempenha um papel central nesse processo ao fornecer, a partir de um conjunto redundante de medições, a melhor estimativa das variáveis de estado, sendo elas tensão e ângulo e de cada barra do SEP, filtrando ruídos presentes nos dados de medições (Schweppe; Wildes, 1970). Entre os **métodos clássicos, o Estimador de Estado por Mínimos Quadrados ponderados** (MQP) consolidou-se como a abordagem mais utilizada, devido à sua robustez matemática e fundamentação estatística (Abur; Gómez-Expósito, 2004).

Apesar dessa aceitação ampla, diversos estudos têm demonstrado que o desempenho do Estimador pelo método MQP pode ser significativamente comprometido na presença de erros grosseiros nas medições. Quando esses erros assumem magnitudes elevadas ou ocorrem de forma simultânea e interativa, a metodologia clássica de detecção e identificação de erros respectivamente, teste do Qui-quadrado, e o teste do maior resíduo normalizado podem falhar, levando à identificação incorreta da medição defeituosa,

à permanência do erro na base de dados ou, ainda, à perda da observabilidade após a remoção de medidas. Situações como o efeito de mascaramento, onde as medidas apresentam baixos valores de resíduos, e o efeito de transbordamento, onde um valor alto de resíduo é identificado na medida que inicialmente está correta, geram falhas no processo de identificação de erros (Monticelli, 1999).

Além dessas falhas, há situações nas quais a retirada de uma única medida pode comprometer a observabilidade do sistema, tornando impossível estimar o estado do SEP. Assim embora o Método dos MQP apresente um bom desempenho na presença de erros gaussianos, sua confiabilidade não é garantida quando há presença de erros de magnitude elevada, conhecido como erros grosseiros (Asada, 2004).

Neste trabalho são apresentados três cenários nos quais o Estimador de Estado dos MQP apresenta problemas no tratamento de erros, o que servirá de motivação para a proposição de novas estratégias de tratamento de erros grosseiros na Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência.

ESTIMAÇÃO DE ESTADO

A Estimação de Estado em SEP é uma ferramenta essencial para o monitoramento e operação segura das redes. Seu principal objetivo é fornecer, a partir de medições disponíveis, uma representação consistente e confiável das condições do sistema, permitindo que decisões operacionais sejam tomadas com base em informações filtradas e validadas. Segundo Abur; Gómez-Expósito, (2004), o problema consiste em determinar as tensões e fasores em todas as barras do sistema, a partir de um conjunto redundante de medidas que estão sujeitas a erros.

A capacidade do estimador de filtrar ruídos e tratar erros está diretamente ligada à redundância das medições. A redundância de um sistema é definida como a razão entre o número de medidas e o número de variáveis de estado , que para um sistema de barras é igual a . Uma maior redundância aumenta a confiabilidade do processo, tornando o sistema mais robusto à presença de dados incorretos e a falhas na aquisição de medidas (Florez, 2013).

Análise de Observabilidade

Antes que o processo de Estimação de Estado seja executado, é necessário determinar se o conjunto de medições disponíveis é suficiente para calcular uma solução única para todo o sistema. A propriedade que garante essa condição é chamada de observabilidade. Formalmente, um SEP é considerado observável se, a partir do conjunto de medições e do conhecimento dos parâmetros da rede, for possível determinar de forma exata os valores de todas as variáveis de estado (Abur; Gómez-Expósito, 2004).

A análise de observabilidade é, portanto, um pré-requisito fundamental na Estimação de Estado. A falha em garantir a observabilidade do sistema acarreta consequências diretas na solução do problema. Matematicamente, se o sistema não for observável, a matriz Jacobiana das medições (H) não terá posto completo. Isso resulta em uma matriz de ganho (G) singular, tornando impossível a obtenção de uma solução única pelo método dos MQP (Abur; Gómez-Expósito, 2004).

A condição matemática para a observabilidade numérica está, portanto, diretamente ligada ao posto da matriz G . De acordo com a Equação (1), o sistema é considerado observável quando a matriz possui posto completo.

$$\text{Posto } |G| = n \quad (1)$$

Onde:

n , representa o número de variáveis de estado do sistema ($2N - 1$, para um sistema de N barras);

A análise de observabilidade também permite identificar medidas críticas, isto é, medições cuja retirada torna o sistema não observável. O método de análise de criticidade baseado na mudança de base da matriz jacobiana desacoplada, possibilita detectar medidas críticas individuais e conjuntos de medidas críticas.

O método proposto por London Jr; Alberto; Bretas, (2001), é realizado a partir do modelo desacoplado $H_{p\theta}$ e então é feita uma mudança de base obtendo uma matriz H_Δ , dada pela Equação (2).

$$H_\Delta = \begin{bmatrix} I & 0 \\ R & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Onde:

H_Δ , representa a matriz na nova base;

I , representa a submatriz identidade de dimensão ($n - 1$);

R , representa a submatriz de dimensão [$m - (n - 1) * (n - 1)$];

Analizando a submatriz I , nota-se que as suas linhas são, isoladamente, linearmente independentes. Por esta razão, as medidas correspondentes a essas linhas são chamadas de medidas básicas, o que significa estas medidas são suficientes para tornar o sistema observável. As outras medidas são chamadas de medidas suplementares. Quando uma coluna da matriz H_Δ tem apenas um elemento não nulo, isto indica que a informação do estado equivalente, que corresponde àquela coluna, é provida exclusivamente por uma única medição e, portanto, essa medida é crítica (London Jr; Alberto; Bretas, 2001).

Método dos Mínimos Quadrados Ponderados

Dos métodos clássicos existentes, o mais utilizado na Estimação de Estado é o método dos MQP. Neste procedimento, o vetor de medições (\mathbf{z}) é relacionado ao vetor de estado (\mathbf{x}) por meio de funções não lineares $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ acrescidas de um termo de erro (\mathbf{e}), conforme Equação (3).

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{e} \quad (3)$$

Onde \mathbf{z} é o vetor de medições, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ representa as funções não lineares que relacionam o estado às medições, e \mathbf{e} é o vetor de erros.

A função objetivo deste modelo tem por finalidade minimizar a soma ponderada dos resíduos (Asada, 2004).

$$\text{Minimizar } J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \frac{(\mathbf{z}_i^{\text{med}} - \mathbf{z}_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (4)$$

Ou então, considerando que $\mathbf{z}_i^{\text{med}} - \mathbf{z}_i = \mathbf{r}_i$ e $\frac{1}{\sigma_i^2} = W_{ii}$, a função objetivo pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \quad (5)$$

A formulação ainda pode ser reescrita em termos de vetores, conforme a Equação (6).

$$J(\underline{\mathbf{x}}) = [\underline{\mathbf{z}} - \mathbf{h}(\underline{\mathbf{x}})]^T \times \mathbf{W}^{-1} \times [\underline{\mathbf{z}} - \mathbf{h}(\underline{\mathbf{x}})] \quad (6)$$

A estimativa pelo método dos MQP do vetor ($\hat{\mathbf{x}}$) é obtida de maneira iterativa, a partir do cálculo da matriz Jacobiana e da resolução da Equação (7).

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}^k) \cdot (\Delta \mathbf{x}^k) = \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \times \mathbf{W}^{-1} \times [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k)] \quad (7)$$

Onde:

\mathbf{x}^k é o k -ésimo termo do vetor \mathbf{x} ;

$\mathbf{G}(\mathbf{x})$ é a matriz ganho do sistema, calculada conforme a Equação (8).

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}) \times \mathbf{W} \times \mathbf{H}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

E atualização do processo:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (9)$$

Sendo k o número de iterações até que o critério de parada seja atingido e x o valor da variável de estado estimada. O processo iterativo da Estimação de Estado termina quando $|\Delta x^k|$ for menor do que o valor de tolerância estabelecido.

O processo de iterativo para determinar as variáveis de estado pelo método dos MQP é ilustrado na Figura 1.

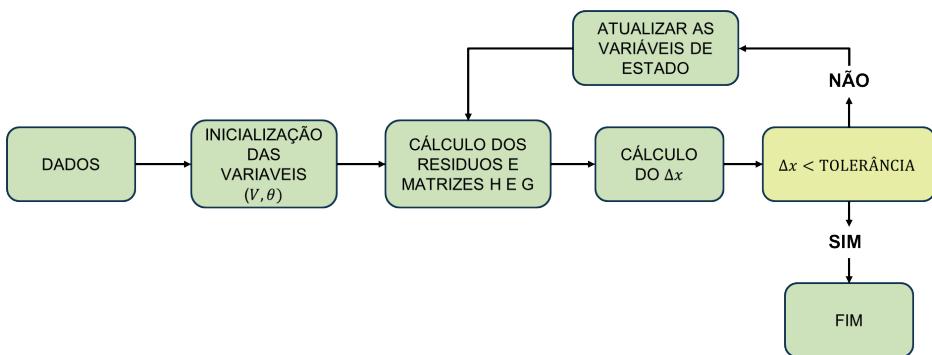


Figura 1 - Processo iterativo para determinar as variáveis de estado

Fonte: Autoria própria (2025)

Erros de medição

Os erros em medições podem ser classificados em dois grupos principais:

- Erros normais (Gaussianos): correspondem a pequenas variações, tipicamente na faixa de $\pm 3\sigma$. Estes erros são naturalmente filtrados pelo estimador, desde que haja redundância de medidas suficientes (Florez, 2013).
- Erros grosseiros (*bad data*): Ocorrem quando a diferença entre o valor real e o medido está na faixa de três a vinte vezes o desvio padrão. Estes erros não são filtrados e precisam ser detectados, seja na etapa de pré-filtragem ou pela análise de resíduos (Abur; Gómez-Expósito, 2004).

Os erros grosseiros podem ser classificados quanto a quantidade interatividade. Quanto a quantidade, um erro pode ser classificado como simples, afetando uma única medida, ou múltiplo, afetando diversas medidas simultaneamente. Os erros múltiplos são subdivididos em erros não-interativos e interativos, sendo que os erros interativos são subdivididos em erros não-conformativos e erros conformativos (Asada, 2004).

A maior dificuldade de tratamento ocorre nos erros múltiplos interativos. O erro interativo não-conformativo causa grandes resíduos tanto nas medidas erradas quanto nas corretas, mas geralmente pode ser identificado. O erro interativo conformativo é o tipo mais problemático, pois o erro em uma medida é “mascarado” por erros em outras, fazendo com que as medidas erradas pareçam corretas, ou seja, apresenta baixo resíduo, em contrapartida, medidas corretas apresentam resíduos normalizados elevados (Abur; Gómez-Expósito, 2004; Monticelli, 1999).

Detecção e Identificação de Erros

O processo clássico de tratamento de erros grosseiros é tipicamente dividido em duas fases sequenciais: detecção e identificação. A detecção é a primeira etapa, responsável por avaliar se existe ou não um valor considerável de erro no conjunto de medições. A técnica mais comum para esta verificação é o teste do Qui-Quadrado (X^2), que avalia se o valor da função objetivo $J(x)$, após a convergência, está dentro de um limite estatístico aceitável.

Após a convergência do estimador, calcula-se o valor da função objetivo $J(x)$. Esse valor é comparado ao limiar da distribuição Qui-quadrado, considerando o número de graus de liberdade ($m - n$). Caso $J(x)$ exceda o valor crítico, presume-se a existência de erro grosso. Detectado o erro, inicia-se então a fase de identificação de erros.

Esta fase busca localizar qual medição específica é a provável fonte de erro, sendo feito por padrão a análise dos resíduos normalizados, onde a medição com o maior resíduo normalizado em módulo é considerada a principal suspeita (Asada, 2004).

O resíduo normalizado é definido pela Equação (10).

$$r_N = \frac{r_i}{(R_{ii})} \quad (10)$$

Sendo:

r_N , o valor do resíduo normalizado.

r_i , o valor do resíduo (erro) de medição.

R_{ii} , valores da diagonal principal da matriz de covariância, estes valores representam a covariância de uma medida consigo mesma.

ESTUDO DE CASO PROPOSTO

O estudo de caso aplicado neste trabalho consiste na análise do processo de Estimação de Estado dos MQP em três cenários distintos, construídos a partir de um sistema-teste de 5 barras amplamente utilizado em estudos no setor de SEP. Cada cenário foi elaborado com o objetivo de evidenciar limitações específicas da metodologia clássica de Estimação de Estado.

O estudo foi conduzido em quatro etapas principais: definição da base de dados; aplicação da análise de observabilidade e criticidade; execução do estimador dos MQP; e aplicação da metodologia clássica para detecção e identificação de erros. Todo o processamento foi realizado no software MATLAB, seguindo as formulações clássicas apresentadas nas seções anteriores.

Sistema-teste de 5 barras

As análises foram aplicadas ao sistema-teste de 5 barras, apresentado na Figura 2.

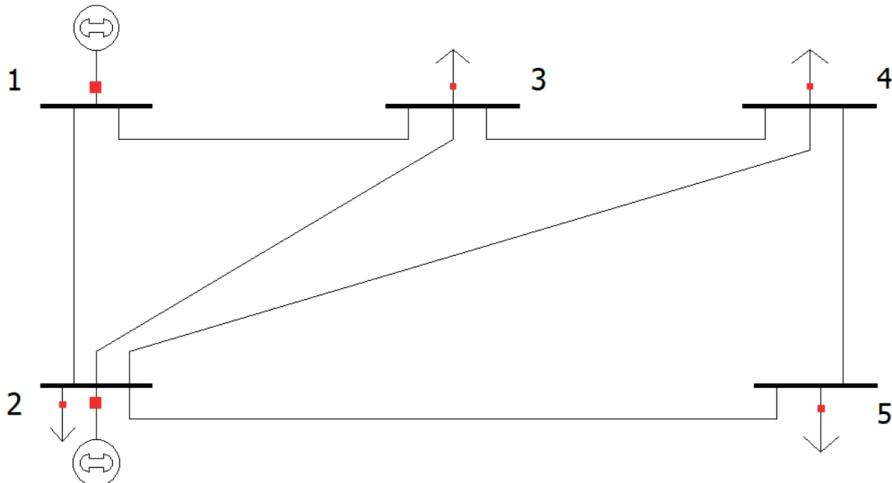


Figura 2 - Sistema-teste de 5 barras

Fonte: Adaptado de Stagg; El-Abiad (1968, p. 284)

A base de dados deste SEP é apresentada na Tabela 1, com informações das impedâncias das linhas de transmissão e as admitâncias por unidade em uma base de 100 MVA.

Barra inicial	Barra final	R	X	bsh/2
1	2	0.02	0.06	0.030
1	3	0.08	0.24	0.025
2	3	0.06	0.18	0.020
2	4	0.06	0.18	0.020
2	5	0.04	0.12	0.015
3	3	0.01	0.03	0.010
4	5	0.08	0.24	0.025

Tabela 1 - Parâmetros do sistema-teste de 5 barras

Fonte: Adaptado de Stagg; El-Abiad (1968, p. 284)

A Tabela 2 apresenta o conjunto de medições utilizado, incluindo os valores de injeções de potência, fluxo de potência, as magnitudes de tensão, além das respectivas barras onde cada medição está localizada.

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	2	2	0.2000
2	1	3	3	-0.4500
3	1	5	5	-0.6000
4	2	2	2	0.2000
5	2	3	3	-0.1500
6	2	5	5	-0.1000
7	3	1	3	0.4072
8	3	5	4	-0.0630
9	4	1	3	0.0116
10	4	5	4	-0.0283
11	5	4	4	1.0236
12	5	5	5	1.0179

Tabela 2 – Base de dados do sistema-teste de 5 barras

Fonte: Adaptado de Stagg; El-Abiad (1968, p. 284)

A coluna MED indica a posição da medida, a coluna Z representa o valor da medição em por unidade e a coluna TM identifica o tipo de medição, conforme a seguinte classificação:

- 1 – Medida de injeção de potência ativa;
- 2 – Medida de injeção de potência reativa;
- 3 – Medida de fluxo de potência ativa;
- 4 – Medida de fluxo de potência reativa;
- 5 – Medida de magnitude de tensão;

Construção do Cenário 1

Para criar o cenário crítico, foi empregado o método de análise de criticidade de medidas, a aplicação deste método requer a obtenção da matriz jacobiana desacoplada do sistema, a qual é descrita pela matriz na Equação (11).

$$H_{P\theta} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Após a obtenção da matriz, foi realizada a mudança de base e, encontrada a matriz H_{Δ} , dada pela Equação (12).

$$H_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -0.20 & -1.00 & -0.48 & -1.00 & 0.00 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Analizando a matriz H_{Δ} , conclui-se que:

1ª coluna: Par crítico de medida $[P_2; P_{5-4}]$;

2ª coluna: Par crítico de medida $[P_3; P_{5-4}]$;

3ª coluna: Par crítico de medida $[P_5; P_{5-4}]$;

4ª coluna: Par crítico de medida $[P_{1-3}; P_{5-4}]$;

Portanto, a retirada da medida 8 e 10, que correspondem, respectivamente, às medições de P_{5-4} e Q_{5-4} , uma vez que se considera que os fluxos de potência ativa e reativa são provenientes do mesmo medidor. A retirada dessas medidas faria com que todas as outras medidas restantes sejam críticas, então se faz necessário calcular as matrizes $H_{P\theta}$ e H_{Δ} , expressas, respectivamente, pela Equação (13) e pela Equação (14).

$$H_{P\theta} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$H_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Como cada coluna apresentou apenas um valor não nulo (exceto a última coluna, como é esperado), conclui-se que todas as medidas são críticas.

Após encontrado um cenário onde todas as medidas são críticas, foi inserido um erro grosseiro na medida 7, correspondente a $P_{1-3} = -1.5 \text{ pu}$, a nova base de dados é apresentada na Tabela 3.

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	2	2	0.2000
2	1	3	3	-0.4500
3	1	5	5	-0.6000
4	2	2	2	0.2000
5	2	3	3	-0.1500
6	2	5	5	-0.1000
7	3	1	3	-1.5000
8	4	1	3	0.0116
9	5	4	4	1.0236
10	5	5	5	1.0179

Tabela 3 - Nova base de dados do sistema para o cenário 1

Fonte: Autoria própria (2025)

Inicialmente, conforme a metodologia de análise de observabilidade apresentada na Equação (1), verifica-se o posto da matriz ganho para assegurar que, mesmo após a retirada das medidas, o sistema permaneça observável. O posto da matriz é obtido por meio do comando *rank*, enquanto o número de variáveis de estado pode ser determinado a partir da dimensão da matriz ganho, utilizando o comando *size*. A partir desses comandos verificou-se que $\text{Posto}(G)=9$ e que o número de variáveis de estado é $n=9$; portanto, conclui-se que o sistema é observável.

Após a análise de observabilidade, executa-se o estimador de estado dos MQP. Na saída gerada pelo MATLAB foram obtidos os valores estimados das variáveis de estado, bem como os resíduos e os resíduos normalizados associados a cada medição. Esses resultados estão apresentados, respectivamente, na Tabela 4 e Tabela 5.

Barra	V (pu)	θ (rad)
1	0.8468	0.0000
2	0.9371	12.8416
3	1.0468	23.3817
4	1.1113	27.6454
5	0.9645	15.5560

Tabela 4 - Variáveis de estado estimadas no cenário 1

Fonte: Autoria própria (2025)

MED	TM	Z (pu)	R	RN
1	1	0.2000	-0.0000	2.7368
2	1	-0.4500	-0.0000	2.7383
3	1	-0.6000	-0.0001	2.7432
4	2	0.2000	-0.0001	2.7442
5	2	-0.1500	-0.0001	2.7425
6	2	-0.1000	-0.0003	2.7434
7	3	-1.5000	-0.0602	2.7413
8	4	0.0116	-0.0485	2.7417
9	5	1.0236	-0.0877	2.7425
10	5	1.0179	0.0534	2.7436

Tabela 5 - Mediçãoes, resíduos e resíduos normalizados no cenário 1

Fonte: Autoria própria (2025)

O valor calculado para o teste Qui-quadrado nesse sistema foi $J(x) = 7,52$, enquanto o limiar para 99% de confiança é 6,63. Como $J(x) > 6,63$ o teste do Qui-quadrado indica a presença de erro grosseiro no conjunto de dados. Na sequência, aplica-se o teste do maior resíduo normalizado, que apontou o maior valor em módulo igual a 2,7442, correspondente à medição de número 4. Assim, conforme o procedimento clássico, esta medição é identificada como suspeita. Considerando que as medições de potência ativa e reativa são provenientes do mesmo medidor físico, a remoção da medida 4 implica também a retirada da medida associada de potência ativa (medição 1), portanto a nova base de dados é apresentada na Tabela 6.

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	3	3	-0.4500
2	1	5	5	-0.6000
3	2	3	3	-0.1500
4	2	5	5	-0.1000
5	3	1	3	-1.5000
6	4	1	3	0.0116
7	5	4	4	1.0236
8	5	5	5	1.0179

Tabela 6 - Base de dados para o cenário 1 após retirada das medidas 1 e 4

Fonte: Autoria própria (2025)

Diante da base de dados apresentada na Tabela 6, realizou-se uma nova análise de observabilidade, determinando o posto e a dimensão da matriz ganho. Verificou-se que $\text{Posto}(G)=8$, enquanto o número de variáveis de estado é $n=9$; assim, conforme a Equação (1), conclui-se que o sistema se tornou inobservável.

Isso demonstra uma falha dupla da metodologia clássica, primeiramente, o teste dos resíduos normalizados falhou em identificar a medida correta, apontando para uma medição que não continha erro. Em segundo lugar, a remoção desta medida comprometeu a solução do sistema, causando a perda da observabilidade.

Construção do Cenário 2

Para a construção do cenário 2, realizou-se novamente a análise de criticidade das medidas do sistema. A partir dessa análise, foram obtidas as matrizes $H_{p\theta}$ e H_Δ , apresentadas, respectivamente, nas Equações (15) e (16).

$$H_{p\theta} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$H_\Delta = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -0.20 & -1.00 & -0.48 & -1.00 & 0.00 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Assim como no cenário 1, conclui-se que retirando a medida 8, correspondente a P_{5-4} , que representa última linha da matriz, toda as outras medidas tornam-se críticas. Portanto calcula-se novamente as matrizes $H_{P\theta}$ e H_{Δ} , expressas, respectivamente pelas Equações (17) e (18).

$$H_{P\theta} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$H_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Para este cenário, foi inserido um erro grosso na medida 3, correspondente a $P_5=2.5 \text{ pu}$, a Tabela 7 apresenta a base de dados para este cenário.

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	2	2	0.2000
2	1	3	3	-0.4500
3	1	5	5	2.5000
4	2	2	2	0.2000
5	2	3	3	-0.1500
6	2	5	5	-0.1000
7	3	1	3	0.4072
8	4	1	3	0.0116
9	5	4	4	1.0236
10	5	5	5	1.0179

Tabela 7 - Nova base de dados para o cenário 2

Fonte: Autoria própria (2025)

Antes da execução do estimador de estado, realiza-se a análise de observabilidade do Cenário 2 para verificar se o sistema permanece observável após a retirada das medidas 8 e 10. Como $\text{Posto}(G)=9$ e o número de variáveis de estado é $n=9$, conclui-se que o sistema permanece observável. Em seguida, aplica-se o Estimador de Estado dos MQP, obtendo-se as variáveis de estado estimadas, os resíduos e os resíduos normalizados, apresentados nas Tabela 8 e Tabela 9.

Barra	V (pu)	θ (rad)
1	1.0223	0.0000
2	1.0239	0.5864
3	0.9899	-5.4140
4	0.9893	-6.4118
5	1.0515	9.2378

Tabela 8 - Variáveis de estado estimados no cenário 2

Fonte: Autoria própria (2025)

MED	TM	Z (pu)	R	RN
1	1	0.2000	0.0000	1.1895
2	1	-0.4500	0.0000	1.1595
3	1	2.5000	0.0000	1.2504
4	2	0.2000	0.0001	1.2100
5	2	-0.1500	0.0000	1.2280
6	2	-0.1000	0.0002	1.1985
7	3	0.4072	0.0021	1.2167
8	4	0.0114	0.0157	1.2256
9	5	1.0236	0.0343	1.2147
10	5	1.0179	-0.0336	1.2173

Tabela 9 - Medições, resíduos e resíduos normalizados no cenário 2

Fonte: Autoria própria (2025)

O valor calculado para o teste Qui-quadrado nesse sistema foi $J(x) = 1,48$ enquanto o limiar para 99% de confiança é 6,63. Como $J(x) < 6,63$ o teste do Qui-quadrado não detectou a presença de erro grosso no conjunto de dados. Dessa forma, verifica-se que o método clássico para detecção de erros apresenta uma falha ao não detectar a presença de erro grosso na base de dados.

Construção do Cenário 3

Neste cenário, foi realizado uma modificação na base de dados do sistema-teste de 5 barras. As medidas de potência ativa e reativa na barra 2 (P_2 e Q_2), utilizadas anteriormente, foram substituídas pelas medidas de potência ativa e reativa na barra 1 (P_1 e Q_1). A nova configuração de medidas do sistema está apresentada na Tabela 10.

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	1	1	1.2959
2	1	3	3	-0.4500
3	1	5	5	-0.6000
4	2	1	1	0.0742
5	2	3	3	-0.1500
6	2	5	5	-0.1000
7	3	1	3	0.4072
8	3	5	4	-0.0630
9	4	1	3	0.0116
10	4	5	4	-0.0283
11	5	4	4	1.0236
12	5	5	5	1.0179

Tabela 10 - Nova base de dados para o sistema-teste 5 barras

Fonte: Autoria própria (2025)

Foi novamente realizada a análise de criticidade das medidas, obtendo-se as matrizes $H_{p\theta}$ e H_Δ correspondentes à nova configuração do sistema. Essas matrizes estão apresentadas, respectivamente, nas Equações (19) e (20).

$$H_{p\theta} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$H_\Delta = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -2.00 & -0.75 & -0.83 & -1.00 & 0.00 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Conclui-se que, novamente, a retirada da medida P_{5-4} , correspondente à ultima linha da matriz, torna todas as demais medidas críticas. Portanto retira-se a medida de P_{5-4} e Q_{5-4} da base de dados e refaz a análise de criticidade para comprovar a conclusão. A nova base de dados está disposta na Tabela 11, e as novas matrizes $H_{p\theta}$ e H_Δ estão representadas, respectivamente pelas Equações (21) e (22).

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	1	1	1.2959
2	1	3	3	-0.4500
3	1	5	5	-0.6000
4	2	1	1	0.0742
5	2	3	3	-0.1500
6	2	5	5	-0.1000
7	3	1	3	0.4072
8	4	1	3	0.0116
9	5	4	4	1.0236
10	5	5	5	1.0179

Tabela 11 - Base de dados para o cenário 3

Fonte: Autoria própria (2025)

$$H_{P\theta} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$H_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Novamente como todas as colunas apresentaram apenas um valor não nulo, exceto a última coluna (como esperado), conclui-se que todas as medidas são críticas.

Agora foram inseridos erros múltiplos grosseiros nas medidas de $P_1=2.3 \text{ pu}$ e $P_{1-3}=-1.0 \text{ pu}$. A nova base de dados está disposta na Tabela 12.

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	1	1	2.3000
2	1	3	3	-0.4500
3	1	5	5	-0.6000
4	2	1	1	0.0742
5	2	3	3	-0.1500
6	2	5	5	-0.1000
7	3	1	3	-1.0000
8	4	1	3	0.0116

9	5	4	4	1.0236
10	5	5	5	1.0179

Tabela 12 - Nova base de dados para o cenário 3

Fonte: Autoria própria (2025)

Em seguida, realiza-se a análise de observabilidade para o cenário 3, utilizando o posto da matriz ganho e o número de variáveis de estado. Nesse caso, verifica-se que o **Posto (G)=9** e que o número de variáveis de estado é $n=9$; portanto, conclui-se que o sistema permanece observável.

Novamente, executa-se o estimador de estado, e os resultados obtidos das variáveis de estado estimadas, resíduos e resíduos normalizados associados a cada medição. Esses resultados estão apresentados, respectivamente, na Tabela 13 e Tabela 14.

Barra	V (pu)	θ (rad)
1	0.9905	0.0000
2	0.9453	-11.9333
3	1.0624	12.7758
4	1.1200	18.1613
5	0.9480	-3.7040

Tabela 13 - Variáveis de estado estimadas no cenário 3

Fonte: Autoria própria (2025)

MED	TM	Z (pu)	R	RN
1	1	2.3000	0.0001	3.2900
2	1	-0.4500	-0.0001	3.2805
3	1	-0.6000	-0.0001	3.2851
4	2	0.0742	0.0002	3.2853
5	2	-0.1500	-0.0001	3.2863
6	2	-0.1000	-0.0004	3.2863
7	3	-1.0000	-0.0710	3.2849
8	4	0.0116	-0.0855	3.2853
9	5	1.0236	-0.0964	3.2856
10	5	1.0179	0.0700	3.2863

Tabela 14 - Medições, resíduos e resíduos normalizados no cenário 3

Fonte: Autoria própria (2025)

O valor calculado para o teste Qui-quadrado neste cenário foi $J(x)=10,79$, como $J(x)>6,63$ o teste do Qui-quadrado indica a presença de erro grosseiro no conjunto de dados. Na sequência, aplica-se o teste do maior resíduo normalizado, que apontou o maior

valor em módulo igual a 3,29, correspondente à medição de número 1. Assim, conforme o procedimento clássico, esta medição é identificada como suspeita. Considerando que as medições de potência ativa e reativa são provenientes do mesmo medidor, retira-se as medidas de número 1 e 4, portanto a nova base de dados é apresentada na Tabela 15.

MED	TM	Barra inicial	Barra final	Z (pu)
1	1	3	3	-0.4500
2	1	5	5	-0.6000
3	2	3	3	-0.1500
4	2	5	5	-0.1000
5	3	1	3	-1.0000
6	4	1	3	0.0116
7	5	4	4	1.0236
8	5	5	5	1.0179

Tabela 15 - Nova base de dados para o cenário 3 após retirada de medidas

Fonte: Autoria própria (2025)

Diante a nova base de dados do Cenário 3, realiza-se novamente a análise de observabilidade. Verificou-se que $\text{Posto}(G)=8$, enquanto o número de variáveis de estado é $n=9$; portanto, conforme estabelecido pela Equação (1), conclui-se que o sistema se tornou não observável.

CONCLUSÃO

Os resultados obtidos nos três cenários analisados evidenciam limitações da Estimador de Estado dos MQP quando submetido à presença de erros grosseiros, especialmente em sistemas no quais todas as medições se tornam críticas, e a remoção de uma única medida pode comprometer a observabilidade, tornando inviável a aplicação do processo de estimação.

De forma geral, observou-se que, embora o método dos MQP seja amplamente consolidado e apresente desempenho satisfatório em condições normais de operação, sua eficácia é comprometida diante de erros grosseiros simples ou múltiplos, em especial em sistemas com alta sensibilidade à criticidade das medições. Nesses casos, tanto o teste Qui-quadrado quanto teste dos resíduos normalizados identificação podem falhar, seja por mascaramento, transbordamento ou pela própria perda da observabilidade após a remoção de medidas suspeitas.

Assim, este estudo contribui para evidenciar cenários nos quais o método clássico pode falhar, reforçando a necessidade de metodologias alternativas para o tratamento de erros grosseiros, como o uso de meta-heurísticas baseadas em algoritmos genéticos, capazes de lidar com múltiplas configurações de erros grosseiros de maneira combinatória.

REFERÊNCIAS

- ABUR, Ali.; GÓMEZ-EXPÓSITO, Antonio. **Power System State Estimation: Theory and Implementation.** New York: Marcel Dekker, 2004.
- ASADA, E. N. **Análise de Observabilidade e Processamento de Erros Grosseiros Conformativos Utilizando a Metaheurística Busca Tabu na Estimação de Estado Generalizada.** Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 29 jun. 2004.
- FLOREZ, H. A. **Desenvolvimento de um Estimador de Estado para Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Desbalanceadas.** Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista, 2013.
- LONDON JR, J. B. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G. Identificação do Nível de Redundância das Medidas para Efeito de Estimação de Estado em Sistema de Potência. **Revista Controle & Automação**, 12 ago. 2001.
- MONTICELLI, A. **State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach.** New York: Springer US, 1999.
- SCHWEPPPE, F. C.; WILDES, J. **Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model.** POWER APPARATUS AND SYSTEMS, p. 120–125, 1 jan. 1970.